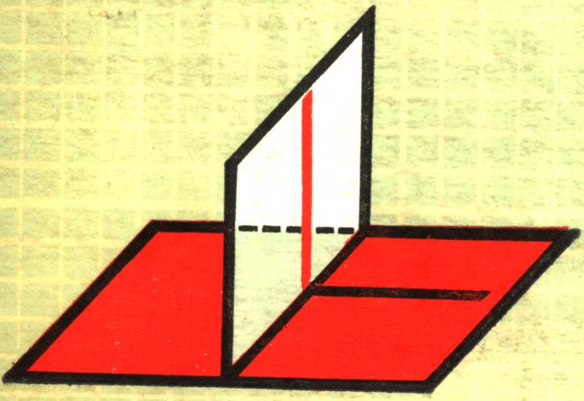

中等师范学校
数学课本

几何
JǏ HÉ

第一册
（供三年制学校用）

人民教育出版社

中等师范学校数学课本

（试用本）

几 何

第一册

（供三年制学校用）

黄卓廷 王明欢 孙 圻 编

*

人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 6.25 字数 128,700
1987年2月第1版 1987年5月第1次印刷
印数 1—165,000

ISBN 7-107-08005-9/G.74

K7012·0925 定价0.70元

说　明

国家教育委员会(86)教师字008号文件《关于调整中等师范学校教学计划的通知》中规定："每学年上课周数减少二周"、"三年制师范二年级数学的周课时减少一课时"．这样，三年制中等师范数学总课时数为364课时，与调整前的数学总课时相比，减少了56课时．该《通知》又指出："适应课时调整，对教学内容和教材作相应的安排"，"对原教材中一些不是小学教学急需又较艰深的，或与初中教学内容有重复的部分，在不变动课本体系的原则下作一些删减．……数学将分别编写三年制师范和四年制师范使用的两套教材"．为此，我社受国家教育委员会的委托，组织部分同志重新编写了一套三年制中等师范学校数学课本，从1987年秋开始供应，1988年秋供齐(对四年制中等师范仍供应原数学课本)．

这套数学课本是以原教育部1983年制订的《中等师范学校数学教学大纲(试行草案)》为依据，在现行的四年制中等师范学校数学课本的基础上编写的．除保持原有特点外，对教学内容进行了调整，并力求更加突出师范特点．

这套数学课本共五册，包括《代数与初等函数》第一、二、三册，《几何》第一、二册．

各学校在使用这套数学课本时，可以根据具体情况，参照

下表来开设数学科目和安排课时：

学　期	周课时数	科　目
一年级第一学期	4/2	代数与初等函数(一)/几何(一)
一年级第二学期	4/2	代数与初等函数(二)/几何(一)
二年级全学年	3/2	代数与初等函数(三)/几何(二)

本书为《几何》第一册，内容包括几何中的逻辑知识初步(约 12 课时)、直线和平面(约 25 课时)、多面体和旋转体（约 27 课时)，供三年制中等师范学校一年级使用.

本书初稿完成后，由王明欢进行了统稿和加工，最后由吕学礼校订. 由于时间仓促，书中难免有错误和疏漏，欢迎广大教师和其他读者批评指正.

人民教育出版社数学室

1987 年 2 月

目　录

---

* 为选学内容.

第一章　几何中的逻辑知识初步

一　概　念

1.1　本质属性与概念

在客观世界中，有许许多多的事物，每个事物都具有某些属性．由于事物属性的相同或相异，客观世界中形成了许多不同的事物类．具有相同属性的事物就形成一类．某类事物有很多属性，在这些属性中，有些是该类事物都具有而别的事物都不具有的属性，这种属性叫做该类事物的**本质属性**；有些是该类事物中的个别事物所具有但不是该类事物都具有的属性，这种属性叫做该类事物的**非本质属性**．例如，直角三角形有许多属性，其中，“它是一个三角形”、“有一个角是直角”、“面积等于两直角边乘积的一半”、……等等，是直角三角形的本质属性；而“两直角边相等”、“一个锐角是另一个锐角的二倍”等，是直角三角形这类图形的非本质属性．

