

工厂业余中学课本

几何和三角

北京师范大学数学系教材编写组

科学普及出版社

工厂業余中学課本

几 何 三 角

北京师范大学数学系
教 材 編 写 組

科.学.普.及.出.版.社
1969年·北京

总号: 1316

工厂业余中学课本 几何和三角

編 者: 北京师范大学数学系

出版者: 科学普及出

(北京市西直门外大街)

北京市書刊出版業登記證出

發行者: 新 华 書

印刷者: 北 京 市 印 刷

(北京市西便門南大街乙)

开 本: 787×1092 32

印張:

1959年2月第 1 版

字數:

1959年2月第1次印刷

印數:

統一書号: 13051·243

定 价: (8) 5 角



編者的話

在党的总路綫的光輝照耀下，我国的教育事業，正以汹涌澎湃之势，向前大躍进，工厂里的业余教育也在一日千里地發展着。形势要求我們要打破常規，在最短時間內解决工厂业余学校里的教科書問題。为了滿足这种需要，我們小組五十多人，在党的领导下，破除了迷信，解放了思想，采取了“三結合”的办法，走到生产实践中去，依靠工人同志們的帮助，在“編出工人階級自己的教科書”的口号鼓舞下，苦战了半个月，編出了一套工厂业余学校教科書(初稿)。其中包括有：算术、代数、几何和三角、制圖和高等数学等。

这套教科書的特点：在于从工人同志們的生产实践和生活实践出發，体现了“教育为政治服务，教育与生产劳动相結合”的教育方針。在編写的过程中，我們对原有普通学校的教科書进行了革命性的变动。有些科目打破了原有教科書的系統，有些課目作了大量的增減，而且把學習的年限大大縮短。

應該特別提到的是：在整个編写过程中，我們得到了国营华北無線电器材厂、北京电子管厂、邮电部器材供应管理局北京器材厂和北京市第二建筑公司第一工程处、机械修配厂等單位的党政领导同志和工人同志們的大力帮助，在这里向他們表示謝意。

这套教科書初稿的編写，是我們工作中新的尝试，自然免不了漏洞百出。所以殷切地祈望讀者們予以批評、指正，尤其是，地希望全国工人讀者同志們和工厂业余教育工作者同志們，給予我們大力的帮助和指教，使这套教科書更完善。

目 录

第一章 緒 論	1
第一节 直綫	2
第二节 角	3
第三节 平行綫	9
第二章 三角形	14
第一节 三角形的概念	14
第二节 等腰三角形的性質	18
第三节 三角形的全等	20
第四节 綫段的垂直平分綫的性質和角的平分綫的性質	27
第三章 四边 形	31
第四章 圓	43
第五章 比例綫段与相似三角形	51
第一节 比例綫段	51
第二节 相似三角形	57
第六章 銳角三角函数	73
第七章 三角形解法	85
第八章 稜柱、稜錐、稜台	103
第一节 稜柱	103
第二节 稜錐	110
第三节 稜台	121
第九章 旋轉体	128
第一节 圓柱	128
第二节 圓錐	130
第三节 圓台	135

附录一 三角补充教材	145
第一章 0° 到 360° 的角的三角函数	145
第二章 任意角的三角函数	153
第三章 反三角函数	160
附录二 公式表	164
一、三角学的重要公式	164
二、平面几何的重要公式	166

第一章 緒 論

引言 几何与三角学和其它科学一样，也是由人类生活的实际需要所产生而又为生产服务的一門科学。比如，在工厂中制造产品如切削用的刀具的时候，为了完全合乎規格，必須使它們有合适的形狀和一定的角度，以便于适合它們的用途；另外在安裝机床时，机床的各部份也必須有确定的位置。几何与三角学就是研究物体的形狀大小和各物体相互位置的科学。

几何与三角学是解决許多实际問題的工具，也是数学方面的基本科学，所以無論在工厂和工具車間，还是在制圖室、設計室和檢驗室中都要用到它。特別是在大鬧技术和文化革命的今天，为了学好本領，更好地建設社会主义社会，我們必須很地學習這門科学。同時在學習过程中，必須理論联系实际，決不要光在書本上兜圈子。

