

新世纪百科
知识金典
XINSHIJI
BAIKE ZHISHI
JINDIAN

重庆出版社

走进 数学王国 1

潘庆平等 编著

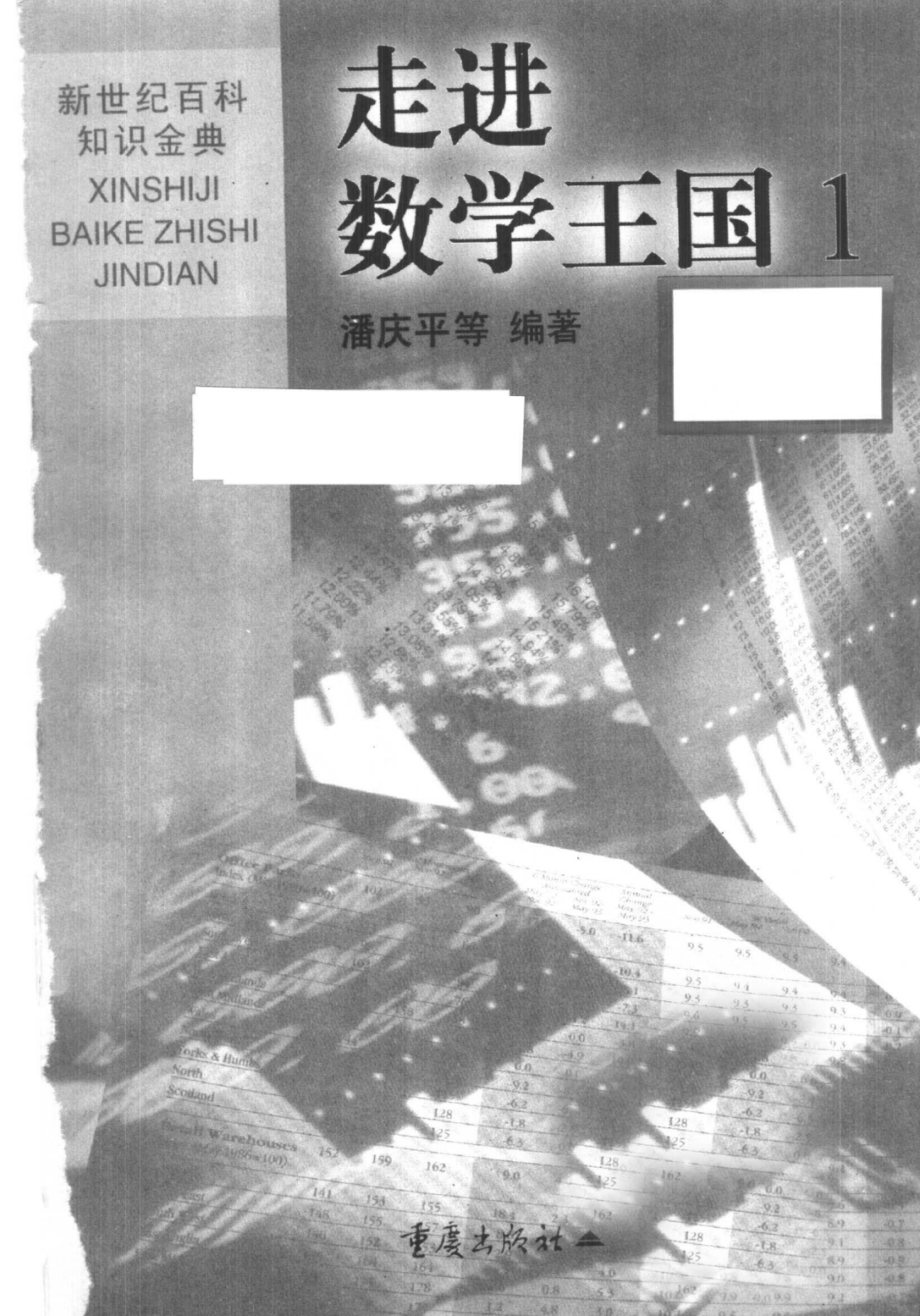
Office Index (May 1986=100)	May 92	May 90	6 Month Change		Annual Change	Nov 91	Nov 92	Nov 93
			May 92	May 91				
London	102	99	90	-5.0	-11.6	9.5	9.5	9.4
Manchester	102	99	90	-5.0	-11.6	9.5	9.5	9.4
Midlands	102	99	90	-5.0	-11.6	9.5	9.5	9.4
North	102	99	90	-5.0	-11.6	9.5	9.5	9.4
Scotland	102	99	90	-5.0	-11.6	9.5	9.5	9.4
Small Warehouses	152	159	162	9.0	4.0	6.0	10.1	6.0
East	141	153	155	8.4	2.0	10.1	9.9	9.1
West	148	155	157	8.8	2.0	10.1	9.8	8.9
South	150	152	153	8.8	2.0	10.1	9.8	8.9
North	150	152	153	8.8	2.0	10.1	9.8	8.9
Scotland	150	152	153	8.8	2.0	10.1	9.8	8.9

