



$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

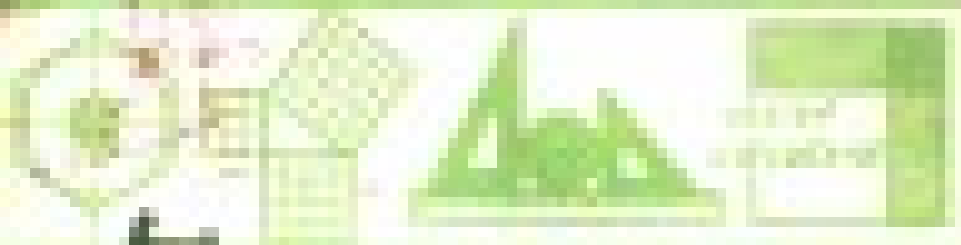
怎样学好

郭思乐

• 中学生读物 •

广东科技出版社

初中数学



— 初中生必读书 —

怎样学好

初中数学

中学生读物

怎样学好初中数学

郭思乐

广东科技出版社

内 容 简 介

本书是为了帮助中学生学好初中数学而编写的。书的内容以中学数学教学大纲为依据，分为初中代数、平面几何、解三角形、解析几何四大部分。本书着重帮助学生掌握学习方法，启发思维，以便学生对初中数学知识有更准确、系统和深刻的认识；对学生在学习过程中可能遇到的困难和易犯的错误，也给予必要的提醒和阐述。书中列举了丰富的例题和一定数量的习题，书末附有习题解答或提示。

本书文字浅显易懂，适合初中学生和青年阅读，也可供青年工人、知识青年自学或复习时使用，尤其适合作为系统学习初中数学和职工初中文化补课的学习参考书。

怎样学好初中数学

郭 恩 乐

•

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

广东新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 8.875印张 167,000字

1984年3月第1版 1984年3月第1次印刷

印数1—160,500册

统一书号7182·49 定价0.85元

写在前面

初中数学是整个中学数学的基础，有着丰富的内容。要学好初中数学，必须善于分析、比较和综合，融汇贯通，形成以基本概念、定理、法则为基础的知识结构，才能透彻掌握和灵活运用这些基本知识，发展思考问题和解决问题的能力。本书就是为了帮助初中学生特别是初中毕业学生学好初中数学而编写的。

全书内容以中学数学教学大纲为依据，着重指导学生根据初中数学学科分支的不同特点，采取不同方法，通过对知识产生过程的分析，揭示知识的本质和知识之间的联系，促使学生对初中数学知识的认识更加准确、集中、系统和深刻，掌握驾驭知识的主动权。本书对学习中的难点和容易发生的错误，给以必要的阐述和提醒。书中列有丰富的例题和一定数量的习题，书末附有习题解答或提示。

本书并不是初中数学内容的简单浓缩，而是通过对学习内容的分析、比较、综合，揭示学习方法。学习方法并没有一定的模式，书中虽然作了概述，但主要是寄寓于分析、比较、综合的过程中，希望读者从中得到启发，探索出结合自己实际的有效方法。

现行初中课本为了教学的方便，分为代数和平面几何两门课。为了突出初中数学各分支的特点，本书将这两门课的内容分列为代数、平面几何、解三角形和解析几何初步这四个部分。

本书是初中学生学习数学的辅助读物，也可供初中毕业生复习数学或教师教学时参考。

由于编者水平有限，编写时间比较仓促，本书一定有不少缺点和错误，殷切期望读者批评和指正。

目 录

第一部分 代数

一、怎样学习初中代数	1
二、实数的概念与运算	6
(一) 实数	6
(二) 实数的运算	9
三、代数式	16
(一) 用字母表示数	16
(二) 代数式	13
(三) 整式	19
(四) 分式	28
(五) 根式	32
四、方程与方程组	39
(一) 方程	39
(二) 一元一次方程	43
(三) 一元二次方程	41
(四) 分式方程	43
(五) 无理方程	50
(六) 一次方程组	51
(七) 简单的二元二次方程组	54
(八) 列方程解应用题	57
五、不等式	77
(一) 不等式	77

