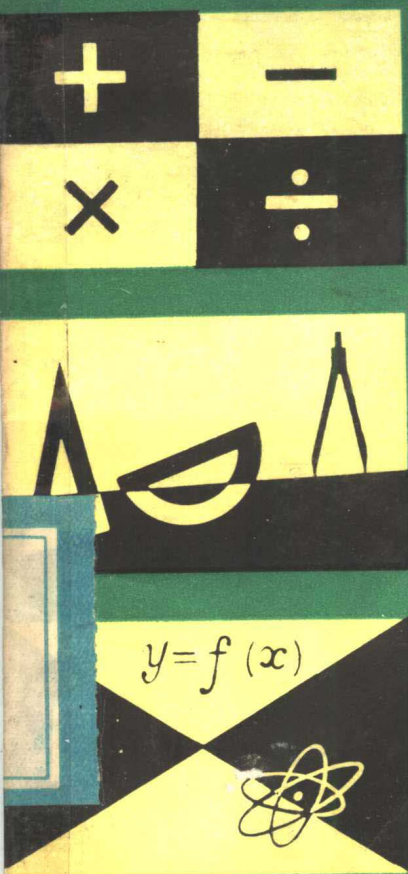


中学课外科学活动丛书

数学课外活动

初中三年级

四川省数学会编



重庆出版社

• 中学课外科学活动丛书 •

数学课外活动

初中三年级

四川省教学会 编

重 庆 出 版 社

一九八三年·重庆

主编

胡世荣(主编初一、初三、高二年级分册)

程汉晋 黄元正(主编初二、高一、高三年级分册)

编写人(以姓氏笔画为序)

孙道杠(编写初中三年级分册) 钟荣安(编写高中三年级分册)

陈文立(编写高中二年级分册) 陆中权(编写高中一年级分册)

张正贵(编写初中一年级分册) 夏树人(编写初中三年级分册)

张明志(编写高中一年级分册) 郭海清(编写初中二年级分册)

欧述芳(编写初中一年级分册) 曹秀清(编写初中二年级分册)

孟季和(编写高中三年级分册) 董安东(编写高中二年级分册)

数学课外活动(初中三年级)

重庆出版社出版(重庆李子坝正街102号)

四川省新华书店重庆发行所发行

达县新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 7 字数 147 千

1983年7月第一版 1983年7月第一次印刷

印数 1—71,500册

书号: 7114·85

定价: 0.58元

出版者的话

打开名家的传记或回忆录，你几乎都会读到，他们在青少年时代曾爱上某门学科，醉心于阅读、作文、演说、实验、观察……正是这些丰富多彩的课外活动培养了他们的实践能力、探索精神和爱国热情，才使他们走上了成材之路。所以，有教育家作了这样的归纳和总结：课内打基础，课外出人才。

成绩合格、文凭在手的学生，讲话不知所云，实验手忙脚乱，论文词不达意的不是随处可见吗？究其原因，恐怕是课内锻炼不够。至于治学科研、号召鼓动、调度指挥、运筹决策，更难从课堂学到。而这一切，恰恰可以从课外活动中得到启蒙、锻炼、培养。

课外活动（也叫兴趣活动）历来为教育工作者所重视。尽管曾经受到过“炼钢”、“造反”、“升学率”等的冲击，它仍在有识见的校长、教师的倡导下自发地或有组织地展开着。但是，由于缺少系统的活动材料，教师找得苦，学生“饿”得慌，活动时时常为之中断。

为此，我们决定出版《中学课外科学活动丛书》，系统地为学生课外活动提供材料。《丛书》将包括数学、物理、化学、生物、地理、无线电、航模、舰模、医护等九门学科；每门学科均分年级出书。各科各年级的活动材料都紧扣教学大纲，密

切结合教材而又略有延伸，“猫腰拣”的偏少，“跳着够”的略多。每册均有讲座、讨论、实验、观察、制作、讲演、竞赛、游戏、表演等多种形式；选材富有情趣，叙述力求生动。

中国数学会1982年沈阳会议纪要中建议：“举行多种数学课外活动，以满足那些对数学有兴趣和有才能的学生的需要，让他们生动活泼的、自由的发展。”