新世纪百科
知识金典

XINSHIJI
BAIKE ZHISHI
JINDIAN

走进 数学王国 1

潘庆平等 编著



Index (1986=100)	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
...	101	102	103	104	105	106	107	108	109
...	102	103	104	105	106	107	108	109	110
...	103	104	105	106	107	108	109	110	111
...	104	105	106	107	108	109	110	111	112
...	105	106	107	108	109	110	111	112	113
...	106	107	108	109	110	111	112	113	114
...	107	108	109	110	111	112	113	114	115
...	108	109	110	111	112	113	114	115	116
...	109	110	111	112	113	114	115	116	117
...	110	111	112	113	114	115	116	117	118
...	111	112	113	114	115	116	117	118	119
...	112	113	114	115	116	117	118	119	120
...	113	114	115	116	117	118	119	120	121
...	114	115	116	117	118	119	120	121	122
...	115	116	117	118	119	120	121	122	123
...	116	117	118	119	120	121	122	123	124
...	117	118	119	120	121	122	123	124	125
...	118	119	120	121	122	123	124	125	126
...	119	120	121	122	123	124	125	126	127
...	120	121	122	123	124	125	126	127	128
...	121	122	123	124	125	126	127	128	129
...	122	123	124	125	126	127	128	129	130
...	123	124	125	126	127	128	129	130	131
...	124	125	126	127	128	129	130	131	132
...	125	126	127	128	129	130	131	132	133
...	126	127	128	129	130	131	132	133	134
...	127	128	129	130	131	132	133	134	135
...	128	129	130	131	132	133	134	135	136
...	129	130	131	132	133	134	135	136	137
...	130	131	132	133	134	135	136	137	138
...	131	132	133	134	135	136	137	138	139
...	132	133	134	135	136	137	138	139	140
...	133	134	135	136	137	138	139	140	141
...	134	135	136	137	138	139	140	141	142
...	135	136	137	138	139	140	141	142	143
...	136	137	138	139	140	141	142	143	144
...	137	138	139	140	141	142	143	144	145
...	138	139	140	141	142	143	144	145	146
...	139	140	141	142	143	144	145	146	147
...	140	141	142	143	144	145	146	147	148
...	141	142	143	144	145	146	147	148	149
...	142	143	144	145	146	147	148	149	150
...	143	144	145	146	147	148	149	150	151
...	144	145	146	147	148	149	150	151	152
...	145	146	147	148	149	150	151	152	153
...	146	147	148	149	150	151	152	153	154
...	147	148	149	150	151	152	153	154	155
...	148	149	150	151	152	153	154	155	156
...	149	150	151	152	153	154	155	156	157
...	150	151	152	153	154	155	156	157	158
...	151	152	153	154	155	156	157	158	159
...	152	153	154	155	156	157	158	159	160
...	153	154	155	156	157	158	159	160	161
...	154	155	156	157	158	159	160	161	162
...	155	156	157	158	159	160	161	162	163
...	156	157	158	159	160	161	162	163	164
...	157	158	159	160	161	162	163	164	165
...	158	159	160	161	162	163	164	165	166
...	159	160	161	162	163	164	165	166	167
...	160	161	162	163	164	165	166	167	168
...	161	162	163	164	165	166	167	168	169
...	162	163	164	165	166	167	168	169	170
...	163	164	165	166	167	168	169	170	171
...	164	165	166	167	168	169	170	171	172
...	165	166	167	168	169	170	171	172	173
...	166	167	168	169	170	171	172	173	174
...	167	168	169	170	171	172	173	174	175
...	168	169	170	171	172	173	174	175	176
...	169	170	171	172	173	174	175	176	177
...	170	171	172	173	174	175	176	177	178
...	171	172	173	174	175	176	177	178	179
...	172	173	174	175	176	177	178	179	180
...	173	174	175	176	177	178	179	180	181
...	174	175	176	177	178	179	180	181	182
...	175	176	177	178	179	180	181	182	183
...	176	177	178	179	180	181	182	183	184
...	177	178	179	180	181	182	183	184	185
...	178	179	180	181	182	183	184	185	186
...	179	180	181	182	183	184	185	186	187
...	180	181	182	183	184	185	186	187	188
...	181	182	183	184	185	186	187	188	189
...	182	183	184	185	186	187	188	189	190
...	183	184	185	186	187	188	189	190	191
...	184	185	186	187	188	189	190	191	192
...	185	186	187	188	189	190	191	192	193
...	186	187	188	189	190	191	192	193	194
...	187	188	189	190	191	192	193	194	195
...	188	189	190	191	192	193	194	195	196
...	189	190	191	192	193	194	195	196	197
...	190	191	192	193	194	195	196	197	198
...	191	192	193	194	195	196	197	198	199
...	192	193	194	195	196	197	198	199	200

