1978-1979
全国高考试题解答

广东省中小学教材编写组编

广东人民出版社

1978—1979
全国高考试题解答

广东省中小学教材编写组编

广 东 人 民 出 版 社

1978—1979
全国高考试题解答
广东省中小学教材编写组编
●
广东人民出版社出版
广东省新华书店发行
广东新华印刷厂印刷
787×1092毫米 32开本 4.75印张 104,000字
1980年3月第1版 1980年3月第1次印刷
印数1—130,000册
书号7111·1014 定价0.36元

说　明

解答全国高考试题，对学生掌握中学各学科基础知识和基本技能，是一次很好的检查和训练过程，也是一次很有意义的复习和巩固过程。为此，我们根据有关材料，编辑了这本《1978—1979年全国高考试题解答》，供我省中学广大师生和其他知识青年阅读参考。

需要说明的是：有些试题，本书所提供的答案，不一定就是唯一的答案；有些试题，我们虽然提供了多种答案，也不一定就是全部的答案；少数试题我们在解答过程中，在要求掌握知识的深度和广度方面作了一些补充，某些地方还做了必要的注解。这些都是为了帮助读者进行分析研究和加深理解，以期达到开拓思路、举一反三的目的。此外，鉴于形势的发展，1978年的政治和语文两科的试题解答，未有编入本书之内。

本书在编辑过程中，得到我省有关教育行政部门和部分大、中学校的教师的大力支持，给我们提供了宝贵的资料，特此向他们表示衷心的感谢！

本书是由我组文科、理科两个编辑室的部分同志负责编辑的。我们水平所限，书中可能有错漏的地方，欢迎读者批评指正。

广东省中小学教材编写组

一九七九年九月

目　　录

1978年全国高考试题解答

1979年全国高考试题解答

1978年全国高考试题解答

数 学 试 题 解 答

一、（下列各题满分4分，五个题共20分）

1．分解因式：$x^2-4xy+4y^2-4z^2$.

解：原式$=(x^2-4xy+4y^2)-4z^2$

$=(x-2y)^2-(2z)^2$

$=(x-2y-2z)(x-2y+2z)$.

2．已知正方形的边长为a，求侧面积等于这个正方形的面积、高等于这个正方形边长的直圆柱体的体积.

解：设直圆柱体的底面半径为r，

依题意得$2\pi ra=a^2$

$$\therefore \quad r=\frac{a}{2\pi}$$

$$\therefore \quad v=\pi r^2a=\pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2\cdot a=\frac{a^3}{4\pi}.$$

答：这直圆柱体积是$\frac{a^3}{4\pi}$体积单位.

3．求 函 数 $y=\sqrt{\lg(2+x)}$的定义域.

解：$\because \lg(2+x)\geqslant 0$

$\therefore \quad 2+x\geqslant 1$

∴　　$x \geqslant -1$为所求的定义域。

4．不查表求$\cos 80^\circ \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \cos 55^\circ$的值。

解法一：原式$= \sin 10^\circ \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \sin 35^\circ$

$$= \sin(10^\circ + 35^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

解法二：原式$= \cos 30^\circ \cos 35^\circ + \sin 30^\circ \sin 35^\circ$

$$= \cos(80^\circ - 35^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

5．化简：$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \dfrac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}}$

解：原式$= (2^{-2})^{-\frac{1}{2}} \dfrac{(2^2ab^{-1})^{\frac{3}{2}}}{(10^{-1})^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}}$

$$= \frac{2 \cdot 2^3 a^{\frac{3}{2}} b^{--\frac{3}{2}}}{10^2 a^{\frac{3}{2}} b^{-2}}$$

$$= \frac{4}{25} \cdot a^{\frac{3}{2} - -\frac{3}{2}} \cdot b^{--\frac{3}{2}+2}$$

$$= \frac{4}{25} a^0 b^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{25} b^{\frac{1}{2}}.$$