我国对于几何与三角的研究，已經有几千年的历史了。并且作出了許多偉大的成就。例如墨翟(公元前480—390年)所著的書里有很多关于几何方面的知識。在古代算書“九章算术”中已經載有不少关于計算土地面积和物体体积的方法。又如在另一本算書“周髀算經”中已經記載了关于直角三角形各边关系的問題。在公元三世紀以前，我国已經有人会用半徑来計算正六边形、正十二边形的边長。因此，這門科学在我国的發展是很久远的。

第一节 直 线

§ 1. 直线 研究几何与三角学时，都是通过表示物体的图形来研究。而图形是由点、线、面组成的。在这里我们就从点和直线开始研究。

从经验中我们知道，通过任何两点都能划出一条直线，并且只能划一条，但是要划多长都可以。因此，我们就说：

通过两点必有且仅有一条直线。

直线可以向两方任意延长。

对于两条直线来说，我们也知道两条直线如果相交，只能有一个交点。因此，我们就说：

两条直线顶多有一个交点。

通常我们用一个大写拉丁字母（以后提到字母便指的是拉丁字母）来表示一个点。例如“点A”，“点B”（图1）。在表示直线的时候，我们便以表示直线上任意两点的大写字母，或一个小写字母来表示它。例如“直线AB”（图2）或“直线a”（图3）。



图1



图2



图3

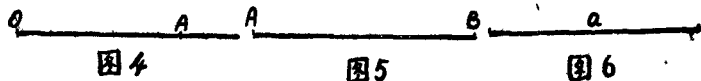
§ 2. 射线 一条直线上的一点把直线分成两部分，其中每一部分叫做一条射线，分点叫做射线的端点。因此射线只能向一方延长。

通常用表示射线的端点和射线上另外一点的两个大写字母来表示射线，并且把表示端点的字母写在前面。例如“射

綫 OA ” (圖 4)。

§ 3. 綫段 一條直綫上任意兩點間的部分叫做綫段。這兩點叫做綫段的端點。

通常用表示綫段的兩個端點的大寫字母，或者用一個小寫字母來表示綫段。例如“綫段 AB ” (圖 5) 或者“綫段 a ” (圖 6)。



第二節 角

§ 4. 角的概念及角量法 端點重合的兩條射綫，所構成的圖形叫做角。兩條射綫叫做角的邊，它們的公共端點叫做角的頂點。

一個角通常用三個字母前面加“ $\angle$ ”來表示。中間的一個字母表示角的頂點，兩旁兩個字母分別表示角的兩邊上的任意一點。例如圖 7 中的角記作 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ 。如果在一個角的頂點上沒有其它的角也可以用表示頂點的大寫字母來表示。例如 $\angle O$ (圖 7)。有時也還可以用角的內部靠近頂點的數字或者小寫字母（拉丁字母或希臘字母）來表示角。例如 $\angle 1$, $\angle 2$ (圖 8) 或 $\angle \alpha$ (圖 9)。

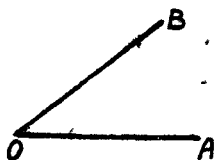


圖 7

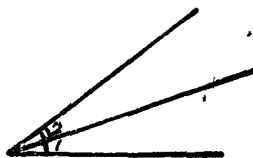


圖 8



圖 9

量一个角的大小所用的仪器是量角器(圖10)，它是半圓形的。这个半圓被分成180等分，各等分叫做一度。一度的 $\frac{1}{60}$ 叫做一分，一分的 $\frac{1}{60}$ 叫做一秒。

要量一个角，比如是 $\angle ECD$ (圖10)，就把量角器的圓心放在 $\angle ECD$ 的頂点 C 上，把量角器的零綫放在 $\angle ECD$ 的一边 CD 上。那么 $\angle ECD$ 的另一边 CE 所在刻綫上的数字，就表示这个角的度数。例如圖10中的 $\angle ECD$ 等于50度。