重庆出版社

责任编辑 赵 剑
封面设计 金乔楠
技术设计 刘黎东

新世纪百科知识金典
走进数学王国 1
潘庆平等 编著

重庆出版社出版、发行 (重庆长江二路205号)
新华书店经销 重庆新华印刷厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张5.75 插页4 字数132千
1999年4月第一版 1999年4月第一版第一次印刷
印数:1—5,000

*

ISBN 7-5366-4168-0/O·22
定价:8.00元

新世纪百科知识金典

◆ 顾问(以姓氏笔画为序):

马少波 王伯敏 刘厚生 乔羽
冰心 全山石 江平 杨子敏
李家顺 张岱年 张振华 柯灵
柳斌 铁木尔·达瓦买提
桑弧 桑桐 秦怡 蒋孔阳
翟泰丰 蔡子民 滕藤 滕久明
戴爱莲 魏巍

◆ 总主编:

张虞 李书敏

◆ 副总主编:

许友梅 陈金才 熊静敏 黑淑琴
蒲华清 薛振安 柏家栋 傅之悦

◆ 总编委(以姓氏笔画为序):

文晓村 王中玉 叶延滨 曲炜
许友梅 陈金才 吴申耀 李书敏
李荣昌 沈寂 张虞 张文槐
杨巍 郑达东 郑可仲 单树瑶
柏家栋 钟代福 徐卓平 夏树人
梁子高 曾如信 傅之悦 黑淑琴
蒲华清 缪新亚 熊静敏 薛振安

撰稿：潘庆平 余永清 周邦祥 孙维伍
王文龙 金克勤 邢云鹏

总序

新世纪

21世纪就在眼前。我们既要把握中华民族全面振兴的极好机遇,同时又要迎接世界各国综合国力主要是经济力的激烈竞争。科技是第一生产力,发展高科技是在综合国力竞争中立于不败之地的关键所在。培养一代有理想、有道德、有文化、有纪律的公民,在综合国力激烈竞争中赢得胜利,是决定中华民族命运的大事。

党的十五大为建设有中国特色社会主义的伟大事业绘制了宏伟的蓝图,赋予了教育文化战线的同志为建设有中国特色社会主义文化而奋斗的光荣任务。青少年是中华民族全面振兴的希望,因此,加强对青少年的教育就提到了全社会的面前。除了课堂的“传道授业”外,更要重视教育与改革开放的伟大实践相结合,面向现代化,面向世界,面向未来,教育青少年树立为中华民族全面振兴而奋发努力的使命感和责任感,托起明天的太阳。

“书籍是人类进步的阶梯”。好的书籍,是精神文明的营养素,是青少年的精神粮食,它在思想道德建设和文化建设中有着不可替代的作用,也是进行科学普及、社会教育和信息传播的重要工具。

改革开放以来,出版了一系列高品位的青少年读物,取得了

很大成绩,但和时代要求相比,同亿万青少年的需要相比,还是远远不够的。一些见利忘义之徒,千方百计制造不堪入目的黄、灰、黑出版物,通过种种非法渠道,流入一些学生的书包课桌,毒害他们的心灵,令人扼腕。形势要求新闻出版界、教育科技界、文化艺术界的同志不断努力,创作编写出更多、更好的内容丰富、情趣高尚的青少年读物。