二、（本题满分14分）

已知方程 $kx^2+y^2=4$，其中 k 为实数。对于不同范围的 k 值，分别指出方程所代表图形的类型，并画出显示其数量特征的草图。

解：1．$k>0$时，方程为 $\dfrac{x^2}{\frac{4}{k}}+\dfrac{y^2}{4}=1$，图形是椭圆，中心在坐标原点；

i）$k>1$时，长轴在 y 轴上，半长轴 $=2$，半短轴 $=\dfrac{2}{\sqrt{k}}$。

ii）$k=1$时，椭圆的特殊情况——圆，半径 $r=2$。

iii）$k<1$时，长轴在 x 轴上，半长轴 $=\dfrac{2}{\sqrt{k}}$，半短轴 $=2$。

2．$k=0$时，方程为 $y^2=4$，图形是两条平行于 x 轴的直线 $y=\pm2$。

3．$k<0$时，方程为 $-\dfrac{x^2}{\frac{4}{|k|}}+\dfrac{y^2}{4}=1$，图形是双曲线，中心在坐标原点，实轴在 y 轴上。

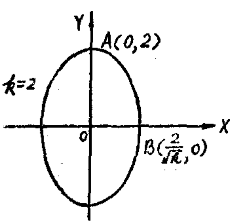

图 1

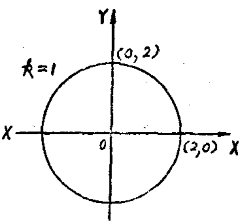

图 2

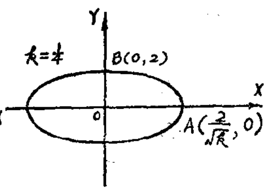

图 3

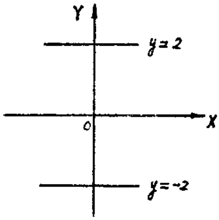

图 4

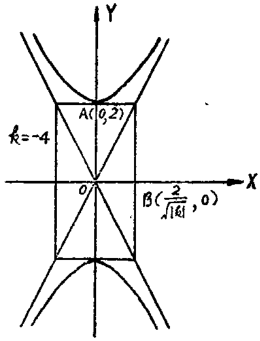

图 5

三、(本题满分14分)

(如图6)AB是半圆的直径，C是半圆上一点，直线MN切半圆于C点，AM⊥MN于M点，BN⊥MN于N点，CD⊥AB于D点。

求证：1. CD = CM = CN；

2. $CD^2 = AM \cdot BN$。

证：1. 连CA、CB，则∠ACB = 90°，

∠ACM = ∠ABC（弦切角等于同弧上的圆周角）

∠ACD = ∠ABC（同角的余角相等）

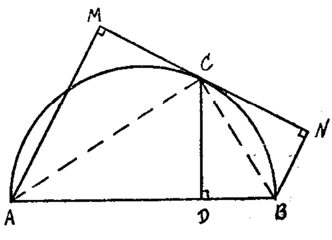

图 6

∴ ∠ACM = ∠ACD.

∴ △AMC≌△ADC.

∴ CM = CD.

同理 CN = CD

∴ CD = CM = CN.

2. ∵ CD⊥AB，∠ACB = 90°.

