怎样解初中数学选择题

翟连林　俞颂萱　余新跃　编

怎样解初中数学选择题

中国展望出版社出版

（北京市西城区太平桥大街4号）

北京市新华书店发行

河北省保定市东方印刷厂印刷

开本787×1092毫米1/32　印张9.5　字数21千字

1985年12月第一版　　1985年12月第一次印刷

书号：7271·145　　　定价：1.72元

目　　录

第一章 绪 论

第一节 选择题的意义和作用

数学选择题是近三、四十年来发展起来的新颖题型。近年来，由于电子计算机的发展，程序教学和自动评卷记分的出现，数学选择题更受到重视。现在有的国家的数学试题全部采用选择题的形式。例如，五十年代，美国大学入学的“学术能力测验（SAT）”，“美国大学考试（ACT），和一年一度的“高中数学竞赛（HSME）”均采用选择题形式。我国近年来在高等学校招生考试，高中、中专、中技招生考试，成人高校招生考试等各类考试中选择题也占一定比重，而且随着标准化考试的推广，选择题占的比重越来越大。从1982年以来，全国部分省、市、自治区联合数学竞赛，选择题占的比重也越来越大。上海教育科学研究所等单位开展“初中平面几何学业成绩评定的初步探索”中，所编拟的试题大部分也是选择题。但是，现行中学课本中选择题是空白，没有典型范例和必要的练习题，因此遇到选择题时，学生感到无从下手，解答时花费时间较多，出现差错也多，影响考核成绩。因此，“怎样解选择题”成为中学生迫切要求解决的一个问题。

选择题是由一个问句或一个不完整的句子和至少三个备选择答案组成。答题者从备选答案中选出一个或几个正确答案。一个选择题中，位于备选答案前的部分称题干，每个备

选答案称为选择支，选择支中不正确者称为迷惑支。

有些数学选择题，在每题所给出的若干选择支中有且只有一个是正确的，这些题叫做单选题；还有一些选择题属于多选题。即在可供选择支中有两个或两个以上的结论是正确的。单选题和多选题统称为选择题。在本书遇到的选择题中，如果没有特别说明，都是单选题。

选择题与传统的解答题（即卷面上要写出演算或推证过程的题，一般称求解题、求证题）有很大的不同。

首先，它有利于培养学生选择、判断的能力；分辨是非区分邻近概念，促进学生判断思维的发展以及适应学生学习和今后实际工作的需要；更有利于培养学生思维的灵活性、敏捷性，提高他们的思维能力。

第二，选择题题小容量大，知识和智能的覆盖面广，避免传统的解答题由于数量小，取样不足的局限性。例如美国的HSME（高中数学竞赛）试题为90分钟完成30个选择题内容涉及到中学阶段数学知识的各个方面。前面提到的上海“初中平面几何学业成绩的初步探索”，所编拟的试题大部分是选择题，而考试时间与平时相同，由于测试题内容全面，有利于准确评定学生的成绩。

第三，省时、省力。选择题不要求学生作详细解答，答卷快，答题省时间，教师评卷费时少，评分标准划一，有利于电子计算机评卷，可以克服传统试题时容易出现的主观因素的影响。

第四，选择题有利于提高应试者解决问题的速度和分析判断能力。解选择题要求学生对所提供的选择支迅速地、正确地进行选择，这种对解题途径的选择，对解题过程与结果的正误判断能力是培养适应现代科学技术所需要人材的一项

必不可少的基本训练。因为今后的实际工作中需要对千头万绪，众多方案及各种可能性作出恰当的处理，进行正确的判断，择其优而从之。总之，这种当机立断的选择判断能力的训练，对培养人材是非常重要的。

第二节　选择题的分类和结构

先谈谈数学选择题的分类。

按选择支的不同性质，选择题可分为定性型、定量型和混合型三种类型。

定性型，要求从命题的条件判定所述数学元素可具有的性质或关系。这类选择题，主要是考察分辨是非、区分邻近概念和推理论证能力。

例1　能够判别一个四边形为菱形的条件是：

（A）对角线相等且互相平分；

（B）对角线互相垂直；

（C）对角线互相平分；

（D）对角线相等且每条对角线平分一组对角。

这里四个选择支分别给出了四边形的某些性质，要求区分邻近的四边形概念，判断性质。

定量型，偏重于计算，由一定条件下可得出的数量结论。

例2　$\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$等于

（A）62500；（B）1000；（C）500；

（D）250；　（E）$\dfrac{1}{2}$。

这是通过计算定出所给式子的正确答案。

混合型，对以上两方面都有要求的选择题。

从题目的形式来看，选择题可分为发散型、收敛型和平

行型三类。

发散型，这类选择题的题干是条件，选择支是可能得出的结论，这些结论中一般只有一个正确结论。如，例1。

收敛型，这类选择题的题干是结论，选择支是获得结论需要具备的条件。如，例2。

平行型，这类选择题由多个条件和多个结论组成，要求学生选出条件和结论之间的对应关系，以搭配成一个正确的命题。

例3　已知函数　(1) $y=x^0$；(2) $y=2^{\log_2 x}$；(3) $y=\dfrac{|x|}{x}$；(4) $y=x$；(5) $y=\sqrt{x^2}$。找出相应的函数图象：