《新世纪百科知识金典》是一批在教育、文化战线上工作了多年的同志策划组织的。他们辛勤劳作,团结协作,历时三年编写出来。该书包容了许多学科的知识,有别于辞条式的编写方式,把知识的介绍与赏析融为一体,既是传统美德的传播、新知识的普及,又是对前人积累下的知识财富的学习鉴赏,也是迎接21世纪,普及文化科学知识的展示。这是一套兼具思想性、新鲜性、知识性、趣味性特点的读物,其中有许多知识,对青少年来说可能还是陌生的、新鲜的,在日常生活中经常“会面”,而又不知其所以然,本书正可以扫除一些盲点,弥补知识的不足。

这么多同志默默无闻地耕耘着这方土地,可谓功德无量。无怪乎许多专家学者、前辈名家对这套书给予热情指导与支持,并乐意为每个分册命笔题词。

我希望《新世纪百科知识金典》编写出版会受到广大青少年读者的欢迎,成为青少年喜爱的良师益友,我也希望有更多的同志为广大的青少年创造更多更好的精神粮食。

1998年2月



目
录

总序 翟泰丰 1

一、算术类

高斯算术题 1
蒙杰速算题 2
百鸟诗题 4
猜谜的算术题 7
冰雹猜想 9
魔变平方和 11
七个7的算题 14
反演法算题 20
古算“铺地锦” 22
砝码问题 24
奇怪的“6174” 25
爱神的仙果 28
“格纳摩”问题 31
刻在墓碑上的数学题 33
草片上的数字之谜 35

托尔斯泰喜欢的算题	38
-----------------	----

二、益智类

尼姆游戏	41
七巧板	43
巧搬火柴	45
幻方	47
油瓶分油问题	50
30 个瓶子的算题	53
幻六边形	55
船夫的难题	58
六个商人渡河	60
高塔逃生	62
诗人之死	65
最古老的剪拼难题	67

三、代数类

e 的由来	70
汽车牌号	73
兄弟分绢	75
两鼠挖洞	77
猴子分苹果	79
饿狼扑兔	82
农妇卖鸡蛋	84
丢番都方程	86
百羊问题	88
遗产问题	90
巧分马匹	92

酒坛计数	95
梵塔金片问题	97
棋盘里的麦粒	99
苹果问题	101
分大麦	103
五人分面包	105
两个正方形	107
$\sqrt{2}$ 的证明	109
十兄弟分银子	111
骡子和驴	113
王冠含金量问题	115
孙子定理	117
斐波那契数列	120
猫捉老鼠	123
丢番都算题	124
稻禾求实	127
鸡兔同笼	130
有女善织	132
换油调漆	134
买卖相折	137
波兰竞赛题	139
百鸡问题	142
五家共井	144
柯西不等式	147
卡尔丹诺问题	150
毕氏三元数组	152
阿基米德级数	155
宫廷竞赛算题	158

拜斯卡拉等式	160
三次方程的通式解	162
拜斯卡拉方程	165
笛卡儿问题	166
两个邮递员	168
韦达问题	171

一、算术类

高斯算术题

1787年,刚满10岁的高斯上了小学三年级.三年级的数学教师名叫彪特耐尔,是个知识渊博的老教师,刚从都市来到这个乡下学校.老师在黑板上出了一道题目,要三年级的学生计算从1加到100的和是多少?老师刚把题目讲述完毕,高斯就把答案写在小石板上交了上去.彪特耐尔接过来一看,大吃一惊,便用欣喜的目光盯着小高斯.

彪特耐尔出的题目是:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 = ?$$

高斯的做法是: $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101$, $4 + 97 = 101$, \cdots , $48 + 53 = 101$, $49 + 52 = 101$, $50 + 51 = 101$, 恰好有50对,因而 $1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 = 101 \times 50 = 5050$.

彪特耐尔查看了其它同学的演算方法,没有一个学生是像高斯这样用巧妙方法计算的,他马上意识到高斯是个非同一般的人才,很可以培养成数学大家的.此后,他经常到汉堡去买些数学书送给高斯,又特地嘱咐他的助手、青年教师巴特尔斯对高斯要特别关照.在后来的学习之中,巴特尔斯常和高斯一起磋商问题,互相启发,教学相长,双双成为数学史上的知名人物.

