

小学数学 应用题教学 研究与实践

XIAOXUE SHUXUE
YINGYONGTI
JIAOXUE YANJIU
YUSHIJIAN

上海教育出版社
●

宋淑持 孙丽谷 编著
张企曾 余海建

小学数学应用题教学研究与实践

宋淑持 孙丽谷 张企曾 余海建 编著

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

各地新华书店经销 上海崇明印刷厂印刷

开本850×1156 1/32 印张13.5 插页4 字数340,000

1994年9月第1版 1998年4月第4次印刷

印数8,071—11,090本

ISBN 7-5320-3516-6/G·3427 定价:(软精)15.00元

前 言

小学数学应用题是小学数学教材的重要组成部分之一，也是教学中的难点。因此，探讨应用题教法与学法的论著也较多。我们对这个问题，从理论到实践进行了多年的研究和探索，自问还有一定的心得，写出来以供同行参考。

本书在理论方面，一是力图以现代心理学和思维科学的成果来分析学生的认识过程，并以此作为研究应用题教学的出发点；再是引进以系统思想为代表的现代科学方法论，作为研究应用题教学方法的指导思想。

本书在实践方面，以《九年义务教育全日制小学数学教学大纲（试用）》（国家教委制订）为依据，参照现行教材，适当调整结构，并广泛地、辩证地吸取了国内外小学数学应用题教学经验。

在综合上述现代科学理论，提炼当前应用题教学经验的基础上，提出了自己的观点和方法。

“科学技术是第一生产力”。有人把它具体化，认为有三个环节，就是基础研究、产品试制和大生产技术。用英文字母代表是：R(Research)、D(Development)、P(Production)，而且认为，不到P，还不是生产力。借用这一模式，本书中的“R”，是引用现代科学的成果于小学教学的产物，有“D”的成分，但更多的是“P”，具有较强的技术性和可操作性。所以，可供广大教师教学和学生家长辅导参考。

本书第一章由宋淑持、余海建执笔，第五章由张企曾、宋淑持执笔，第六章由宋淑持、孙丽谷执笔，总复习自查题由张企曾设

前 言

计；其余各章由宋淑持执笔。全书由宋淑持制定编写提纲并统稿。

限于水平，本书中有不当之处，望不吝指教。

宋淑持

1992. 5 于上海

目 录

第 I 章 小学数学应用题教学概论	1
§ 1. 应用题教学的意义	1
一、什么是应用题	1
二、应用题教学的功能	2
§ 2. 应用题教学的内容与要求	4
一、回顾	4
二、现行教材应用题教学的内容与要求	5
§ 3. 小学儿童学习应用题的几个心理学问题	6
一、思维与小学儿童思维的发展	6
(一)思维能力与小学数学能力(6) (二)小学儿童思维的发展(7) (三)现代思维科学的兴起对小学数学教学的启示(10)	
二、两种不同学习理论对应用题教学的影响	12
(一)联结主义(13) (二)认知理论(14)	
三、学习的迁移	16
四、智力技能形成的学说与应用题教学	17
(一)智力技能(17) (二)智力技能的形成与应用题教学(18)	
五、解题过程中儿童智力活动的不同水平	21
六、解应用题心理过程中的几个转换	27
(一)把应用题转化为学生所理解的问题(27) (二)把应用题反映的实际问题转化为数学问题(28) (三)把数学问题转化为算式(29)	

§ 4. 用系统思想研究小学应用题及其教学	29
一、系统思想简介	29
(一)整体与部分(30) (二)结构和功能(31) (三)系统发展的连续性和网络性(32) (四)无序和有序(33) (五)控制与反馈(35)	
二、用系统思想考察应用题教学	37
(一)把教学过程看作一个系统(37) (二)把解应用题的过程看作一个系统(37) (三)用系统思想考察小学应用题教学例谈(39)	
§ 5. 应用题的学法指导	51
一、解答应用题的一般方法	52
(一)弄清题意(52) (二)分析数量关系,把实际问题抽象为数学问题(53) (三)列出算式并计算(58) (四)估算和检验(60)	
二、选用比较简便的方法,提高解题水平	61
§ 6. 应用题教学中的思想品德教育和良好学习习惯的培养	63
一、情感的陶冶	64
二、辩证唯物主义思想、观点的启蒙	65
三、习惯、性格、意志的培养	67
§ 7. 处理好教学目的与教学过程的辩证关系	68
第 II 章 应用题的启蒙教育	71
§ 1. 初步认识周围的数学世界	71
§ 2. 数量关系、逻辑关系的初步认识	72
一、数量的守恒观念	72
二、对应	74
三、长短、大小、多少的比较	76
(一)比长短(76) (二)比高矮(77) (三)比大小(77) (四)比多少(78)	
四、简单的逻辑关系	79