$\therefore\quad CD^2 = AD \cdot DB$（比例中项定理）

由1，可知 $AM = AD$，$BN = BD$。

$\therefore\quad CD^2 = AM \cdot BN$。

四、（本题满分12分）

已知 $\log_{18}9 = a(a \neq 2)$，$18^b = 5$，求 $\log_{36}45$。

解法一：$\because\quad 18^b = 5$，$\therefore\quad \log_{18}5 = b$

又 $\log_{18}9 = a$，

$$\therefore\quad \log_{36}45 = \frac{\log_{18}45}{\log_{18}36}$$

$$= \frac{\log_{18}9 + \log_{18}5}{\log_{18}18 + \log_{18}2}$$

$$= \frac{a+b}{1 + \log_{18}18 - \log_{18}9}$$

$$= \frac{a+b}{2-a}.$$

解法二：$\because \log_{18}9 = a$，$\therefore 18^a = 9$。

又 $18^b = 5$，

$\therefore\quad 45 = 9 \times 5 = 18^a \cdot 18^b = 18^{a+b}$

设 $\log_{36}45 = x$，则 $36^x = 45 = 18^{a+b}$

$\therefore\quad \log_{18}36^x = a + b$

故得：

$$x = \frac{a+b}{\log_{18}36} = \frac{a+b}{\log_{18}\dfrac{18 \times 18}{9}}$$

$$= \frac{a+b}{2\log_{18}18 - \log_{18}9} = \frac{a+b}{2-a}.$$

解法三：$\because \log_{18}9 = a$，$\therefore 18^a = 9$

又 $18^b = 5$，

$\therefore\quad 45=9\times5=18^{a}\cdot18^{b}=18^{a+b}$

设 $\log_{36}45=x$，则 $36^{x}=45=18^{a+b}$

$\therefore \log_{18}36^{x}=\log_{18}18^{a+b}$

$x\log_{18}36=(a+b)\log_{18}18$

$$x=\frac{a+b}{1+\log_{18}2}$$

但 $36=2\times18=4\times9$

$\therefore\quad \log_{18}(2\times18)=\log_{18}(2^{2}\times9)$

即 $1+\log_{18}2=2\log_{18}2+\log_{18}9=2\log_{18}2+a$

$\therefore\quad \log_{18}2=1-a$

$$\therefore\quad \log_{36}45=x=\frac{a+b}{1+(1-a)}=\frac{a+b}{2-a}.$$

五、（本题满分20分．本题和第六题选作一题）

已知△ABC三内角的大小成等差数列，$\mathrm{tg}A\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$，求角A、B、C的大小；又知顶点C的对边c上的高等于$4\sqrt{3}$，求三角形各边a、b、c的长．（提示：必要时可验证$(1+\sqrt{3})^{2}=4+2\sqrt{3}$）

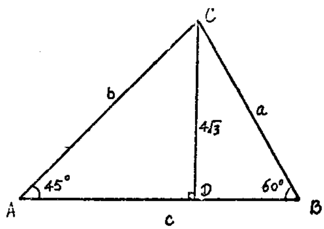

图 7

解法一：设 A＜B＜C．

$\because A+B+C=180^\circ$，$2B=A+C$

$\therefore 3B=180^\circ$，$B=60^\circ$，$A+C=120^\circ$

$\because \mathrm{tg}A\,\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$　　（1）

而 $\mathrm{tg}(A+C)=\dfrac{\mathrm{tg}A+\mathrm{tg}C}{1-\mathrm{tg}A\mathrm{tg}C}$

$$\therefore \operatorname{tg}A+\operatorname{tg}C=(1-\operatorname{tg}A\operatorname{tg}C)\operatorname{tg}(A+C)$$

$$=[1-(2+\sqrt{3})]\operatorname{tg}120^\circ$$

$$=(-1-\sqrt{3})(-\sqrt{3})$$

$$=3+\sqrt{3} \qquad (2)$$

由(1)、(2)知 $\operatorname{tg}A$、$\operatorname{tg}C$ 是 $x^2-(3+\sqrt{3})x+2+\sqrt{3}=0$的二根

解这方程得$(x-1)[x-(2+\sqrt{3})]=0$

$\therefore \quad x_1=1,\quad x_2=2+\sqrt{3}$.

$\because \quad$ 题设 $A<B<C$,

即 $\quad \operatorname{tg}A=1,\ \operatorname{tg}C=2+\sqrt{3}$

$\therefore \quad A=45^\circ,\ C=120^\circ-45^\circ=75^\circ$.

又知C边上的高$CD=4\sqrt{3}$,

$$\therefore \quad a=\frac{4\sqrt{3}}{\sin60^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=8;$$

$$b=\frac{4\sqrt{3}}{\sin45^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=4\sqrt{6};$$

$C=AD+DB$

$=b\cos45^\circ+a\cos60^\circ$

$$=4\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+8\cdot\frac{1}{2}=4\sqrt{3}+4.$$

解法二：设 $A<B<C$.