概念是人们在对事物的感性认识的基础上，经过分析、比较、综合、抽象和概括等一系列思维活动，抛弃事物的那些非本质属性，将本质属性集中起来而形成的．例如，人们对圆的认识，从太阳、满月等物体的感觉、知觉形成了圆的观念（表象），又在制作圆形工具或器皿等活动中，逐步认识圆的本质属性，知道“圆是平面内到定点的距离等于定长的点的集合

(或封闭曲线)",这才形成了圆的概念. 所以,**反映事物的本质属性的思维形式叫做概念.**

数学概念是现实世界的空间形式和数量关系在人们头脑中的反映,是学习和研究数学时思维的基本形式,是构成判断、推理与论证等思维形式的要素. 从这个意义上说,数学概念是科学地掌握数学知识的前提. 所以,我们研究几何中的逻辑知识,就从研究概念开始.

1.2 概念的内涵与外延

概念既然是反映事物的本质属性的思维形式,因此任何一个概念在反映事物的本质属性的同时,也反映了具有这些本质属性的事物. 这就形成了概念的内涵和外延两个方面.

概念的内涵,就是概念所反映的事物的一切本质属性的总和.

概念的外延,就是具有概念所反映的本质属性的一切事物.

例如,"菱形"这个概念,它的本质属性有:有四条边,四个角,对边平行,四条边都相等,对角相等,对角线互相垂直平分,内角和是360°等等. 所有这些本质属性的总和,就是"菱形"这个概念的内涵. 它的外延就是一切菱形.

概念的内涵与概念的外延是互相制约的. 概念的内涵确定了,在一定条件下概念的外延也跟着确定了;同时,概念的外延确定了,在一定条件下概念的内涵也跟着确定了. 在内涵与外延的互相制约的关系中,有一点特别值得我们注意,这就是概念内涵的多少与外延的多少这两者之间的**反变关系.**

以三角形和等腰三角形来比较，从内涵上看，前者较少，后者较多. 因为等腰三角形除具有三角形的本质属性，还具有两边相等，两底角相等以及其他的本质属性；从外延上看，前者较多，后者较少. 因为三角形的外延包含等腰三角形，还包含不是等腰三角形的三角形.

一般地，如果概念 A 的内涵比概念 B 的内涵多，那么，A 的外延就比 B 的外延少；同时，如果 A 的内涵比 B 的内涵少，那么 A 的外延就比 B 的外延多. 概念的内涵与外延之间的这种关系，在逻辑学里叫做**反变关系**.

根据概念的内涵与外延之间的反变关系，我们可以用逐渐增多概念的内涵的方法，来逐渐减少概念的外延，这个方法叫做概念的**限制法**. 我们也可以用逐渐减少概念的内涵的方法，来逐渐增多概念的外延，这个方法叫做概念的**扩大法**. 例如，如果在菱形这个概念的内涵里增多“有一个角是直角”这个属性，那么菱形的外延就减少为正方形的外延，这就是概念的限制(或收缩)；如果在菱形的内涵里减少“一组邻边相等”这个属性，那么菱形的外延就增多为平行四边形的外延，这就是概念的扩大. 从概念的限制或扩大过程，可以加深我们对概念以及概念之间的关系的认识，这对于我们准确地运用概念是很有帮助的.

1.3 概念的种与类

我们知道，“三角形”和“正三角形”这两个概念的外延是不同的，“三角形”这个概念的外延包含了“正三角形”这个概念的外延. 这时，我们把“三角形”这个概念叫做“正三角形”

这个概念的种概念，把“正三角形”这个概念叫做“三角形”这个概念的类概念.

一般地，如果概念 A 的外延包含概念 B 的外延，我们把概念 A 叫做概念 B 的**种概念**(简称种)，把概念 B 叫做概念 A 的**类概念**(简称类).