(一)“全部”和“一些”(79) (二)简单分类(79) (三)综合,判断(80)	
五、时空观念	81
(一)时间(81) (二)空间(82)	
§ 3. 应用题结构的初步认识	84
第 III 章 简单应用题	86
§ 1. 简单应用题传统的教材教法	86
一、十一种类型	86
二、四种数量关系	89
§ 2. 简单应用题的教学内容、教学要求	90
一、简单应用题的教学内容	90
二、简单应用题的教学要求	90
§ 3. 简单应用题结构的教学	91
§ 4. 加、减法应用题的教学	93
一、求两数之和及其逆运算的应用题	93
(一)关于两数和及其逆运算应用题基本结构的研究(93)	
(二)求两数和及其逆运算应用题基本结构的教学(94)	
(三)求两数和及其逆运算应用题的教学(98) (四)求两数和及其逆运算应用题思维训练例谈(103)	
二、比较两个数量多少的应用题	109
(一)“比较两个数量多少”应用题的基本结构(109) (二)“比较两个数量多少”应用题基本结构的教学(113) (三)“求甲数比乙数多几”及“求乙数比甲数少几”应用题教学要点(115) (四)“求比一数多几(或少几)的数”应用题教学要点(119)	
§ 5. 乘、除法应用题的教学	129
一、求相同加数和(乘法)及其逆运算应用题	129
(一)关于乘、除法应用题基本结构的探索(130) (二)乘法应用题结构训练与思维训练教学例谈(132) (三)对乘法应用题教学的几点意见(134) (四)对除法应用题教学	

的几点意见(137)	
二、比较两数倍数关系的应用题.....	147
(一)关于教学顺序的探讨(147)	
(二)“倍”概念的教学(148)	
(三)“求一个数是另一个数的几倍”应用题的教学(151)	
(四)“求一个数的几倍是多少”应用题的教学(155)	
第IV章 整数、小数复合应用题.....	165
§1. 整数、小数复合应用题的教学内容	165
§2. 解答复合应用题的基本方法和解题思路	166
§3. 整数两步计算应用题	171
一、整数两步计算应用题的教学内容.....	171
二、教学两步计算应用题的准备.....	171
(一)揭示隐含的数量关系的训练(171)	
(二)讲述具体数量关系的训练(172)]	
三、两步计算应用题的基本结构及其教学.....	173
四、两步计算应用题教学例谈.....	180
(一)用加、减法计算的两步应用题(180)	
(二)加、减法与乘法, 加、减法与除法复合的两步应用题(191)	
(三)用乘、除法计算的一般应用题(197)	
§4. 常见数量关系的概括	203
一、购买货物.....	204
二、行路.....	205
三、做工.....	207
四、工农业生产.....	209
§5. 求平均数的应用题	212
一、什么是平均数.....	212
二、简单的求平均数应用题的教学.....	214
三、比较复杂的求平均数应用题的教学.....	221
§6. “归一”应用题与“归总”应用题	226
一、“归一”应用题的基本结构.....	226
二、“归总”应用题的基本结构.....	227

三、“归一”、“倍比”、“归总”应用题与比例应用题的关系	228
(一)“归一”应用题与“倍比”应用题的关系(228) (二)	
“归一”、“归总”应用题与比例应用题的关系(229)	
四、“归一”应用题的教学	230
(一)简单“归一”应用题的教学(230) (二)比较复杂的	
“归一”应用题的教学(233)	
五、“归总”应用题的教学	237
(一)简单“归总”应用题的教学(237) (二)比较复杂的	
“归总”应用题的教学(239)	
§ 7. 行程问题	242
一、什么是“行程问题”	242
二、相遇问题的基本结构	242
三、相遇问题的教学	244
(一)学习准备(244) (二)新授(245) (三)比较复杂的	
相遇问题(248) (四)变式题举例(250)	
四、追及问题简介	252
五、行船问题简介	253
§ 8. 整数、小数多步计算应用题	256
一、学习准备	256
二、多步计算应用题的结构及其教学	259
(一)多步计算应用题的结构(259) (二)多步计算应用题	
结构的教學(260)	
三、多步计算应用题教学例谈	261
四、几种传统的典型应用题简介	273
(一)和倍、差倍问题(273) (二)年龄问题(275) (三)盈	
亏问题(277) (四)鸡兔问题(278) (五)植树问题(280)	
(六)温度计的换算问题(281)	
五、思考题解题思路例谈	282
(一)选自小学数学课本的思考题(282) (二)关于数的整	