度、分、秒用“°”“′”“″”来表示。例如5度30分40秒記作 $5^{\circ}30'40''$ 。

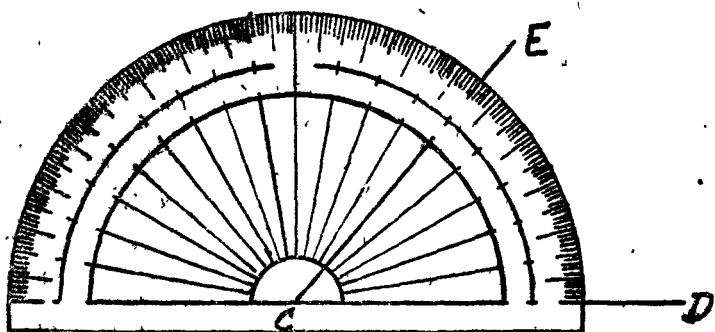


圖10 量角器

在工厂里通常用的度量角的仪器是万能量角器。如圖11所示。

用万能量角器度量一个角，比用量角器来量，可以测得更精确。

§ 5. 角的种类

(一) 直角、銳角、鈍角

90° 的角叫做直角(圖12)；小于 90° 的角叫做銳角

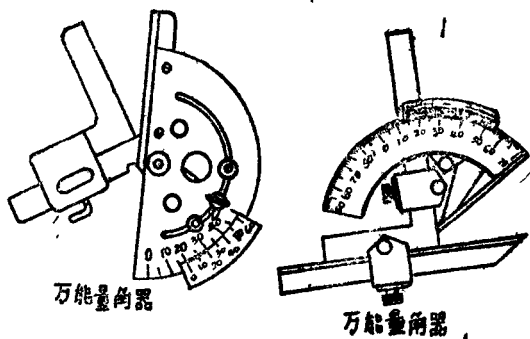


图 11

(圖 13)；大于 90° 而小于 180° 的角叫做鈍角 (圖 14)。

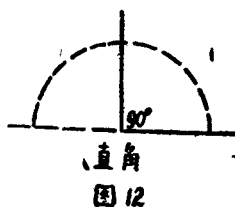


图 12

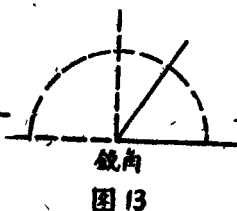


图 13

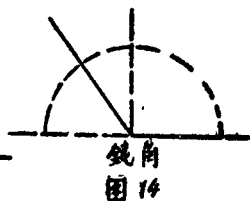


图 14

(二)平角和周角

如果一个角的两边恰好在一一直线上，也就是 180° 的角，如 $\angle AOD$ ，我們就把它叫做平角 (圖 15)。

如 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$ 、 $\angle DOE$ 、 $\angle EOA$ 加起来 (圖 16)，把几个角即各角的顶点 O 重合，第一个角的 OB 边重合第二个角的 OB 边，第二个角的 OC 边重合第三个角的 OC 边，……，如果第一个角的 OA 边与末一个角的

OA 边重合, 所得的角就叫做周角, 等于 360° (圖 16)。

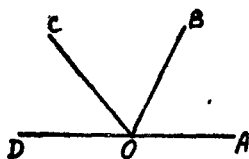


圖 15

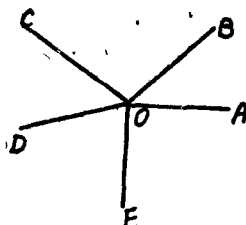


圖 16

§ 6. 相关的角 两个角的和如果等于 90° , 就说这两个角互为余角或简称互余。如图 17 中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互余。

两个角的和如果等于 180° , 就说这两个角互为补角, 或简称互补。如图 18 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互补。

显然, 两个角如果一样大, 那么它们的余角或补角也是一样大的。



圖 17

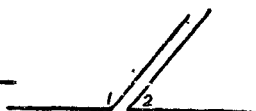


圖 18

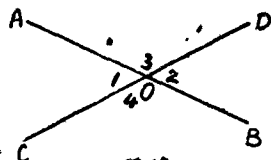


圖 19

一个角的两边如果是另外一个角的两边的反向延長綫, 这两个角就叫做对頂角。如图 19 中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 都是对頂角。

因为 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。同理, $\angle 3 = \angle 4$ 。因此

对頂角相等。

§ 7. 垂綫和斜綫

如果兩条直綫相交成 90° 的角，就說这两条直綫互相垂直，或者把其中的一条叫做另一条的垂綫。交点叫垂足。兩条直綫互相垂直用“ $\perp$ ”来表示。讀做“垂直于”。如圖20中， $AC \perp BD$ ，垂足是 C 。

