新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

第一次修订

配北师大版·新课标

与最新教材完全同步

重点难点详尽解读

九年级数学「下」

主　编：李　信　杨玉华　李艳华

吉林人民出版社

新教材
完全解读

本书特点

- 本书是一套同步讲解类的辅导书。在编写中，首先落实知识点→连成知识线→形成知识面→结成知识网，对重点、难点详尽解读。
- 本书将为您排除学习中的障碍。对思维误区、疑难易错题、一题多解题都指出解题方法或技巧，让您从“学会”到“会学”。
- 本书修订后增加了部分例题、习题的难度，适合于中上等学生使用。

明确学习目的

指出每节课的三维目标，明确重难点，指导学生有的放矢地学习新课，提纲挈领，是提高学习效率的前提。

详细解读教材

采用总结归纳、层层渗透的方式，以每个知识点为讲解元素，结合[释疑解难]、[思维拓展]、[注意]、[说明]、[小结]、[思维误区]、[探究交流]等栏目设计，落实知识点，连成知识线，形成知识面，结成知识网，突出重点，解决难点，抓住关键点，这是吃透教材的核心内容。

讲解经典例题

结合考点，按基本概念、基础应用、综合应用、探索创新、疑难易错五个角度，精选典型例题，透彻地分析解题思路，给出详细解题过程，总结解题方法，这是知识转化为能力的关键。

---

1. 花边有多宽

新课指南

1. 知识与技能：(1)理解和掌握一元二次方程及其一般形式.(2)会判定一个方程是一元二次方程，并能确定未知数的大致范围.
2. 过程与方法：通过实际问题所列出的方程，得出一元二次方程的定义，从而进一步掌握列方程的方法.

教材解读　精华要义

知识详解

知识点 1　整式方程的概念

定义：方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程.

【说明】 这里所说的整式是“关于未知数的整式”，有些含有字母系数的方程，尽管分母中含有字母，但只要分母中不含未知数，这样的方程仍是整式方程.

知识点 2　一元二次方程的概念

定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程.

典例剖析　师生互动

基础知识应用题

本节基础知识应用有：(1)一元二次方程的基本概念.(2)一元二次方程分类及判别方法.

例1 下列关于 x 的方程.(1)$ax^2+bx+c=0$.(2)$k^2+5k+6=0$.

(3)$\frac{\sqrt{3}}{3}x^3-\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0$.(4)$(m^2+3)x^2+\sqrt{3}x-2=0$.

是关于 x 的一元二次方程的是________(只填序号).

〔分析〕 所谓关于 x 的方程，就是方程中只有 x 是未知数，而其他字母都看作是已知数.(1)不一定是一元二次方程，因为当 $a=0$ 时，它不是一元二次方程.(2)没有未知数 x，所以(2)不是关于 x 的一元二次方程.(3)x 的最高次数为 3，不是一元二次方程.(4)$m^2+3>0$，所以(4)为一元二次方程.所以应填“(4)”.本题考查的是一元二次方程的定义.答案：(4)

综合应用题

例5 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是 (　　)

A. $ax^2+bx+c=0$　　B. $k^2+5k+6=0$

《完全解读》解读完全

说明

本丛书样张按学科分别设计，通过样张您可了解本书栏目、功能等基本信息，仅供参考，如所购图书与样张有个别区别，以所用图书为准。

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^2+\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0$　　D. $(m^2+3)x^2+\sqrt{3}x-2=0$

〔分析〕 所谓"关于 x 的方程"，就是指方程中只有 x 是未知数，而其他字母都是系数，可看作已知数. A 选项不一定是一元二次方程，当 $a=0$ 时，它不是一元二次方程. B 选项未知数不是 x，C 选项未知数最高次数为 3. D 选项符合一元二次方程的一般形式的特点，且二次项系数 $m^2+3\geq3$，即 m 取任何实数 m^2+3 都不等于零，所以 D 是一元二次方程. 答案：D

中考展望　点击中考

中考命题总结与展望

本节中，一元二次方程的概念和判定是中考的重点和热点，常以填空题或选择题的形式出现在低档题中.

中考试题预测

例1 (2004·武汉)一元二次方程 $3x^2+x-2=0$ 的二次项系数和常数项分别为　(　　)

A. 3，1　　B. -1，-2　　C. 3，-2　　D. -1，2

〔分析〕 由一般形式 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，得 $a=3$，$c=-2$. 故选 C.