除性的思考题(288) (三)其他思考题(289)	
第 V 章 列方程解应用题	292
§ 1. 小学里为什么要教学列方程解应用题	292
一、回顾	292
二、教学代数初步知识的意义	292
§ 2. 列方程解应用题的知识结构	294
一、列方程解应用题的知识结构	294
二、应用题的算术解法与方程解法的比较	297
(一)思维流程与思维模式的比较(297) (二)解题过程的比较(298)	
§ 3. 现行教材的特点及对几个问题的探讨	301
一、现行教材的特点	301
二、几个问题的探讨	302
(一)关于解方程(302) (二)关于设未知数(303) (三)关于分数应用题(303) (四)关于行程问题(306)	
§ 4. 列方程解应用题的教学	307
一、教学要点	307
(一)早期孕伏(307) (二)层层铺垫(308) (三)设知未知(309) (四)找应用题中相等的数量关系(310) (五)解法的沟通(312)	
二、教学实例(片断)	312
第 VI 章 分数应用题	325
§ 1. 分数应用题教学的回顾	325
一、分数应用题传统的教学法	325
二、六、七十年代兴起的教学法	326
三、分数应用题教学改革的主要经验及其带来的新问题	328
§ 2. 分数应用题教学中几个问题的探讨	329
一、关于“分数的意义”的教学问题	329
二、关于“分数乘法意义”的教学问题	332

三、关于“分数单位”与单位“1”的问题·····	334
(一)分数单位(334) (二)单位“1”(336)	
四、关于用什么理论来概括“多想几步”的教学经验问题 ·····	337
§ 3. 分数乘、除法应用题的教学·····	339
一、提前训练、多层次孕伏·····	339
(一)学前阶段(339) (二)低年级阶段(339) (三)中年 级阶段(340)	
二、分数应用题的基本结构及其教学·····	341
(一)关于单位“1”的教学(341) (二)关于整体与部分、部 分与部分之间关系的教学(341)	
三、分数乘法意义的教学·····	346
四、分数应用题教学例谈[一]·····	348
(一)“求一个数的几分之几是多少”应用题的教学(348)	
(二)结合“倒数”概念的教学,沟通整数除法与分数乘法 (349) (三)“求一个数的几分之几是多少”的逆运算应用 题教学(349) (四)“求一个数是另一个数的几分之几”应 用题的教学(350)	
五、分数应用题教学例谈[二]·····	353
(一)稍复杂的求一个数的几分之几是多少及其逆解的应 用题(354) (二)求比一个数多(少)几分之几的数的应用 题(357) (三)分数应用题练习课教案举例(364)	
六、分数应用题教学例谈[三]·····	370
(一)工程问题的基本结构(370) (二)工程问题的学习准 备(371) (三)工程问题教学例谈(372) (四)比较复杂 的工程问题及其变式(374)	
七、分数应用题教学例谈[四]·····	378
八、多解的问题·····	380
九、分数应用题复习课教学例谈·····	382
§ 4. 百分数应用题的教学·····	386

一、什么是百分数.....	386
二、百分数应用题的教学.....	387
(一)“求一个数是另一个数的百分之几”的应用题的教学	
(387) (二)百分数乘、除法应用题的教学(388)	
三、验算教学.....	390
四、关于利息和折扣的应用题简介.....	393
(一)利息(393) (二)折扣(394)	
附：总复习自查题.....	406
主要参考书刊.....	418

第 I 章 小学数学应用题教学概论

§ 1. 应用题教学的意义

一、什么是应用题

如果把小学数学作为一个系统(整体),那么,我们就可把计算题(包括解简易方程)、应用题和几何初步知识等作为它的子系统。在小学数学教学总时数中,应用题的教学时间约占一半,应用题教学在小学数学教学中占有很重要的地位。