假如我们把“三角形”这个概念的外延分成两个部分:“等腰三角形”和“不等边三角形”，那么表示这两个部分的概念都是“三角形”这个概念的类概念. 其中“等腰三角形”这个类具有不同于其他三角形的属性：有两条边相等. 这个属性成为等腰三角形这类概念区别于其他三角形的特征，我们把它叫做“等腰三角形”的类征. 在一般情况下，类征就是类概念的本质属性.

概念的种和类是相对的. 一个概念是种概念还是类概念，要看这个概念是对于哪个概念来说的. 例如，“平行四边形”这个概念，对于“四边形”来说，它是类概念；对于“矩形”来说，它是种概念. 由此也说明了，单独一个概念不存在种和类的问题. 另外，概念的种和类只存在于它们的外延有包含关系的两个概念之间. 例如“平行四边形”和“梯形”这两个概念没有包含关系，它们之间就不存在种和类的关系.

从概念的内涵与外延的反变关系可以知道，种概念的外延包含它的类概念的外延，而类概念的内涵包含它的种概念的内涵. 也就是说，类概念必然具有它的种概念的一切本质属性，而且还具有它自己所特有的本质属性.

1.4 概念的定义

任何一个概念，都必须用名词或术语来表示. 例如,“直角”、“相似”就是表示概念的词语. 究竟这些词语所表示的概念的意义是什么，必须给以明确的规定，也就是给概念下定义. 既然概念是反映事物的本质属性的思维形式,这样,用确切的语言或符号把概念的本质属性表达出来，就是**概念的定义**.

给概念下定义,通常用以下几种方式.

1. 种加类征的定义方式

根据概念的种和类之间的关系,我们在给概念下定义时,先要指出被定义概念最邻近的种概念（即被定义概念的种概念中外延最少的种概念),同时要确定被定义概念足以区别于与它并列的类概念的本质属性(即类征)，而不必列举对象的其他属性. 这种定义方式用公式表示为:

邻近的种概念＋类征＝被定义概念

例如:

(1) 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.

这是矩形的定义. 在这里,“矩形”是被定义概念，“平行四边形”是矩形最邻近的“种”(“多边形”、“四边形”也是矩形的种,但以平行四边形的外延为最少),“有一角是直角”是“类征”. 这个类征,就是矩形区别于与它并列的类概念的本质属性.

(2) 各边相等，各角也相等(类征)的多边形(种)叫做正多边形(被定义概念).

(3) 连结三角形两边中点(类征)的线段(种)叫做三角形的中位线(被定义概念).

对于同一个概念,有的可以有不同的定义法,这是由于选择不同的种概念或不同的类征而产生的. 例如,对正方形下定义,有:

一组邻边相等(类征)的矩形(种)叫做正方形(被定义概念);

一个角是直角(类征)的菱形(种)叫做正方形(被定义概念).

在这两个定义中,前者是以矩形为种概念来定义正方形,后者是以菱形为种概念来定义正方形. 由于两者都能正确揭示正方形的本质属性,因此都是可以的.

2. 发生定义方式

发生定义方式是种加类征定义方式的一种特殊形式. 定义中的类征是描述被定义概念的发生过程.

例如,在平面内,一条射线由原来的位置 OA,绕着它的端点 O 旋转至位置 OB,当 OB 和 OA 成一条直线时,所成的角叫做平角. 这里,角是种概念,平角是类概念,描述平角的发生过程就是类征.

本书第三章中的圆柱、圆锥、圆台、球的定义,都是采用发生定义方式的.

3. 揭示外延的定义方式

数学中有些概念,不易揭示它的内涵,而是直接指出概念的外延作为它的定义.