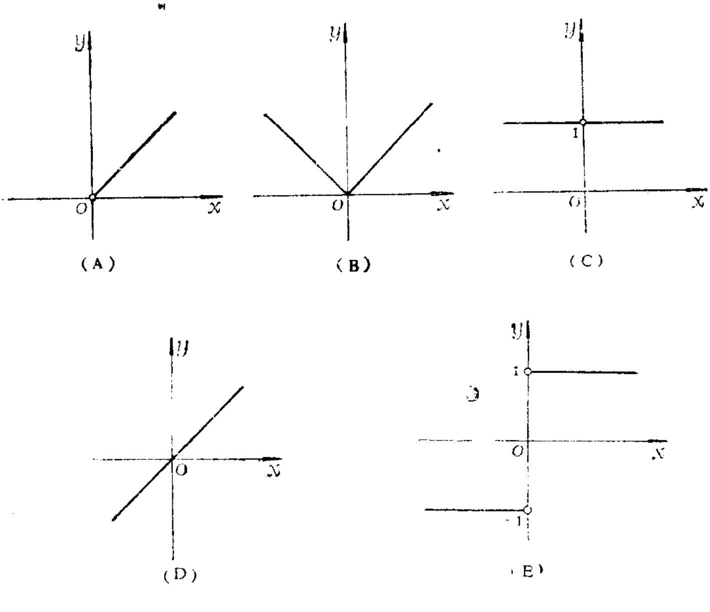

图1

现在我们来考察选择题在命题结构方面的特点。

一个选择题所给出的已知条件和每一个结论都可作成一个命题，有多少结论便可作成多少个命题，因此选择题的结构实质就是由有真有假的若干命题组成的命题组。解选择题就是在这组有真有假的命题中挑选出真命题。这个观点对于我们深刻地理解选择题的本质和探索解选择题的规律具有重要的指导意义。让我们举一个具体例子来说明。

如果$|-a|>-a$，那么：

（A）$a>0$；（B）$a<0$；（C）$a<-1$；

（D）$-1<a<0$；（E）以上结论都不对。

这道选择题由下述五个命题组成：

（A）$|-a|>-a \Rightarrow a>0$；

（B）$|-a|>-a \Rightarrow a<0$；

（C）$|-a|>-a \Rightarrow a<-1$；

（D）$|-a|>-a \Rightarrow -1<a<0$；

（E）上述四个命题都是假命题。

为了从这五个命题中挑选出真命题，需要进行简单的推导证明。由绝对值的定义知$|-a|$是非负数，即$|-a|\geqslant 0$，因此由已知条件$|-a|>-a$两边乘以-1，得$a>-|-a|\geqslant 0$，即得$a>0$。因而可判定命题（A）是真命题，其他四个命题都是假命题。

由上述例题可见，一个选择题所给出的几个结论总是真伪混杂，所构成的各命题真真假假有许多疑似之处，如果对基本概念（或定理）理解模糊，或者基本数学方法不熟悉，很容易导致错误的结论。因此选择题不仅能够考查学生掌握基础知识和基本方法的程度，而且通过解选择题，可以澄清一些似是而非的认识，促使学生在平时学习中注意对基本概

念重视辨伪，对基本方法灵活掌握，从正面、反面、侧面加深对基础知识的理解，从准确性、灵活性和速度等方面加强对基本方法的训练。

第三节 选择题的编拟

我们常常把各种传统题型经过加工转化为选择题。编制选择题，关键在于编好选择支，具体编拟时可采用：

1．列出学生在解答问题中常见的一些错误作为选择支。

选择支中给出的错误答案不能在命题时凭空设想、东拼西凑，而应该是根据学生的学习情况，有计划有针对性地编拟，这样才能达到纠正错误的目的。采用这种方法，如果学生基础知识和基本技能不牢固，易被所提供的错误答案所吸引。

例1 $\sqrt{\lg^2 2-\lg 2^2+1}$的值等于（　　）．

误认为$\lg^2 2=\lg 2^2$，得原式$=\sqrt{1}=1$；

如算术根概念不清，得原式$=\lg 2-1$或$\pm(\lg 2-1)$；

而正确答案是　原式$=\sqrt{(\lg 2-1)^2}=1-\lg 2$．

由此可得此题的选择支为：

（A）1；　（B）$\lg 2-1$；　（C）$1-\lg 2$；（D）$\pm(\lg 2-1)$．

2．列出结论的各种可能出现的情况作为选择支。

例2 设n边形内角和为s，则n与s的函数关系，列出初中阶段n与s的可能出现各种函数关系：正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数．由此可得此题的选择支为（　）。