数学学科是工具学科,数学教学必须理论结合实际,学以致用。应用题就是从实际生活中提取出来,让学生运用所学的数学知识来解决问题的习题。这里所说的实际生活,包括人们的日常生活,工、农、商业的生产、经营,以及科技文化等等。“从实际生活中提取出来”的意思是,它既是实际生活中的事件,又是根据儿童年龄特点与教学要求,经过提炼、析取的。(例如,火车的运行,其初始速度与停止前的速度,一般比中途的速度要慢,但小学应用题中均视之为匀速运动。)

应用题由事件、数据(也可以用字母表示)、问题等要素,以及它们之间的关系所组成,一般用语言、文字叙述出来。没有事件,只有数据和问题,用语言、文字叙述的习题,如“100 比 32 多多少?”我们称之为文字式题或文字题,不算应用题。有事件和问题,但缺乏数据,如“妈妈买来一些苹果,吃去一些,还剩多少个苹果?”也不能算应用题;但如“妈妈买来 a 个苹果,吃去 b 个,还剩多少个苹果?”因 a 与 b 分别表示一个数,这就是一道应用题了。如果只

有事件和数据而没有问题,如“妈妈买来10个苹果,爸爸买来8个梨”,也是不能算应用题的。所以,应用题的事件、数据、问题三个要素缺一不可。

解答应用题,不但要掌握应用题的事件、数据和问题三要素,更要会分析它们之间的关系。这个关系就是“数量关系”。已知数量与已知数量之间的关系,已知数量与未知数量之间的关系;还有事件所包含的“事理”对数量关系的影响。

在应用题的“事件”这个要素中,对数量关系有影响的,只是它的“事理”。如下题:

一列客车和一列货车分别由甲、乙两城同时相对开出。客车每小时行80千米,货车每小时行50千米。经过3小时两车相遇。甲、乙两城相距多少千米?

这题中所蕴含的“事理”是:相遇时两车所行路程之和,就是两城间的路程。不明此理,则不能解题。至于事件中的“客车”、“货车”,用甲车、乙车代替它们也不要紧;甲城、乙城也可用A城、B城代替,它们对数量关系并不起多大影响。

二、应用题教学的功能

应用题教学的功能大致有如下几点。

1. 帮助学生理解和掌握数学知识。

数学概念、定律、法则等,都是抽象的知识,儿童学习起来往往有一定的困难。如果用儿童熟悉的生活事例编成应用题,让儿童解答,则较易为儿童所理解。如乘法分配律是比较抽象的知识,教学时可以先让学生解答如下应用题:

商店出售一种儿童服装,上衣每件价5元,裤子每条价4元。买3套这样的服装,一共要付多少元?

这题有两种解法:一是先算一套服装要多少元,再算买3套一共要付多少元;二是先分别算买上衣要多少元,买裤子要多少元,再得出一共要付多少元。学生通过解应用题,看到

$$(5+4) \times 3 = 5 \times 3 + 4 \times 3,$$

从而领悟了乘法分配律的算理。

2. 使学生把所学知识应用于实际,培养他们分析问题、解决简单的实际问题的能力。

运用所学的知识解决简单的实际问题,是小学数学教学的目的之一(见《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用)》,以下简称《大纲》)。应用题取材于现实生活,是实际问题的简化和模拟。通过应用题教学,引导学生观察和认识周围世界中简单的数量关系,学习把现实中的实际问题抽象、概括为数学问题;并用数学方法加以解答。如果遇到比较复杂的问题,还要对问题加以分析,把它分解为若干个有关联的简单问题,然后加以解决,从而培养和锻炼学生运用数学知识解决实际问题的能力。而在运用知识解决问题的过程中,反过来又能更好地理解知识,更巩固地掌握知识。

3. 培养学生的思维能力,促进智力的发展。

培养学生初步的逻辑思维能力,也是《大纲》规定的小学数学教学目的之一。学生解答应用题,要根据题中的文字,想象出题目所揭示的事实,并从事件的背景中分出条件和问题,抽取已知数和未知数,分析它们的关系,把隐而不露的、隐含在数量关系之中的条件揭示出来,其间有很多分析、综合、抽象、概括、判断、推理等的思维活动,最后才能列出算式进行解答。所以,解应用题的过程同时也是培养学生思维能力、促进其智力发展的过程。