如果一条直綫与另一条直綫相交所成的角不等于 90° ，就把这条直綫叫做另一条直綫的斜綫（圖21）。

我們很容易看出，綫外一点与直綫中各点所連的綫段中，最短的一条是垂綫。通常就把它叫做一点到一条直綫的距离。

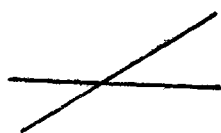
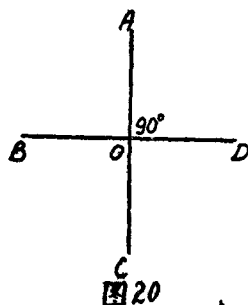
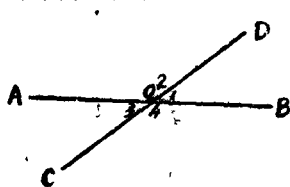


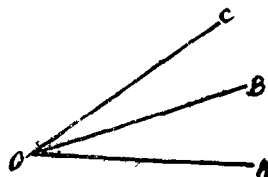
图 21

習 題 一

1. 把圖中用数字表示的角各用三个大写字母表示出来。



(第1題)



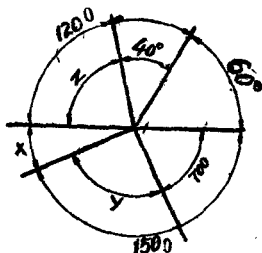
(第2題)

2.7頁右下角圖中 $\angle AOB=20^\circ$, $\angle BOC=18^\circ$, 求 $\angle AOC$.

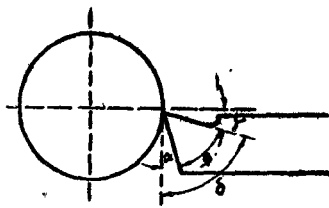
3. 在直線 AB 上取任意一點 O , 過 O 作另一條直線 CD ; 問 $\angle AOD$ 與 $\angle DOB$ 的和是怎樣的角? $\angle COA$ 與 $\angle AOD$ 的和是怎樣的角?

4. (a) 求圖中 x 、 y 、 z 各角的大小.

(b) 求切刀的切削角 δ 、和前角 γ 、後角 α 、楔角 β 的關係 (第4題a, b圖).



(第4題 a)



(第4題 b)

5. 設前角 $\gamma=5^\circ$, 楔角 $\beta=79^\circ$, 求切削角 δ 和後角 α .

6. 設切削角 δ 比前角 γ 大 80° , 向切削角和前角各等於多少度?

7. 一個角比它的余角大 20° , 求這個角.

8. 一個角比它的余角大 15° , 求這個角的補角.

9. 在直線 AB 上取一點 O , 從 O 在直線 AB 的兩旁作射線 OC 和 OD 使 $\angle AOC=\angle BOD$.

(1) 如果 $\angle AOC=50^\circ$, 求 $\angle COB$ 與 $\angle BOD$ 的和.

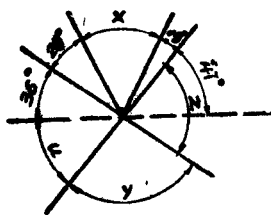
(2) OC 和 OD 有什麼關係?

(3) $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是不是對頂角?

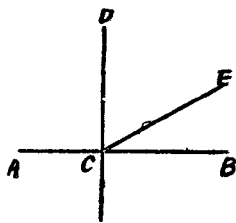
10. 兩條直線相交成四個角, 如果其中有一個直角, 試問其餘三個角應該是什麼樣的角? 為什麼?

11. 如圖求 x, y, z, u 的補角以及 x, u 的余角.

12. 如圖, $DC \perp AB$, $\angle ECB=27^\circ$, 求 $\angle BCE$ 和 $\angle ACE$.