例如,有理数的定义:正整数、负整数、正分数、负分数和

零统称为有理数．这些就是揭示外延的定义方式．

上面我们在介绍几种概念定义的方式中，着重说明了数学上常用的种加类征的定义方式．采用这种方式给一个概念下定义时，必须有它的种概念作基础．这样追溯上去，当类概念一级一级地扩大时(这个过程不可能是无止境的)，最后必有最大的类．对于最大的类，就没有任何一个种能包含它了．因此，任何一门学科都必须选择一些不定义的概念，作为对其他概念下定义的起点．这样的概念，叫做**原始概念**或**基本概念**，如几何中的点、直线、平面等等．基本概念的属性一般通过描述的方法来揭示，有的借助于有关的公理间接地反映出来．

为了正确地给概念下定义，必须遵守以下几条规则：

(1) 定义应当是相称的．这就是说，定义所确定的外延与被定义概念的外延必须相同．

例如，如果用“有一个角是直角的四边形”来定义矩形，那么就把矩形的外延增多了．如果用“两组对边分别平行，且四条边都相等的四边形”来定义平行四边形，那么就把平行四边形的外延减少了．以上的定义都不是相称的，因而是错误的．

(2) 定义不能是循环的．这就是说，在一个学科的同一理论体系中，不能使用两个概念互相定义．

例如，我们如果先把直角定义为“互相垂直的两条直线所成的角叫做直角”，然后又把互相垂直定义为“交角为直角的两条直线叫做互相垂直”，这就出现循环定义的错误．因为用互相垂直来定义直角，同时又用直角来定义互相垂直，这样一来，直角与互相垂直这两个概念到底是什么，始终是不清楚的．

(3) 定义一般不应当用否定形式. 这就是说，定义一般是要说明被定义概念是什么，而不应说它不是什么.

例如，我们一般不说"不是直角三角形和钝角三角形的三角形叫做锐角三角形"，而说"三个角都是锐角的三角形叫做锐角三角形". 但是，当用否定的形式能真正揭示概念的本质属性时，却还是可以的. 例如，在平面内不相交的两条直线叫做平行线；无限不循环小数叫做无理数.

(4) 定义应当简单明确，不能含混不清，也不能用比喻.

定义应当在正确的基础上力求简明. 例如，把平行四边形定义为"两组对边分别平行且相等的四边形"，其中的对边相等这个本质属性可以从两组对边平行推出，这样定义就不简明. 又如，把三角形定义为"多边形中最简单的图形"，这是含混不清的. 采用比喻的方法，把球定义为"象皮球那样的几何体"，只是列举了球的表象，作为定义是不允许的.

在这里我们要顺便指出，在小学数学教学中，对一些概念没有给出明确的定义，而是用形象描述或举例说明的. 这是考虑到在小学阶段学生的知识水平和接受能力所采取的处理方法. 但是作为教师，应该清楚地知道这些概念明确的定义.

1.5 概念的分类

概念有内涵和外延两个方面. 要明确一个概念，必须明确它的内涵，同时必须明确它的外延. 这里所讲的概念的分类，是明确概念的外延的逻辑方法.

以概念的某个属性为标准，把一个概念的外延分为几个小类的方法，叫做概念的分类.

例如，我们把三角形按照最大内角的属性，分为锐角三角形、直角三角形和钝角三角形三类；把自然数按照能否被 2 整除分为偶数和奇数两类．经过这样的分类，我们对三角形、自然数这两个概念就进一步明确了．所以，分类是明确概念的外延的逻辑方法．

概念的分类，可以按照某个标准，但有时也可以按照另一个标准．例如三角形的分类，可以按角分类，也可以按边分类．又如自然数可有下面两种分类．

按能否被 2 整除分：

$$\text{自然数}\begin{cases}\text{奇数}\\ \text{偶数}\end{cases}$$

按所含约数的个数分：

$$\text{自然数}\begin{cases}\text{质数}\\ \text{合数}\\ 1\end{cases}$$

在分类的结果中，所得到的各个概念，有的还可以再分类，这样，可以得到一个概念体系．例如，三角形按边分类如下：

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{不等边三角形}\\ \text{等腰三角形}\begin{cases}\text{底边和腰不相等的等腰三角形}\\ \text{等边三角形}\end{cases}\end{cases}$$