课堂小结　本节归纳

1. 本节学习了一元二次方程的概念及它的判别与分类，要会判别一个方程是否是一元二次方程.
2. 在学习过程中要注意对问题的体会、比较和总结.
3. 要注意对照一元一次方程来学习本节内容.
4. 一元一次方程和一元二次方程的比较，详见知识规律小结.

习题选解　课本习题

课本第 9～10 页

习题 5.1

1. (1)不是　(2)是　(3)不是　(4)不是

自我评价　知识巩固

1. 下列方程是一元二次方程的是　(　　)

A. $(x-1)x=x^2$　　B. $\sqrt{x^2+1}=3x$　　C. $2x^2+\frac{1}{x}+1=0$　　D. $x^2=1$

2. $(m-1)x^2+(m+1)x+3m+2=0$，当 m ______ 时，原式为一元一次方程，当 m ______ 时，原式为一元二次方程.

总结命题趋势

根据中考要求和考试范围，结合本节考点，回顾往年中考试题特点，总结解题思路，预测命题趋势，让学生提前了解中考信息。

归纳本节要点

总结本节要点，掌握其内在联系，查找遗漏点，消化课堂知识。

选解教材习题

精选有难度的习题，详尽解答，有思路提示和解题过程。

巩固基础知识

与本节知识讲解和例题剖析相对应，题量适当，注重基础，充分落实基础知识和基本技能。

目 录
CONTENTS

第一章

直角三角形的边角关系

本章视点

一、课标要求与内容分析

1. 本章的课标要求包括:(1)通过实例认识锐角三角函数,知道30°,45°,60°角的三角函数值.(2)会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角.(3)运用三角函数解决与直角三角形有关的实际问题.

2. 本章内容可划分为三个部分,第一部分是锐角三角函数的意义;第二部分是锐角三角函数的计算;第三部分是利用三角函数解决实际问题.

3. 直角三角形的边角之间的关系是现实世界中应用广泛的关系之一.锐角三角函数在解决现实问题中有着重要的作用.如在测量、建筑、工程技术和物理学中,人们常常遇到距离、高度、角度的计算问题,一般说来,这些实际问题的数量关系往往归结为直角三角形中边和角的关系问题.

本章首先从梯子的倾斜程度谈起,引出第一个三角函数——正切,因为相比之下,正切是生活中用得最多的三角函数概念,如刻画物体的倾斜程度、山的坡度等都往往用正切.正弦和余弦的概念是类比正切的概念得到的.接着,教科书从学生熟悉的三角尺引入特殊角(30°,45°,60°角)的三角函数值.对于一般锐角三角函数值的计算

问题，需要借助计算器.教科书详细介绍了由锐角求三角函数值、以及由三角函数值求锐角的方法.利用锐角三角函数解决实际问题，也是本章的重要内容，除《船有触礁的危险吗》《测量物体的高度》两节外，很多实际应用问题穿插于各节内容之中.

4. 本章重点是锐角三角函数的概念，30°，45°，60°角的三角函数值，运用三角函数解直角三角形，并解决与直角三角形有关的实际问题.难点是锐角三角函数的概念.

二、学法指导

1. 锐角三角函数(正切、正弦、余弦)的意义是全章的重点内容，也是全章的基础，正确理解锐角三角函数对学习本章起着至关重要的作用.

2. 观察、分析、研究图形中各个元素之间的关系(如边与角之间的关系)，并把这种关系用数量的形式表示出来(即进行量化)，是分析问题和解决问题过程中常用的方法，因此，在本章学习中，要注意体会数形结合的方法.

3. 在本章的学习中，要深入体会数学知识之间的联系，把本章知识的学习与前面所学的知识，如比和比例、图形的相似、证明(二)中的《直角三角形》等联系起来，融会贯通，灵活掌握.

4. 在解决实际问题时，应先弄清实际问题的意义，然后把实际问题转化为数学问题.

1. 从梯子的倾斜程度谈起

新课指南

1. **知识与技能**：理解锐角三角函数的意义，并能够举例说明，能够运用 $\tan A$，$\sin A$，$\cos A$ 表示直角三角形中两边的比，能根据直角三角形中的边角关系进行简单的计算.
2. **过程与方法**：在本节知识的学习和运用中，要注意体会数形之间的联系，掌握数形结合的方法.
3. **情感态度与价值观**：通过探索直角三角形的边角关系，体会数学是解决实际问题的重要工具.
4. **重点与难点**：重点是理解锐角三角函数（正切、正弦、余弦）的意义. 难点是对锐角三角函数的概念的理解.