显然，这样的话对任何学科都适用。

愿我们这套丛书对中学生的课外科学活动有所推动。

祝对科学有兴趣和有才能的中华少年能从这套丛书中得到启发和鼓舞，更加生动活泼地、自由地向前发展！

一九八三年三月

本册使用说明

一、本册内容未超出初中三年级所学，先后安排与课堂教学大致相同。使用时可先后颠倒，也可跳跃进行，以不与课堂教学脱节为宜。

二、考虑到初三学生面临升学，我们介绍了较多的初中数学综合基础知识。

三、本册共有22个活动材料，若两周过一次活动，足够一学年之用。

四、每个活动材料按90分钟设计，可视具体情况适当增删。

五、绝大多数材料后面都附有参考资料目录，若认真查阅研究，大概会使该活动更加丰富多彩，收效更大。

六、活动材料既象戏剧的“脚本”，有台词，有内容；还附有少量的“导演提示”，交代活动的起承转合，希望中学师生阅读后就能“动”。

注 《数学课外活动》共出六册：初中一年级到高中三年级，每年级使用一册。

目 次

代 数 部 分

- 一、坐标系与函数概念的由来(数学史话)……………(1)
- 二、一次函数的图象(看图答问)……………(10)
- 三、阿基米德突然想到的问题(讲故事)……………(19)
- 四、用序轴法解不等式(解题接力赛)……………(28)
- 五、列不等式解应用题(自己编题)……………(36)
- 六、正弦定理、余弦定理的应用(讲讲练练)……………(43)
- 七、学习质量的自我管理(统计实验)……………(53)

几 何 部 分

- 八、简易测量(室外测量)……………(60)
- 九、刘徽和《海岛算经》(中国古代数学史话)……………(67)
- 十、自制放缩尺(教具制作)……………(74)
- 十一、五角星与黄金分割(故事、作图)……………(82)
- 十二、三角形的五心(讲座)……………(90)
- 十三、祖冲之和圆周率(谈史)……………(99)
- 十四、常用辅助线(讲座)……………(106)
- 十五、四种命题间的关系(游戏)……………(115)

综 合 部 分

十六、比例线段证题(讲讲练练)	(120)
十七、几何题的三角证法(讲座)	(128)
十八、奇怪的结论(数学魔术)	(135)
十九、平面几何中的定值问题(讲座)	(145)
二十、面积法(讲讲练练)	(155)
二十一、初中数学基础知识综合练习(解题比赛)	(166)
二十二、一题多解(讲讲练练)	(174)

附：部分练习答案

一、坐标系与函数 概念的由来

内容：介绍笛卡尔等数学家的贡献。

形式：数学史话。

说明：在学完“函数”与“平面直角坐标系”两节后，可由教师讲述，亦可安排学生经过准备进行讲述。

§1.1 笛卡尔的贡献

同学们，最近我们学习了“平面直角坐标系”，这是一个很重要的内容。有了平面直角坐标系，函数就可以通过它的图象直观、形象地表达出来。直角坐标系是谁首先创立的呢？是17世纪法国的数学家笛卡尔（Descartes, 1596—1650）。笛卡尔还在此基础上创造了用代数方法来研究几何图形的数学分支——解析几何。他把过去对立着的两个研究对象“形”和“数”统一起来，并在数学中引入“变量”，完成了数学史上一项划时代的变革。恩格斯对此作了很高的评价，他说：“数学