(二)一元一次不等式	80
(三)一元一次不等式组	81
(四)一元二次不等式	84
(五)含绝对值的不等式	87
六、指数和对数	91
(一)指数	91
(二)对数	96
七、函数及其图象	103
(一)函数的概念	103
(二)一次函数	108
(三)反比例函数	109
(四)二次函数	110
八、统计	113

第二部分 平面几何

一、怎样学习平面几何	123
二、直线、相交线和平行线	126
(一)直线	126
(二)相交线	127
(三)平行线	129
三、三角形	136
(一)三角形的概念	136
(二)全等三角形	139
(三)相似三角形	150
(四)三角形的面积	159
四、四边形和一般多边形	167
(一)平行四边形	168
(二)梯形	177
(三)多边形	179

五、圆	183
(一) 圆的概念	183
(二) 一条直线和圆的位置关系	184
(三) 两条相交直线和圆的关系	187
(四) 圆和圆的位置关系	199
(五) 圆和正 n 边形有关计算	202
(六) 轨迹和基本作图	203
六、证明方法	208
(一) 四种命题的知识	208
(二) 证明的基本方法	209
(三) 作辅助线的基本方法	218

第三部分 解三角形

一、怎样学好平面三角	219
二、三角函数	220
三、解三角形	224
(一) 解直角三角形	224
(二) 解斜三角形	227

第四部分 解析几何

一、怎样学好初中解析几何	239
二、直角坐标系	241
(一) 直角坐标	241
(二) 两点间距离公式和定比分点公式	243
三、直线方程	249
(一) 直线方程	249
(二) 两条直线的位置关系	253
四、圆的方程	260
(一) 圆的方程	260

(二) 直线和圆的位置关系	261
习题解答或提示	265

第一部分 代 数

一、怎样学习初中代数

初中代数主要研究数量关系，属于古典代数范围，它是初中阶段数学的主要内容之一。要学好初中代数，必须注意如下几点。

1. 掌握基础知识，抓住重点和难点

代数的内容很多，每个内容总有一些是最基本的知识，其他的知识是在这些知识的基础上发展起来的。掌握这些基础知识与各种知识之间的联系是学好代数的关键。

例如，正整指数幂的运算法则，是学习指数和对数所要掌握的基本的知识，指数与对数的其他知识之间的联系是：任何指数幂和正整指数幂的运算法则一致，而对数式可以转化为指数式。因此，在学习指数和对数这一内容的时候，要掌握好正整指数幂运算法则、这些运算法则在任意指数幂的推广以及指数的概念与对数的概念的相互转化。掌握了这些关键性的知识，在深入学习对数时，就能始终把它同我们最熟悉的正整指数幂及其运算法则联系起来。

为了抓住知识的重点和关键，要善于进行比较。例如，由于古典代数是算术的推广，所以代数方法既与算术有许多共同之处，又有许多不同的地方。如果初学者不注意分清算术与代数的差异，在学习过程中就会碰到许多困难。例如，

有理数同算术中的数不同之处就是有或没有符号，在进行有理数的运算时如果忽略了符号的运算规律，就会出现错误。

代数中很多大的发展是由寻找解方程的方法所引出的和指导的。因此方程是代数的中心。而解方程的基础是代数运算，所以代数运算和方程是整个初中代数的重点。

下面列出初中代数部分知识的关键问题。

实数的运算：掌握符号法则便于把有理数的运算转化为算术中的数的运算。有关绝对值的问题，关键在于掌握绝对值的定义，以去掉绝对值符号。

代数式：由于用字母表示数和代数式，因此必须掌握各字母在代数式中的涵义。在代数式变形中，整式的因式分解是重要的一种，而因式分解主要用提取公因式法和公式法，其他的方法一般都转化为这两种方法。

方程（组）：关键在于将初中遇到的方程转化为一元一次方程和一元二次方程。其中一元二次方程都可通过配方转化为 $Ax^2 = B$ 的形式。

列方程解应用题：关键在于寻找等量关系，以便列出方程。

不等式：关键在于掌握解集的意义和正确使用不等式性质。

2. 掌握连贯各种知识的线索

代数的各部分知识有着密切联系。我们除了掌握各个单元的知识外，还必须掌握各单元知识间的联系。

由于需要有数满足方程，我们所学的“数”必须从算术中的整数和分数扩张到一个完整的代数数系。由于解一元一次方程 $x + b = 0$ ，当 $b > 0$ 时的需要，数系由算术中学过的数扩大到包括正、负有理数和零的有理数集合；由于解一元