$\because A+B+C=180^\circ,\ 2B=A+C$

$\therefore 3B=180°$，$B=60°$.

$A+C=120°$ (1)

$\because \text{tg}A\text{tg}C=2+\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{\sin A\sin C}{\cos A\cos C}=2+\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{-\dfrac{1}{2}[\cos(C+A)-\cos(C-A)]}{\dfrac{1}{2}[\cos(C+A)+\cos(C-A)]}$

$=2+\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{-[\cos 120°-\cos(C-A)]}{\cos 120°+\cos(C-A)}=2+\sqrt{3}$

$$\frac{-\left[-\dfrac{1}{2}-\cos(C-A)\right]}{-\dfrac{1}{2}+\cos(C-A)}=2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1+2\cos(C-A)}{-1+2\cos(C-A)}=2+\sqrt{3}$$

$1+2\cos(C-A)=-2-\sqrt{3}+(4+2\sqrt{3})$

$\cos(C-A)$

$(2+2\sqrt{3})\cos(C-A)=3+\sqrt{3}$

$\cos(C-A)=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore C-A=60°$ (2)

由(1)、(2)得 $A=45°$，$C=75°$.

其余同解法一。

六、（本题满分20分）

已知：α、β为锐角，且$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$，$3\sin2\alpha-2\sin2\beta=0$，

求证：$\alpha+2\beta=\frac{\pi}{2}$。

证法一：由$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$　得$3\sin^2\alpha=1-2\sin^2\beta$
$=\cos2\beta$，

由$3\sin2\alpha-2\sin2\beta=0$　得$6\sin\alpha\cos\alpha=2\sin2\beta$，

$\because$ α、β都是锐角，$\therefore\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\sin2\beta$都不为零，

$$\therefore\frac{3\sin^2\alpha}{6\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos2\beta}{2\sin2\beta}$$

$\therefore\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{ctg}2\beta$。

即 $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-2\beta\right)$

$$\therefore\alpha=\frac{\pi}{2}-2\beta$$

$$\therefore\alpha+2\beta=\frac{\pi}{2}.$$

证法二：由$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$，得$3\sin^2\alpha=\cos2\beta$

由$3\sin2\alpha-2\sin2\beta=0$，得$\sin2\beta$

$$=\frac{3}{2}\sin2\alpha=3\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\therefore\sin^22\beta+\cos^22\beta=9\sin^2\alpha\cos^2\alpha+9\sin^4\alpha$$

$$\therefore\quad 1=9\sin^2\alpha(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)$$

$$\therefore\quad 1=9\sin^2\alpha$$

$$\therefore\quad \sin^2\alpha=\frac{1}{9}$$

$\because \alpha$ 为锐角，$\therefore \sin\alpha = \dfrac{1}{3}$.

$$
\begin{aligned}
\sin(\alpha + 2\beta) &= \sin\alpha\cos2\beta + \cos\alpha\sin2\beta \\
&= \sin\alpha(3\sin^2\alpha) + \cos\alpha(3\sin\alpha\cos\alpha) \\
&= 3\sin\alpha(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) \\
&= 3\sin\alpha \\
&= 3 \times \frac{1}{3} \\
&= 1
\end{aligned}
$$

$\because 0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$，$0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$，　$\therefore 0 < \alpha + 2\beta < \dfrac{3\pi}{2}$.

$\therefore \alpha + 2\beta = \dfrac{\pi}{2}$.