图1-1 笛卡尔

中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学”。（《自然辩证法》1971年译本P236。）

（一）蜘蛛的启示

那么，笛卡尔是怎么创立直角坐标系的呢？传说中有这么一个故事——有一次，笛卡尔生病卧床，但他头脑一直没有休息，在反复思考一个问题：几何图形是直观的，而代数方程则比较抽象，能不能用几何图象来表示方程呢？这里，关键是如何把组成几何图形的点和满足方程的每一组“数”挂上钩。他就拼命琢磨，通过什么样的办法，才能把“点”和“数”联系起来。突然，他看见屋顶角上的一只蜘蛛，拉着丝垂下来了，一会儿，蜘蛛又顺着丝爬上去，在上边左右拉丝。蜘蛛的“表演”，使笛卡尔思路豁然开朗。他想，可以把蜘蛛看做一个点，它在屋子里可以上、下、左、右运动，能不能把蜘蛛的每个位置用一组数确定下来呢？他又想，屋子里相邻的两面墙与地面交出了三条线，如果把地面上的墙角作为起点，把交出来的三条线作为三根数轴，那么空间中任意一点的位置，不是都可以用在这三根数轴上找到的有顺序的三个数来表示了吗？反过来，任意给一组三个有顺序的数，例如3、2、1，也可以用空间中的一个点P来表示它们（如图1—2）。于是，在蜘蛛的启示下，笛卡尔创建了直角坐标系。

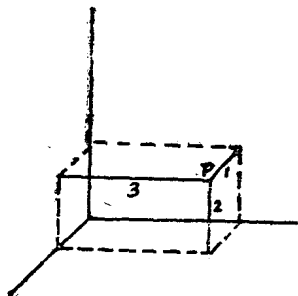


图1—2

这个有趣的故事，就象牛顿看到苹果落地、瓦特看到蒸汽冲起开水壶盖的故事一样，说明笛卡尔在创建直角坐标系的过程中，很可能是受到过周围一些事物的启发，触发了灵感。但这“蜘蛛的启示”是不是决定的因素呢？自古以来，许许多多人都看见过蜘蛛结网，为什么这之前没有人由此想到建立直角坐标系呢？原来，这与笛卡尔长期的刻苦钻研是分不开的。下面我们再讲几个有关笛卡尔的故事。

（二）毕生研究的结晶

笛卡尔，1596年3月31日生于法国土伦的一个小城拉哈耶，父亲是个相当富裕的律师。八岁时，他父亲把他送到一所耶稣会学校读书。他在学习遇到一个很大的困难，就是他身体不好。学校为此允许他每天早晨在床上学习，他充分利用这个条件，化不利因素为有利因素，每天早晨在床上认真读书、思考，学到了许多知识，这种习惯一直保持到老。

他二十岁时，毕业于普瓦界大学，便继承他父亲的事业，去巴黎当了律师。在那里，他结识了一批酷爱数学的朋友，花了一年的时间研究数学。1617年，他投入奥拉日王子的军队，时而在军队服役，时而在巴黎狂欢作乐。这种浪荡生活，很可能使一个有才华的青年消沉下去，以致一事无成。有一天，他在荷兰南部布勒达的街头散步，被一张荷兰文写的招贴吸引住了。他不懂荷兰文，便请求站在旁边的一个人译成法文给他看。这人正好是多特学院的院长毕克门，他答应了这一请求。原来这张广告是当时数学家的一张挑战书，列有难题，广征答案。笛卡尔在几小时内解答出了这些挑战性难题，毕克门院长大为佩服。笛卡尔从此增强了学好数学的信心，开始集中精力，专心致志地去钻研数学。

1619年，笛卡尔在多瑙河畔的诺伊堡军营里，终日沉迷在深思之中，考虑哲学和数学问题。11月10日晚上，他极为兴奋，入睡后头脑也不能平静，接连做梦。梦中他正在进行一次军事行动，他想用数学方法去解决问题。后来他回忆：“第二天，我开始懂得这惊人发现的基本原理。”这就是指他得到建立解析几何的线索。而用数学方法去解决实际问题，则是他的一个指导思想。

1621年，他终于脱离军队，专门从事科学研究。1628年，他避开尘嚣过甚的巴黎，移居荷兰，埋头著述20年之久。1637年6月8日，他在莱顿出版《方法论》一书，后面有三篇附录，其中第三篇——117页的《几何学》，就是数学史上解析几何的奠基之作。由此可见，笛卡尔建立直角坐标系和创立解析几何，决不是他灵机一动的产物，而是他研究了一生的结晶！