【赏析】 如果说,高斯是匹千里马,他的老师彪特耐尔是相马的伯乐,那么,彪特耐尔就是通过这道算术题才相中这四千里马的.一道普通的数学题目竟成了发现人才的契机,这题目也就非同一般了.

高斯采用的求和算法很巧妙,关键是他运用了级数知识.求 $1+2+\cdots+99+100$ 之和,实际上是求等差数列 $1, 2, 3, \cdots, 99, 100$ 前 100 项之和.等差数列求和公式 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

在上述算题中, $a_1 = 1, n = 100, a_{100} = 100$, 代入后计算 $S_{100} = \frac{1+100}{2} \times 100 = 5050$. 高斯用“首尾”相加的方法,其本质就是 $a_1 + a_n$. 与等差数列的求和公式完全是一个道理.

蒙杰速算题

十九世纪中叶,法国图尔出了个善于进行复杂计算的“神童”,名叫阿里·蒙杰.

阿里·蒙杰的父母都是没有多少文化的农民.但小蒙杰才智超人,孩提时代起就有惊人的速算才能.1840年,小蒙杰在图尔市寄宿中学念书,因为他能快速心算,得到了学校校长的器重.校长有个好朋友名叫鲍赛列(Poncelet),当时在巴黎科学院当院长.有一次鲍赛列到寄宿中学访友,校长便把小蒙杰介绍给鲍赛列,说他是心算“神童”.鲍赛列把小蒙杰叫来,当场考试.鲍赛列给小蒙杰出了两道题:756的平方是多少?52年里有多少秒?

蒙杰立即给出了正确的答案.

鲍赛列为此吃了一惊,顿觉小蒙杰确实具有神奇的速算才能,便于这年年底,组织了一个由著名数学家柯西、刘维尔、斯图姆等参加的专门小组,对阿里·蒙杰进行了速算测验,让他用心

算回答一些复杂的难题.1840年12月14日进行了一场测验,测验的题目是:

- 1.哪两个数的平方差是133?
- 2.1204的平方和1006的立方各是多少?
- 3.一个数的立方与84之和等于这个数与37之积,这个数是多少?

【题解】关于第一道题的答案,据记载说,小蒙杰回答得非常快,提问题者话音刚落,他就答道:66和67.当有人告诉他还有更简单的解时,他略加思索便说,另一组解是13和6.小蒙杰的快速计算,主要技巧在于应用了平方差公式,灵活地凑出两组答案.

设所求两数为 x 、 y ,由题设知:

$$x^2 - y^2 = 133$$

$$\text{即 } (x + y)(x - y) = 133 = 133 \cdot 1 = 19 \cdot 7$$

$$\text{由 } \begin{cases} x + y = 133 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 67 \\ y = 66 \end{cases}$$

$$\text{由 } \begin{cases} x + y = 19 \\ x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 6 \end{cases}$$

关于第二道题的答案,阿里·蒙杰不加思索,正确答案脱口而出.他的解题技巧是娴熟地运用乘法公式,化繁为简.事实上:

$$\begin{aligned} 1204^2 &= (1200 + 4)^2 = 1200^2 + 2 \cdot 4 \cdot 1200 + 4^2 \\ &= 1440000 + 9600 + 16 \\ &= 1449616 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1006^3 &= (1000 + 6)^3 \\ &= 1000^3 + 3 \cdot 1000^2 \cdot 6 + 3 \cdot 1000 \cdot 6^2 + 6^3 \\ &= 1000000000 + 18000000 + 108000 + 216 \\ &= 1018108216 \end{aligned}$$

关于第三道题的答案,小蒙杰以极快速度回答,这个数是3

或者 4. 很容易检验他的答案是正确的, 因为

$$3^3 = 27, 27 + 84 = 111 = 3 \cdot 37;$$

$$4^3 = 64, 64 + 84 = 148 = 4 \cdot 37$$

[赏析] 阿里·蒙杰是数学史上最早出名的速算者之一. 速算是数学计算技巧的一种, 速算者善于快速计算, 除了一些运算上的娴熟之外, 还有计算方法上的灵活. 蒙杰的神奇除了他的运算速度较快外, 也有它解题技巧上的灵活性, 如求 1204 的平方, 拆成两个数的平方, 计算起来就方便些. 后世的许多速算技巧都效仿蒙杰的做法.