二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ，当 $\Delta=b^2-4ac$ 不是完全平方的正数时的需要，数系由有理数扩大到包括无理数在内的实数集合。随着方程的发展，数也将逐步发展，掌握了这一线索，就能较为深刻地了解数的发展的原因，为今后学习复数作好思想准备。

数——用字母表示数——代数式——函数这四个概念，后一个都是前一个的进一步发展。因为字母表示数，代数式也表示数，所以代数式的运算法则实质就是数的运算法则。认识这一点可以使我们对代数式运算的知识领会得更为透彻。例如，单项式和多项式的加、减、乘等各种运算，归结起来不外是运用数的运算律加上整式化简（单项式，把底相同的乘方的积写成一个幂；多项式，合并同类项）。再如，已知字母的值求代数式的值的知识是比较容易领会的，而函数概念则是在代数式和字母的数值关系基础上产生的。懂得这一点，学习函数时，用代数式作为具体“模型”，就不会感到抽象了。

在初中阶段我们学到各种各样的方程和方程组，知道它们各有各的解法。但是，各类方程和方程组中，最基本的是一元一次和一元二次方程，其他各类方程的解法都要转化为这两类方程来求解。掌握这一线索，我们就能深刻领会各类方程或方程组的解法了。

3. 掌握代数的基本研究方法

首先，是用字母表示数的方法。在代数中，用式子表示数的运算结果，用方程式表示数量间的相等关系，用不等式表示数量间的不等关系，用函数表示数量的变化关系。这都是把客观世界中存在的数量关系抽象出来的一种简明表示形式，它的基础就是用字母表示数的思想方法。在学习代数的

过程中要深刻领会这种概括地表示数的方法。比如， $(a+b)^2$ 中的 a, b ，应被理解为是数的一种概括抽象的形式，它既可以代表一个实数，也可以代表一个代数式；在别的情况下，有些代数式可以用字母表示（换元），等等。

其次，是用定义、规定和标准式来确定研究对象的方法。代数每一部分内容中的有关定义、规定或标准式，都必须在详细研究之前予以确定，否则，研究就进行不下去。这有点象两个人比高矮，在比之前，一定要先约定大家站在同一水平的地面上。这个规定看起来简单，但决不是可有可无的。例如，如果不给最简根式下定义，根式加减（合并同类

根式）就进行不下去，因为象 $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$ 和 $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ 之类

是很难看出它们是不是同类根式的。因此，在学习中必须注意掌握好有关的概念、规定以及各有关的标准式。

再次，是数形结合的方法。从数的数轴表示到函数关系的图象表示，都是把数和形结合起来研究的。图象的直观形象性，往往给学习和掌握抽象的代数知识带来了方便，复习时要注意把两者结合起来。

4. 掌握好研究代数的基本工具

数学的综合问题，无非是空间形式和数量关系综合在一起，或者是各种数量关系综合在一起。数量间的关系不外是“等”和“不等”两种情况，可以分别归结为方程（组）和不等式（组）的问题。因此，方程（组）和不等式（组）是解决数学综合问题的代数基本工具。例如：

(1) 当 m, n 为何值时， $2x^{n-1}y^{m+1}$ 和 $-x^2y^4$ 是同类项？

(归结为解方程组 $\begin{cases} n-1=2 \\ m+1=4 \end{cases}$)

(2) 当 m 为何值时, 函数 $y = (m-1)x^{m^2+1}$ 是正比例函数、反比例函数、二次函数? (分别归结为解方程组

$$\begin{cases} m^2+1=1, \\ m-1 \neq 0, \end{cases} \begin{cases} m^2+1=-1, \\ m-1 \neq 0, \end{cases} \begin{cases} m^2+1=2 \\ m-1 \neq 0 \end{cases}$$

(8) 已知点 $M(a-1, a)$ 在 y 轴上, 求 M 的坐标. (归结为方程 $a-1=0$)

(4) 当 k 为何值时, 直线 $y=3x+2$ 和 $y=2x+k$ 的交点不在第二象限? (归结为解方程组 $\begin{cases} y=3x-2 \\ y=2x+k \end{cases}$ 和不等式组

$$\begin{cases} k+2 < 0 \\ 8k+4 > 0 \end{cases}$$

(5) 在什么条件下方程 $ax^2+2ax-1=0$ 有一个解是 -2 ? (归结为关于 a 的方程: $a(-2)^2+2a(-2)-1=0$)

(6) 已知长方形的周长是 p , 长比宽多 1, 用代数式表示它的宽. (设宽为 x , 归结为解方程 $2((x+1)+x)=p$)

(7) 求函数 $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{8-x}$ 的自变量的取值范围.