1649年，53岁的笛卡尔被邀请去瑞典做女皇克利斯提娜的教师，不幸数月以后，他便在斯德哥尔摩因患肺炎而逝世。

有趣的是，笛卡尔并不只是一个数学家，他又是一个著名的哲学家，是近代生物学的奠基人，还是第一流的物理学家，他还从事文学创作。广泛的兴趣、细心的观察、深入的思考，使他只用了自己精力中的一部份，就为数学创造了极其有用的方法。

(三)并非一个人的功劳

但是，应当进一步指出，坐标法与解析几何的发明，也不完全是笛卡尔一个人的功劳。

首先，这是时代的产物。十七世纪，资本主义迅速发展，促进了天文、航海和科学技术的发展，对数学不断提出新的

课题。例如：远航船只加大，造船工人需要更好地掌握浮体的运动规律；要知道船只在大海中的位置，就要确定经纬度，这就需要更精确地掌握天体运行的规律；要改善枪炮的性能，就要精确地掌握抛射体的运动规律。而在这些研究中，涉及到的已经不是常量而是变量，并且这些变量不是孤立的而是互相联系的。传统的静止、孤立的数学方法已经不能解决上述问题。这就是笛卡尔在十七世纪三十年代发明解析几何的社会背景。

同时，这种发明，也是许多数学家在总结老一辈数学家和广大人民群众经验的基础上共同努力的结果。事实上，在笛卡尔的《几何学》出版以前，法国业余数学家费尔马(Fermat, 1601—1665)就独立得到解析几何的要旨。笛卡尔虽然引入了变量的思想，但没有使用变量这一术语。在数学史上使用“变量”这个术语最早的，是瑞士数学家约翰·贝努利(Johann Bernoulli, 1667—1748)。“横坐标”、“纵坐标”、“坐标”这些名称，笛卡尔也没有使用过。“纵坐标”在1694年才由德国数学家莱布尼兹(Leibniz, 1646—1716)正式使用；“横坐标”到18世纪才由瑞士数学家沃尔夫(Wolf, 1679—1754)等人引入；“坐标”一词，也是莱布尼兹在1692年首先创用的。其他对解析几何作过贡献的人还很多，比如，意大利的卡发雷利(Cavalieri, 1598—1647)也是解析几何的先驱者，他最先使用极坐标求阿基米德螺旋线下的面积；而第一个将极坐标看作在平面上确定点的位置的，则是英国数学家牛顿(Newton, 1642—1727)。笛卡尔只不过是创建解析几何中最突出的一个代表罢了。

§1.2 “函数”概念的由来

(一)“函数”一词的最早使用

笛卡尔把变量引入数学以后，随之而来的便是“函数”概念。函数与变量的关系非常密切，它们在历史上是同时出现的。不过笛卡尔也没有用过“函数”这个词。

“函数”(拉丁文functio)这个词被用作数学的术语，最早的是莱布尼兹，他在1692年第一次用这个词。最初他用函数一词表示幂，比如 x ， x^2 ， x^3 都叫函数；后来他又用函数一词表示在直角坐标系中，曲线上一点的横坐标、纵坐标等等。这两种意义，可分别看做函数的代数起源和几何起源。

(二)“函数”概念的扩张

随着时代的发展，函数这个概念也不断扩张。

1718年，瑞士数学家约翰·贝努利给出的函数定义是：“由某个变量及任意的一些常数结合而成的数量。”意思是，凡是变量 x 和常量所构成的式子都叫做 x 的函数。这种函数都需要用公式表示。

1748年—1775年，瑞士数学家欧拉(Euler, 1707—1783)对函数先后使用了三种定义：(1)解析表达式；(2)由曲线所确定的关系；(3)依赖变化。在欧拉的后两种定义中，就不强调函数要用公式表示了，比如第二种就是讲的函数的图象表示法。