教材解读　精华要义

数学与生活

1. 在含有 30°角的直角三角形中，30°角所对的直角边的长度是斜边长度的一半.

2. 站在操场上，请你的同学量出你在太阳下的影子长度、旗杆的影子长度，再根据你的身高，便可以计算出旗杆的高度.

思考讨论　在上述事例中，你发现直角三角形的边角间有怎样的关系？

知识详解

知识点 1　正切的概念

如图 1－1 所示，在 Rt△ABC 中，如果锐角 A 确定，那么∠A 的对边与邻边的比便随之确定，这个比叫做∠A 的正切，记作 $\tan A$，即 $\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}$.

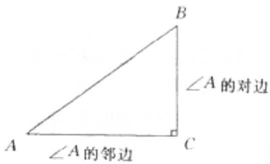

图 1－1

【说明】 (1)$\tan A$ 是一个完整的符号，它表示∠A 的正切，记号里习惯省去角的符号"∠". 我们后面将要学习的 $\sin A$，$\cos A$ 也是这样.

(2)当用三个大写字母表示一个角，并表示它的正切时，角的符号"∠"不能省略，如 $\tan\angle BAC$.

(3)正切是在一个直角三角形中定义的，其本质是两条线段的比值，它是数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，而与所在的直角三角形无关.

知识点 2 正切的应用

Ⅰ 正切的值与梯子倾斜程度之间的关系.

$\tan A$ 的值越大，梯子越陡.

【说明】 当梯子的倾斜角确定时，其对边与邻边的比值便随之确定，因此，可以用倾斜角的对边与邻边之比，即倾斜角的正切值来刻画梯子的倾斜程度.

例如：图 1-2 表示甲、乙两个梯子，哪一个梯子更陡？

〔分析〕 比较甲、乙两个梯子哪个更陡，可以通过比较甲、乙两个梯子的倾斜角的正切值，即 $\tan B$ 和 $\tan E$ 的值的大小得出结论.

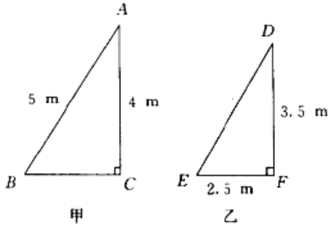

图 1-2

解：$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{\sqrt{5^2-4^2}}=\frac{4}{3}$，

$\tan E=\frac{DF}{EF}=\frac{3.5}{2.5}=\frac{7}{5}$，

因为 $\tan B<\tan E$，所以乙梯更陡.

Ⅱ 用正切来描述山坡的坡度.

坡角越大，坡度越大，坡面越陡.

【说明】 工程上，斜坡的倾斜程度通常用坡度来表示，而坡度是坡角的正切. 坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度(或坡比).

例如：有一山坡在水平方向上每前进 100 m 就升高 40 m(如图 1-3 所示)，那么山坡的坡度(即 $\tan\alpha$)就是 $\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$.

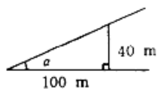

图 1-3

知识点 3 正弦和余弦的概念

如图 1-4 所示，在 Rt△ABC 中，如果锐角 A 确定，那么∠A 的对边与斜边的比、邻边与斜边的比也随之确定.

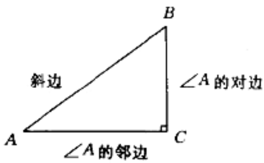

图 1-4

∠A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}$.

∠A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$.

【说明】 (1)正弦、余弦的概念是类比正切得到的，其本质也是两条线段长度的比，它只是一个数值，没有单位，其大小只与角的大小有关，与三角形的大小无关.

(2)在直角三角形中，斜边大于直角边，且各边长均为正数，所以有如下结论：$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$.

(3)正弦和余弦的值与梯子倾斜程度之间的关系：$\sin A$ 的值越大，梯子越陡；$\cos A$ 的值越小，梯子越陡. 从理论上讲，正弦和余弦都可以刻画梯子的倾斜程度，但实际中通常使用正切.

知识点 4　三角函数的概念

锐角 A 的正弦、余弦和正切都是 $\angle A$ 的三角函数.