(归结为解不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases}$)

因此, 必须充分认识方程(组)、不等式(组)的广泛的使用意义. 要能够明确什么时候需要使用方程、不等式? 综合问题中的未知数是什么? 根据已知条件可以确立几个方程或不等式? 还需要建立什么方程或不等式才能彻底解决问题? 等等.

因此, 除了领会方程(组)和不等式(组)及其解集的意义, 掌握它们的基本解法外, 还必须熟悉常见的等和不等数量关系, 如速度公式、工程公式、几何中 n 边形内角和定理、三角形两边之和大于第三边、解析几何中的定比分点

公式等。这些数量关系往往是布列方程(组)或不等式(组)的依据。

二、实数的概念与运算

(一) 实数

1. 数的两次扩充

(1) 在小学数学里, 零上 5° 和零下 5° 这两个量, 是在数5前面加上限制词“零上”、“零下”才能表示的。这样表示比较麻烦, 而且不便于运算。这个例子说明, 为了表示互为相反意义的量, 单用算术数已经不够了, 必须引入负数。

在小学数学里, $3 - 5$ 是没有意义的。也就是说, 当减数比被减数大时, 减法无法进行。但在引进负数, 并且规定有关运算法则以后, 就得到 $3 - 5 = 3 + (-5) = -2$ 。这样减法就可以通行无阻了, 这是引入负数的又一个好处。

正整数、负整数、正分数、负分数及零统称为有理数。把数的范围扩充到有理数, 这是整个代数的基础; 有理数的运算是初等数学的基本运算。

(2) 有理数都可以写成有限小数或无限循环小数, 因此都可以表成分数的形式。实际上, 我们还会遇到无限不循环小数,

例如 $\sqrt{2} = 1.41421856\cdots$, 它不能写成分数的形式, 因而不是有理数。无限不循环小数叫做无理数。有理数和无理数统称为实数。实数的分类如下:

实数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{整数(正整数、零、负整数)} \\ \text{分数(正分数、负分数)} \end{array} \right. \text{有限小数或者} \\ \text{无理数(正无理数、负无理数)} \text{无限循环小数} \end{array} \right.$ 无限不循环小数

2. 实数的几何表示

实数与数轴上的点具有一一对应的关系。因此，一条直线在规定了原点、方向和单位以后，就可以用来表示全体实数，称做数轴。利用数轴，我们可以研究实数的绝对值和小。

(1) 实数的绝对值

绝对值的几何意义：在数轴上表示实数的点到原点的距离的数值，叫这个实数的绝对值。

绝对值的代数意义：正数和零的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数。

根据绝对值的代数意义，就可以去掉实数的绝对值符号，把有关绝对值的代数式、方程、不等式，转化为不含绝对值符号的普通数形式，进而应用实数的有关方法和法则进行运算。

【例1】 化简(1) $|\sqrt{3}-2|$;

$$(2) \quad |-a^3| \quad (a < 0);$$

$$(3) \quad |a-1|+a-1.$$

解：(1) $\because 2 > \sqrt{3}, \therefore \sqrt{3}-2 < 0,$

\therefore 负数的绝对值是它的相反数，

$$\therefore |\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = 2 - \sqrt{3}.$$

$$(2) \quad \because a < 0, \therefore -a^3 > 0,$$

$$\therefore |-a^3| = -a^3.$$

$$(3) \quad \text{原式} = \begin{cases} a-1+a-1 & \text{当 } a-1 > 0 \\ 0 & \text{当 } a-1 = 0 \\ -(a-1)+(a-1) & \text{当 } a-1 < 0 \end{cases}$$