欧拉是18世纪最多产的数学家。他28岁时，一只眼睛瞎了，59岁时另一只眼睛也瞎了，在双目失明的情况下，他又工作了十七个年头。他一生发表了530本(篇)著作，逝世后经人整理又发表了356本(篇)。他一生对函数理论的发展作出了

很大的贡献。函数记号 $f(x)$ 就是他于1734年首先采用的。他还引入过其他许多数学符号，比如三角函数符号 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\operatorname{tg} x$ ，无理数 e ，虚数单位 i ，等等。

最早提出与现行中学数学课本上函数定义类似定义的，是19世纪法国数学家哥西(Cauchy, 1789—1857)。哥西于1821年提出如下定义：“在某些变数间存在着一定的关系，当一经给定其中某一变数的值，其它变数的值可随着而确定时，则将最初的变数叫做自变数，其它各变数叫做函数。”在哥西的定义中，首先出现了自变数(即自变量)一词。

与哥西同时期的德国数学家黎曼(Riemann, 1826—1866)，提出了我们在六十年代以前数学教科书中所用的函数定义：“如果某一个量依赖于另一个量，若后一个量变化时，前一个量也随着变化，并有完全确定的值与之对应，那么，就把前一个量叫做后一个量的函数。”这里，突出了变量之间的依赖、变化的关系，反映了函数概念的本质属性。

不过，“自变量”这个提法本身也有缺点，因为变量必定依赖于时间而变，也就是它必定是时间的函数，不可能脱离时间而“自变”。19世纪七十年代，德国数学家康托尔(Cantor, 1845—1918)提出集合论后，初步摆脱了这一困境，函数便明确地定义为集合间的对应关系。这便是目前一般数学教科书所用的“集合对应”定义，它使函数这个概念更准确，应用的范围更广泛了。

(三) 汉语中“函数”一词的由来

汉语中的“函数”，是个意译词，就象“收音机”、“自行车”一样，是把外文的词按意思转译过来的。它是我国清代数学家李善兰(1811—1882)在译著《代微积拾级》中首先使用

的。中国古代“函”字与“含”字通，都有“包含”之意。李善兰的函数定义是：“凡式中含天，为天之函数。”中国古代数学中，“天”表示未知数或自变量，相当于 x 。这个定义即是：“在一个式子中包含着变量 x ，那么这个式子就是 x 的函数。”它大致相当于欧拉的函数解析表达式定义。



图1—3 李善兰

李善兰在翻译和著作中，还创造了不少数学术语，如“微分”、“积分”这两个数学名词，就是他首创的。汉语“变数”这个词，也是他最先使用的。

练习与思考

1. 请同学们搜集阅读有关资料，讨论下列问题：你从笛卡尔建立直角坐标系的故事中受到什么启发？你今后准备用什么态度对待学习中遇到的困难？为了把我国建成为高度文明、高度民主的社会主义国家，你树立了什么理想？

2. 你能提出一个画不出图象的函数吗？试用函数的概念判定，下面这个“函数”是不是函数：

当自变量取有理数时，函数值为1；当自变量为无理数时，函数值为0。即

$$y = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时;} \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时.} \end{cases}$$

3. 填表:

	函 数	使函数有意义的 x 的实数范围
(1)	$y = \sqrt{-x^2}$	
(2)	$y = \sqrt{(-x)^2}$	
(3)	$y = 10^{\lg x}$	
(4)	$y = \lg 10^x$	

(此系1982年文史类高考题。尚未学对数的同学可暂不做(3)(4)小题)。

参考书目

1. 梁宗巨:《世界数学史简编》, P195—P210. (辽宁人民出版社)
2. 李毓佩:《初中课程补充读物丛书·数学·代数部份》, P101—P112. (山西人民出版社)
3. (美)M·克莱因:《古今数学思想》第二册, 1979年译本, P3—P18. (上海科学技术出版社)

一切科学只有在它成功地运用数学时, 才算达到了真正完善的地步。

——马克思

愈学习, 愈发现自己的无知。

——笛卡尔