对概念进行正确的分类，可以使我们在明确概念外延的过程中，弄清概念之间的联系和区别，获得系统的知识，促进逻辑思维的发展．

对概念进行分类，必须遵守以下几条规则：

1．所分的各个类应当互不相容．

所谓互不相容，就是指各个类之间都有全异关系，即不能有一些事物既属于这个类又属于另一个类．例如，把平行四

边形分为:“菱形”、“矩形”和“非菱形又非矩形的其他平行四边形”三个类,是不符合互不相容这个要求的. 因为菱形这个类里包含正方形,矩形这个类里也包含正方形,这叫做两个类不全异. 在这样的分类里,正方形既属于菱形,又属于矩形.

2. 分类应当是相称的.

这就是说,所分的各个类的外延的和等于原来的种的外延,即属于原来的种的任何一个事物,在分类后必属于某一个类. 例如,把有理数分成“正有理数”和“负有理数”两个类,就不是相称的.因为“零”不属于这两个类中的任何一类,分类后的外延的和就比原来的种(有理数)的外延少了.

3. 每次分类应当按同一标准.

例如,把三角形分为锐角三角形、直角三角形、钝角三角形、不等边三角形和等腰三角形五个类,就不是按同一标准,而是交叉地使用了两个不同的标准. 这样的分类是混乱的. 如等腰三角形可以是锐角三角形,可以是直角三角形,也可以是钝角三角形;而钝角三角形可以是不等边三角形,也可以是等腰三角形. 所以,每次分类只有按同一个标准,才能达到明确概念的外延的目的.

习 题 一

1. 下列概念分别是用什么方式下定义的?

(1) 在平面内,线段 AB 绕定点 A 旋转一周,点 B 运动所形成的封闭曲线叫做圆;

(2) 两条直线相交成直角,这两条直线叫做互相垂直.

(3) 一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零.

2. 用种加类征的方式给下列概念下定义，并指出被定义概念的邻近的种和类征：

(1) 直径；(2) 钝角；(3) 相似三角形.

3. 给概念下定义要遵守哪些规则？下列定义是否正确，为什么？

(1) 正负整数和正负分数统称为有理数；

(2) 顶点在圆周上的角叫做圆周角；

(3) 一组邻边相等的四边形叫做菱形；

(4) 象门框、窗框、书本那样的图形叫做长方形；

(5) 两腰相等的三角形叫做等腰三角形.

4. 什么叫做概念的分类？试对下列概念进行分类：

(1) 平行四边形；

(2) 两个半径不相等的圆的位置关系.

5. 概念的分类要遵守哪些规则？下列的分类是否正确，为什么？

(1) 实数分为有理数、无理数和零三类；

(2) 圆弧分为劣弧和优弧两类；

(3) 自然数分为质数、合数、奇数和偶数四类；

(4) 梯形分为等腰梯形和直角梯形两类；

(5) 平面内两条直线的位置关系分为相交、平行和垂直三类。

二 命 题

1.6 判断与命题

人们在实践的基础上形成了许多概念以后，又常常要应用这些概念，去断定客观事物的情况，作出肯定或否定的回答．这种对于思维对象有所断定的思维形式叫做**判断**．

在研究几何图形的过程中，经常要对图形的性质或关系作出肯定或否定的判断，例如：

1. 正方形都是相似的．
2. 有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等．
3. 过半径的端点不与半径垂直的直线，不是圆的切线．
4. 劣弧上的圆周角，不是直角．

这些都是对几何图形的性质或某种关系所作出的判断．判断是由某些几何概念组成的，表明了概念与概念之间的联系．即表达了我们所研究的对象具有某些属性，或不具有某些属性．

判断不仅有肯定与否定的两种形式，而且有正确与错误之分．上述1、2是肯定的判断；3、4是否定的判断，而且都是正确的．如果我们说："同位角都相等"，这就是一个错误的判断．

几何中的判断通常叫做**命题**．例如，公理、定理、推论等都是命题，公式也可以看做是用符号的形式来表示的命题．

一个命题从结构上分析，是由题设、结论两部分组成的．