(第11題)



(第12題)

第三节 平行綫

§ 8. 平行綫的概念

铁路上的铁轨，两条并排的电綫，等等，都是我們經常遇到的，它們很像不相交的两条直綫。

下面我們就来研究这样两条綫的性質。

無論怎样延長也不相交的两条直綫，叫做平行綫。通常我們以符号“ $\parallel$ ”来表示平行，讀做“平行于”。例如在圖22中 AB 和 CD 是两条平行綫，我們便記作 $AB \parallel CD$ 。

根据經驗我們知道，通过一条已知直綫外的一点，只能有一条直綫与已知直綫平行。如圖22中，通过直綫 CD 外一点 P 只有一条直綫 $AB \parallel CD$ ，此外便不能再有其他的直綫也通过 P 而和 CD 平行了。

§ 9. 平行綫的判別法

为了研究方便起見，我們先說明一条直綫与两条直綫相交所成的相关角的名称：

如圖23，直綫 EF 与 AB 和 CD 相交共得出 8 个角： $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ ， $\angle 4$ ， $\angle 5$ ， $\angle 6$ ， $\angle 7$ ， $\angle 8$ 。在这 8 个角当中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 4$ ， $\angle 5$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 7$ 与 $\angle 8$ 每一对都叫做同位角。而 $\angle 2$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$ ，每一对都叫做內錯角。

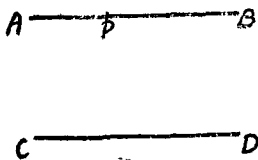


图 22

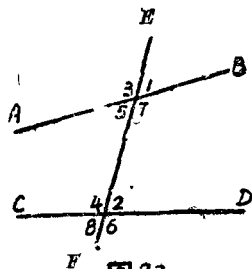


图 23

有了上面的概念，我們便可以用它來說明判斷兩條直線是不是平行的方法了。

兩條直線與另一條直線都相交，如果得出的同位角相等，這兩條直線就平行。

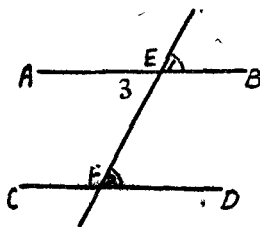


图 24

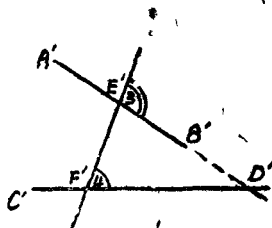


图 25

如圖24中，直線 AB 和 CD 與 EF 分別交於 E 、 F 兩點。而且同位角 $\angle 1 = \angle 2$ 。那麼 AB 和 CD 就是平行線，也就是 $AB \parallel CD$ 。在圖25中，直線 $A'B'$ 和 $C'D'$ 與 $E'F'$ 分別交於 E' 、 F' 兩點，而同位角 $\angle 3 \neq \angle 4$ ，結果 AB 和 CD 便相交了。

根據對頂角相等的道理，我們知道，比如在圖24中 $\angle 3 = \angle 1$ ，但因 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore \angle 3 = \angle 2$ 。因此我們又得到下面的平行線的另一种判別法。

兩條直線與另一條直線都相交，如果得出內錯角相等，這兩條直線就平行。

§ 10. 平行線的性質

定理①. 兩條平行線與另一條直線相交，所得到的同位角相等。

已知： $AB \parallel CD$ ， EF 與 AB 和 CD 分別交於 E 、 F 兩點（圖26）。

求證： $\angle 1 = \angle 2$ 。

證明：假設 $\angle 1 \neq \angle 2$ ，那麼我們作 $\angle 3 = \angle 2$ 而得到直線 $A'B'$ 。

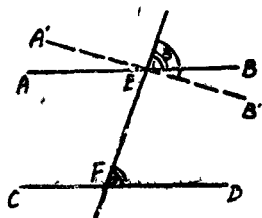


圖26

於是根據平行線的判別法可知， $A'B'$ 便應該是通過 E 點平行於 CD 的直線。

但是，我們已經知道 AB 也是通過 E 點平行 CD 的直線。我們還知道，通過已知直線外一點，只能有一條直線平行於已知的直線。而現在，我們却得出，過直線外一點，有兩條直線與已知直線平行。為什麼會得出這個錯誤的結論呢？其原因是 $\angle 1 \neq \angle 2$ 的假設是錯誤的。所以 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 應該相等。

即

$$\angle 1 = \angle 2.$$

推論② 兩條平行線與另一直線相交，所得到的內錯角相等。

例1. 平行於同一直線的兩條直線互相平行。

已知： $AB \parallel EF$ ， $CD \parallel EF$ 。

① 定理 從已知的理論和經驗，經過推理證明，得出來的結論叫做定理。

② 推論 從已知的理論，直接推導出來的結論叫推論。