证法三：由$3\sin2\alpha - 2\sin2\beta = 0$，得

$6\sin\alpha\cos\alpha = 4\sin\beta\cos\beta$

$3\sin\alpha\cos\alpha = 2\sin\beta\cos\beta$

$\therefore 9\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 4\sin^2\beta\cos^2\beta$

$9\sin^2\alpha(1 - \sin^2\alpha) = 4\sin^2\beta(1 - \sin^2\beta)$　(1)

由$3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1$　得

$\sin^2\beta = \dfrac{1}{2}(1 - 3\sin^2\alpha)$　(2)

(2)代入(1)得

$$
\begin{aligned}
&9\sin^2\alpha(1 - \sin^2\alpha) \\
&= 4\cdot\frac{1}{2}(1 - 3\sin^2\alpha)\cdot\left[1 - \frac{1}{2}(1 - 3\sin^2\alpha)\right] \\
&= 2(1 - 3\sin^2\alpha)\cdot\frac{1}{2}(1 + 3\sin^2\alpha) \\
&= 1 - 9\sin^4\alpha
\end{aligned}
$$

$\therefore 9\sin^2\alpha - 9\sin^4\alpha = 1 - 9\sin^4\alpha$

$\therefore 9\sin^2\alpha = 1$

$\because$ α为锐角，$\therefore \sin\alpha = \frac{1}{3}$

以下同证法一。

七、（本题满分20分，文科考生不要求作此题）

已知函数$y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$（m为实数），

1. m是什么数值时，y的极值是0？

2. 求证：不论m是什么数值，函数图象（即抛物线）的顶点都在同一条直线l_1上。画出$m = -1、0、1$时抛物线的草图，来检验这个结论。

3. 平行于l_1的直线中，哪些与抛物线相交，哪些不相交？求证：任一条平行于l_1而与抛物线相交的直线，被各抛物线截出的线段都相等。

解：1. $y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$

$$= \left(x + \frac{2m+1}{2}\right)^2 - \frac{4m+5}{4}$$

$\therefore$ y的极小值为$-\frac{4m+5}{4}$。

$\therefore$ 当y的极值为0时，$4m+5=0$，$m = -\frac{5}{4}$。

2. 函数图象抛物线的顶点坐标为$\left(-\frac{2m+1}{2}, -\frac{4m+5}{4}\right)$

即 $x = -\frac{2m+1}{2} = -m - \frac{1}{2}$

$y = -\frac{4m+5}{4} = -m - \frac{5}{4}$

二式相减得 $x-y=\frac{3}{4}$.

此即各抛物线顶点坐标所满足的方程。它的图形是一条直线，方程中不含m。因此，不论m是什么数值，抛物线的顶点都在这条直线l_1：$x-y=\frac{3}{4}$上。

当 $m=-1$、0、1时，x、y之间的函数关系为

$$y+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$y+\frac{5}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$y+\frac{9}{4}=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$$

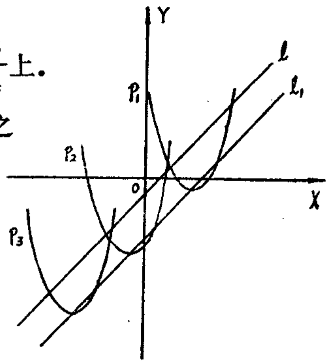

图 8

分别作出它们的图象 P_1、P_2、P_3。

它们的顶点都在直线l_1上。

3．设 l：$x-y=a$ 为任一条平行于 l_1 的直线。

与抛物线 $y=x^2+(2m+1)x+m^2-1$ 方程联立求解。

消去 y，得 $x^2+2mx+m^2-1+a=0$

$$\therefore\quad (x+m)^2=1-a$$

因而当 $1-a\geqslant0$即$a\leqslant1$时，直线 l 与抛物线相交，而$1-a<0$即 $a>1$时，直线 l 与抛物线不相交。

当 $a\leqslant1$时，$x=-m\pm\sqrt{1-a}$，即直线 l 与抛物线两个交点的横坐标为：$-m-\sqrt{1-a}$，$-m+\sqrt{1-a}$。

因直线 l 的斜率为 1，它的倾斜角为45°，所以直线 l 被抛物线截出的线段等于［$(-m+\sqrt{1-a})-$