4. 使学生受到思想品德教育和辩证唯物主义的启蒙教育,促进他们非智力心理因素的发展。

应用题中充满了具体与抽象、已知与未知诸矛盾,解题过程就是分析矛盾、转化矛盾的过程。在这个过程中,可以使使学生受到辩证唯物主义的启蒙教育。

在应用题教学中,要鼓励学生勤于思考,善于思考,培养他们不怕困难的品质;培养他们独立地、创造性地完成作业,形成良好的心理素质和良好的学风。

应用题题材可选取祖国建设、家乡建设的成就,对学生进行爱

国主义教育。

§ 2. 应用题教学的内容与要求

一、回顾

清末民初,废科举设学校。当时的“高等小学校”设有算术科,应用题的内容除了记帐、算帐之外,主要教学传统的“典型应用题”,如盈亏问题、龟鹤问题(即鸡兔问题)、年龄问题、时钟问题等,据说目的在于训练学生的智力。

三十年代,当时的教育部编订了《小学算术课程标准》(相当于现在的“教学大纲”),由俞子夷先生负责起草。俞子夷先生在《一条迂回曲折的道路——学习研究算术教法五十年》*一文中写道:“《课程标准》第一条就是本科的教学目的。我列了知识、技能及思维三个方面。……当时之想法:‘知’不过如复名数单位之类,‘能’属计算,‘思维之发展’主要靠应用题之解答。”这段时间,上海儿童书局出版的《怎样指导儿童解答应用题》(沈寿金等编写)一书中所收的应用题,基本上也是“典型”应用题。

迨至四十年代,受杜威实用主义教育思想的影响,克伯屈的“设计教学法”亦传到中国,少数学校小学一、二年级不设算术科,而代之以“随机教学”。所谓“随机教学”,就是由教师设计若干需用识数或计算的游戏,让儿童于游戏之中学习算术。他们每周上两节课,每节30分钟,没有课本。中、高年级用书,则有商务印书馆、中华书局及正中书局等出版的多种课本,供各校选用。这时的应用题开始有反映社会生活的题材,如非十进复名数的换算,外币、汇兑、关税、厘金(税收的一种)、利息等的计算(计算都很繁复)等,同时保留了一部分“典型”应用题,有些典型应用题则放到初中一年级去教学。

1949年全国解放前夕,俞子夷先生编了一套小学算术课本,

*《小学数学教师》双月刊,1981年第2期第83页。

由大东书局出版。解放初期,部分地区即采用此课本。这套课本中应用题的特点是:取材于社会,以某一事件为中心,连续编题,下面题目中的数据是上一题的得数。有些教师反映:连续性的应用题,一题错了,下面几题就都错了,不利于教学。

1952年,原中央教育部颁布了解放后的第一个《小学算术教学大纲》,小学算术课本由人民教育出版社以苏联课本为蓝本加以编译。同时,苏联凯洛夫的《教育学》,普乔柯的《小学算术教学法》及敏钦斯卡娅《算术教学心理学》、《小学算术应用题教学法》等书相继翻译出版,应用题教学的面貌有了较大的改变。要而言之,有以下几点:

1. 以前解应用题注重题型特点,注重算法,现在开始注重基本概念的教学,用概念指导算法。
2. 学习到了解应用题的基本方法——分析法和综合法。
3. 把应用题分为一般应用题和典型应用题,并且开始重视了一般应用题的教学。

这样就基本上形成了我国现在小学应用题教学内容的格局。1956年、1963年修订的教学大纲,对应用题改动不大。1978年对大纲又作了修订,引入了用方程解应用题,学科的名称也由“小学算术”改为“小学数学”。这是个比较大的改革。

二、现行教材应用题教学的内容与要求

现行教材版本较多,使用面较广的有人民教育出版社编写出版的五年制、六年制通用课本,北京、天津、上海、浙江四省市编的六年制课本,九年制义务教育课本等,各地更有许多实验教材。现根据《大纲》,把五年制小学各年级应用题的教学内容和教学要求摘录如下,以供参考。

一年级。教学内容:比较容易的加法、减法和乘法一步计算的应用题。教学要求:会根据加、减法的含义解答比较容易的加、减法一步计算的应用题,知道题目中的条件和问题,会列出算式,注明得数的单位名称,口述答案。