【说明】 在锐角 A 的三角函数概念中，$\angle A$ 是自变量，其取值范围是 $0°<\angle A<90°$，三个比值是因变量. 当 $\angle A$ 确定时，三个比值分别惟一确定；当 $\angle A$ 变化时，三个比值也分别有惟一确定的值与之对应.

知识点 5　互余两角的正弦与余弦的关系

如图 1 - 5 所示，$\angle A$ 的对边恰是 $\angle B$ 的邻边，而 $\angle B$ 的对边也恰是 $\angle A$ 的邻边.

$\because \sin A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$，

$\cos B=\dfrac{\angle B\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$，

$\therefore \sin A=\cos B$.

同理可得 $\cos A=\sin B$，

又 $\angle A+\angle B=90°$，即 $\angle B=90°-\angle A$，

$\therefore \sin A=\cos(90°-A)=\cos B$，

$\cos A=\sin(90°-A)=\sin B$.

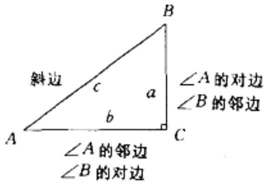

图 1 - 5

也就是说，任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.

【说明】 此结论适用于两个角互为余角的情况，它们并不一定是同一直角三角形中的两个锐角.

探究交流

例 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=12$，$BC=5$.

(1)求 AB 的长；

(2)求 $\sin A$，$\cos A$ 的值；

(3)求 $\sin^2 A+\cos^2 A$ 的值；

(4)比较 $\sin A$ 与 $\cos B$ 的大小；

(5)比较 $\tan A$ 与 $\dfrac{\sin A}{\cos A}$ 的大小.

点拨 解本题的关键是求出 $\sin A$，$\cos A$，$\cos B$，$\tan A$ 的值，而要求这些锐角的三角函数值，关键在于正确理解正弦、余弦、正切的概念，找准与之相关的边.

(1) $\because \angle C=90^\circ$，$AC=12$，$BC=5$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$.

(2) $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{12}{13}$.

(3) $\because \sin^2 A=\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{25}{169}$，$\cos^2 A=\left(\frac{12}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$，

$\therefore \sin^2 A+\cos^2 A=\frac{25}{169}+\frac{144}{169}=1$.

(4) $\because \cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，$\therefore \sin A=\cos B$.

(5) $\because \tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{5}{12}$，$\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}}=\frac{5}{12}$，$\therefore \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$.

思想方法小结 在本节的学习中，一定要仔细体会数形结合的思想，掌握数形结合的方法. 本节从正切、正弦、余弦的概念的引出到公式的推导，都体现了数形结合的思想方法. 对于锐角三角函数的有关概念，应通过画图找出直角三角形中边角之间的关系，加深对概念的理解.

知识规律小结 本节内容是三角函数的基础知识，是全章的重点，也是难点，现将本节知识归纳如下：

$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}=\frac{a}{b}$；

$\sin B=\frac{\angle B\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$，$\cos B=\frac{\angle B\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$，$\tan B=\frac{\angle B\text{的对边}}{\angle B\text{的邻边}}=\frac{b}{a}$.

$$\angle A+\angle B=90^\circ \Rightarrow \begin{cases}\sin A=\cos(90^\circ-A)=\cos B,\\ \cos A=\sin(90^\circ-A)=\sin B.\end{cases}$$

典例剖析 师生互动

基本概念题

本节有关的基本概念有：(1)正切、正弦、余弦的概念；(2)坡度的概念；(3)三角函数的概念.

例1 (2003·大连)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，$BC=3$，则 $\cos B$ 的值为 ( )

A. $\frac{4}{5}$　　　　B. $\frac{3}{5}$　　　　C. $\frac{4}{3}$　　　　D. $\frac{3}{4}$

〔分析〕 由勾股定理可知 $AB=5$，根据余弦的概念可知 $\cos B=\frac{\angle B\text{的邻边}}{\text{斜边}}$，即 $\cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$.

答案：B

例 2 (2003·苏州)$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{3}{5}$，则 $BC:AC$ 等于　　（　　）

A. $3:4$　　　　B. $4:3$

C. $3:5$　　　　D. $4:5$

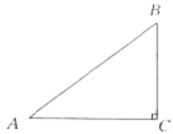

图 1-6

〔分析〕 根据题意画出图形，如图 1-6 所示，由正弦的概念可知 $\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$，$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，设 $BC=3k$，$AB=5k$，由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$，$\therefore BC:AC=3k:4k=3:4$.