百鸟诗题

数学计算是一切运算的基础, 学数学就是从数字的四则运算开始的. 正确地进行数字计算, 必须多动脑筋, 掌握数字的各自特性和运算法则, 加以灵活运用.

有这样一道颇有名气的计算题: 用 +、-、×、÷ 这四种运算符号以及括号, 把四个 3 连结成一个算式, 使其结果分别等于从 1 到 9 这九个数. 这就是灵活运用运算符号的一个生动例子. 答案很清楚, 应是下列九个算式:

$$(3+3) \div (3+3) = 1$$

$$3 \div 3 + 3 \div 3 = 2$$

$$3 + 3 \times (3 - 3) = 3$$

$$(3 \times 3 + 3) \div 3 = 4$$

$$(3+3) \div 3 + 3 = 5$$

$$3 \times 3 \div 3 + 3 = 6$$

$$3 \div 3 + 3 + 3 = 7$$

$$3 \times 3 - 3 \div 3 = 8$$

$$3 \times 3 + 3 - 3 = 9$$

传统的数字计算题往往都是给出算式求答数,上面这个趣题,却是给出答数,要你“构造”出一个符合题意的算式.用这种形式来培养人的数字计算能力是非常有益的,如今在中小学数学教学中就有不少选择题是以构造式子的方式给出.

用这种方式给出算式有时会显得特别有趣,我国古代流传的论文叙为苏东坡《百鸟归巢图》配题诗的文坛佳话,其实质就是给出了一个构筑算式的趣题.下面我们就作一点扼要的介绍和分析:

研究中国画的史学家告诉我们,中国画在唐宋以前,只讲究画技,不兴题词,没有太多的文字出现在画面上,只是到了明清之后,才开始在画面上题词配诗,以体现“诗中有画,画中有诗”的意境.据载,宋代大文豪苏东坡不仅诗词超群,书画也颇有功底,但苏东坡的画留传下来的很少,《百鸟归巢图》是一直为世人所珍藏的一幅真迹.

到了清代,《百鸟归巢图》的藏主想在苏东坡的画面上配上题诗.请谁来题诗呢?苏东坡的画稿,赫赫有名,一般人是宜来题诗写字的.后来,几经周折,终于请到了状元诗人论文叙.

论文叙,广东南海县人,自幼聪慧,善于吟诗拟联,有急才且又调皮诙谐.相传七岁上私塾,就能和他的老师“对对子”.因他才学超群,后来被南海县推为“冠首童生”到广州参加乡试.乡试期间,众考生去陈家祠堂参观,有一个广西才子名叫柳先开的,见祠内有一只偌大的木雕鳌鱼摆在大梁上,便口吟一联:

梁上鳌鱼,难炒难煎难供客.

广西考生要广东考生应对,一大帮广东秀才你看看我,我看看你,最后让论文叙应对.论文叙一抬眼,见祠堂的大门上贴有关公、张飞的画像,便脱口而出应道:

门中将军,不饮不食不求人。

此对绝妙.柳先开与伦文叙就此结为朋友,双双高中进士。

再说伦文叙给《百鸟归巢图》配诗的事.伦文叙见苏学士笔下的百鸟神态各异、栩栩如生,便在“百鸟”上做了一首诗题写在画上:

天生一只又一只,三四五六七八只;

凤凰何少鸟何多,鸟来鸟去山色里。

四句诗中,前两句是写苏东坡的画面上有 100 只鸟,伦文叙不直接讲是 100 只,而是用一串数字来隐指“百鸟”。

“一只又一只”.可理解是 $1+1=2$,

“三四五六七八只”可理解成是由 3、4、5、6、7、8 这 6 个数字构成 98 的一个算式,因为

$$98 = 3 \times 4 + 5 \times 6 + 7 \times 8$$

而 $98 + 2 = 100$,显然,前两句诗是专指“百鸟”的.这与苏东坡的画题正好相切.而后面两句则是借苏东坡画面上“鸟来鸟去”的内容来抒发自己对文冠三江的苏学士的敬佩之情,伦文叙的诗中,把苏东坡比作凤凰,把自己及其它文人则比作是一般的鸟了。

如果把伦文叙的这首诗当作一道数学题来看待,那它是诗化了的数学题,这类诗化了的数学题在很早以前就已经出现,诗和数学题能够融为一体,足见其间有可相通之处,这也是我们欣赏数学美的一个窗口。