答案：A

【注意】 (1)本例求 $BC:AC$ 的值，实际上就是求 $\angle A$ 的正切值，即 $\tan A$.
(2)解此类型题可根据题意画出图形，借助图形帮助分析.

例 3 (2003·浙江)若某人沿坡度 $i=3:4$ 的斜坡前进 10 m，则他所在的位置比原来的位置升高了______ m.

〔分析〕 如图 1-7 所示，由坡度的定义可知 $i=\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$，设 $BC=3k$，则 $AC=4k$，由勾股定理得 $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{(3k)^2+(4k)^2}=5k$，$\therefore AB=5k=10$，$\therefore k=2$，$\therefore$ 他所在的位置比原来的位置升高的高度 $BC=3k=6$(m).

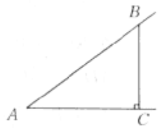

图 1-7

答案：6

【注意】 (1)坡度是坡面的铅直高度与水平宽度的比，即坡度是坡角的正切.
(2)坡度通常用字母 i 表示.
(3)坡度与坡角(用 α 表示)的关系：$i=\tan\alpha$.

基础知识应用题

本节有关的基础知识有：(1)锐角三角函数的计算；(2)互余两角的正弦与余弦关系的应用.

例4 如图1-8所示，求出Rt△OPQ中的$\sin P$，$\cos P$，$\sin Q$，$\cos Q$.

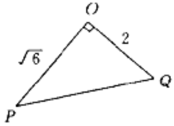

图1-8

〔分析〕 无论直角三角形如何放置，其顶点字母如何标记，正弦总是这个锐角的对边比斜边，余弦总是这个锐角的邻边比斜边. 本题已知两直角边的长，应先求斜边的长.

解：在Rt△OPQ中，

$$PQ=\sqrt{OP^2+OQ^2}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+2^2}=\sqrt{10},$$

$$\therefore \sin P=\frac{2}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{5},\cos P=\frac{OP}{PQ}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{15}}{5},$$

$$\because \angle P+\angle Q=90^\circ,$$

$$\therefore \sin Q=\cos P=\frac{\sqrt{15}}{5},\cos Q=\sin P=\frac{\sqrt{10}}{5}.$$

【注意】 (1)所求得的三角函数值如果分母中含有根式，一定要进行分母有理化.

(2)本例在求 $\sin Q$ 和 $\cos Q$ 时，运用了互余两角的正弦和余弦之间关系的公式，要仔细体会.

例5 如图1-9所示，已知等腰三角形ABC中，$AB=AC=10$，$BC=12$，求$\sin B$，$\cos B$的值.

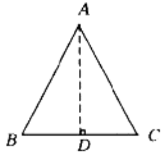

图1-9

〔分析〕 要求$\sin B$，$\cos B$的值，应设法把$\angle B$置于一个直角三角形中，因此，要添加底边BC上的高AD为辅助线.

解：作$AD\perp BC$于D，

$$\because AB=AC，AD\perp BC，\therefore BD=\frac{1}{2}BC=6,$$

在Rt△ABD中，

$$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8,$$

$$\therefore \sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5},\cos B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}.$$

小结 对于非直角三角形，常常通过添加辅助线构造直角三角形来求锐角三角函数值.

综合应用题

本节知识的综合应用包括：(1)与平面直角坐标系的综合应用；(2)与特殊四边形的综合应用；(3)与方程知识的综合应用.

例6 (2003·北京朝阳)在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(3,0)$和点$B(0,-4)$，则$\cos\angle OAB$等于 ( )

A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $\frac{4}{5}$

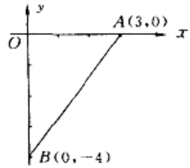

图 1-10

〔分析〕 本题是在直角坐标系中研究三角函数值的大小.

如图 1-10 所示，易知 $OA=3$，$OB=4$，则 $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=5$，这时 $\cos\angle OAB=\frac{OA}{AB}=\frac{3}{5}$.

答案：C

例 7 (2004·四川)如图 1-11 所示，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后，点 D 落在 CB 的延长线上的 D' 处，那么 $\tan\angle BAD'$ 等于　(　　)

A. 1　　　　B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D. $2\sqrt{2}$

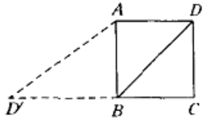

图 1-11

〔分析〕 ∵边长为 2，∴$BD=BD'=2\sqrt{2}$，∴$\tan\angle BAD'=\frac{BD'}{BA}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

答案：B

例 8 如图 1-12 所示，CD 是平面镜，光线从 A 点出发经 CD 上点 E 反射后照射到 B 点，若入射角为 α(入射角等于反射角)，$AC\perp CD$，$BD\perp CD$，垂足分别为 C，D，且 $AC=3$，$BD=6$，$CD=11$，则 $\tan\alpha$ 的值为　(　　)

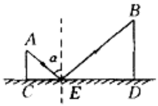

图 1-12

A. $\frac{11}{3}$　　　　B. $\frac{3}{11}$

C. $\frac{9}{11}$　　　　D. $\frac{11}{9}$

〔分析〕 如图 1-12 所示，∵$\triangle ACE\backsim\triangle BDE$，∴$\frac{AC}{BD}=\frac{CE}{ED}$，而 $AC=3$，$BD=6$，$CD=11$，∴$CE=\frac{11}{3}$，在 Rt$\triangle ACE$ 中，$\angle A=\alpha$，∴$\tan\alpha=\frac{CE}{AC}=\frac{11}{9}$. 故正确答案为 D.

例 9 如图 1-13 所示，梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=DC$，$AD=6$，$BC=14$，$S_{梯形ABCD}=40$，求 $\tan B$ 的值.

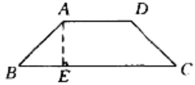

图 1-13

〔分析〕 欲求 $\tan B$，应把 $\angle B$ 置于一个直角三角形中，图中没有现成的包含 $\angle B$ 的直角三角形，因此，应通过添加辅助线构造包含 $\angle B$ 的直角三角形.

解：过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，∵梯形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$$\therefore BE=\frac{1}{2}(BC-AD)=\frac{1}{2}(14-6)=4.$$

$\because S_{梯形ABCD}=\frac{1}{2}(AD+BC)\cdot AE$,

$\therefore 40=\frac{1}{2}(6+14)\cdot AE$，$\therefore AE=4$,

在 $Rt\triangle AEB$ 中，$\tan B=\frac{AE}{BE}=\frac{4}{4}=1$.

例 10 求证：$▱ABCD$ 的面积 $S=AB\cdot BC\cdot \sin B$（$\angle B$ 为锐角）.

〔分析〕 因为求证的等式中包含 $\sin B$，所以想到构造包含 $\angle B$ 的直角三角形，可过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，借助构造的 $Rt\triangle ABE$ 来证明.

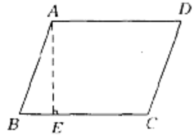

图 1－14

证明：如图 1－14 所示，过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，$\sin B=\frac{AE}{AB}$，即 $AE=AB\cdot \sin B$.

$\because S_{▱ABCD}=$底×高，

$\therefore S_{▱ABCD}=BC\cdot AE=AB\cdot BC\cdot \sin B$.

小结 有关等腰三角形、梯形、平行四边形的三角函数问题，常作其高，转化为直角三角形问题来解决.

例 11 如图 1－15 所示，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，两直角边的和为 12，$\tan B=2$. 求斜边长.

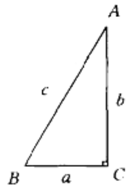

图 1－15

〔分析〕 由题意易知 $a+b=12$，$\frac{b}{a}=2$，可通过解方程组得出 a，b 的长，由勾股定理可得斜边长 c 的值.

解：$\because \tan B=2$，即 $\frac{b}{a}=2$，又 $a+b=12$，

解方程组 $\begin{cases}\frac{b}{a}=2,\\ a+b=12,\end{cases}$ 得 $a=4$，$b=8$，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，$\therefore$ 斜边长为 $4\sqrt{5}$.

小结 这里应用三角函数的概念确定了两条边之间的关系式，然后运用已知条件，通过解方程组求得两边长，这是解直角三角形的常用方法.

探索与创新题

例 12 已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha=3$，求 $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}$ 的值.

〔分析〕 由 α 为锐角，且 $\tan\alpha$ 已知，可构造包含 α 的直角三角形，利用三角函数定义求出 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 的值；本题也可根据同角三角函数关系 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，将所求式子分子、分母都除以 $\cos\alpha$，再代值即可.