（A）正比例函数；　（B）反比例函数；

（C）一次函数；　（D）二次函数．

例3 周长为有理数s（$s \neq 0$）的等腰三角形，底边上的高是底边的一半，那么腰与底边上的高为（ ）。

列出腰和底边上高可取有理数或无理数的所有可能情况：

腰	无理数	有理数	无理数	无理数
底边上高	无理数	无理数	有理数	有理数

由此可得此题的选择支为：

（A）腰、底边上高都是无理数；

（B）腰、底边上高都是有理数；

（C）腰是有理数，底边上高是无理数；

（D）腰是无理数，底边上高是有理数。

3. 列出满足或不满足题设条件所得一些结论作为选择支。

例4 已知三角形的二边长为7与2，其周长为偶数，那么第三边的长为（ ）。

设第三边为x，根据题意，有

x为奇数 ①

$5 < x < 9$ ②

则同时满足①与②，得$x=7$；

不满足①而满足②，得$x=6$或8；

不满足②而满足①，得$x=3$。

由此可得此题的选择支为：

（A）3； （B）6； （C）7； （D）8。

例5 根据"对角互补的四边形内接于圆"定理的条件

“对角互补”着手：

满足条件的四边形：等腰梯形；

不满足条件的四边形：对角相等的四边形；

不满足条件的四边形：一般平行四边形；

不满足条件的四边形：一般菱形。

以上面四个四边形为选择支可得选择题：

下列四边形中有外接圆的是：

（A）对角相等的四边形；　（B）一般四边形；

（C）等腰梯形；　（D）一般菱形。

例 6　在$a>b>c>0$，$m>n>0$（m，n为整数）的条件下，推得正确结论是：

$b^n>c^n \Rightarrow a^m b^n>a^m c^n \Rightarrow ab^{n\,m}>a^m c^n>b^m c^n$；

推得错误结论是：

$b^m>a^m \Rightarrow b^m c^n>a^m c^n \Rightarrow a^n b^m>b^m c^n>c^n a^m$；

$c^n>b^n \Rightarrow a^m c^n>a^m b^n \Rightarrow a^m c^n>a^m b^n>b^n c^n$；

$\left(\frac{b}{c}\right)^n>\left(\frac{a}{c}\right)^m \Rightarrow c^m b^n>a^m c^n \Rightarrow a^m b^n>c^m b^n>c^n a^m$。

以上面四个关系式作为选择支可得到选择题：

对$a>b>c>0$，$m>n>0$（m、n是整数），正确关系式是

（A）$a^n b^m>b^m c^n>c^n a^m$；　（B）$a^m c^n>a^m b^n>b^n c^m$；

（C）$a^m b^n>c^m b^n>c^n a^m$；　（D）$a^m b^n>a^m c^n>b^m c^n$。

编拟选择题时，还应注意下列几点：

1. 由题干选择正确答案应是唯一确定的，而不是模棱两可的。

2. 选择正确答案填在指定的括号内，这个括号一般应宜放在句尾，如放在句首会使题意不明确。

3. 选择支要避免不必要的暗示，正确答案和迷惑答案在叙述有时不一致，或正确答案叙述冗长，或位置固定，都可成为暗示。

4. 题干与正确答案之间不应有不言而喻的联系，要使应试者经过一定分析思考或计算，推理才能作出正确的选择。

第二章　解答选择题常用的方法

选择题与常规传统题不同，因此它的解法灵活，且独具一格。目前探求选择题的解法也在不断发展和完善中。

下面列举几种常用的解法。

第一节　直　接　法

直接从问题所给的条件出发，运用数学基础知识，采用综合法，直接推理、计算或借助于图形，推出题目中正确的答案。

这是解选择题的一种基本方法。

例1　设a是接近于$\sqrt{3}$的正有理数，且$b=\dfrac{a+3}{a+1}$，则

(A) $\sqrt{3}$在a、b之间，且b比a更接近于$\sqrt{3}$；

(B) $\sqrt{3}$在a、b之间，且a与b更接近于$\sqrt{3}$；

(C) $\sqrt{3}$在a、b同一侧，且b与a更接近于$\sqrt{3}$；

(D) $\sqrt{3}$在a、b同一侧，且a比b更接近于$\sqrt{3}$。

解：

由$b-\sqrt{3}=\dfrac{a+3}{a+1}-\sqrt{3}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-a)}{a+1}$，得

$$\frac{b-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-a}=\frac{\sqrt{3}-1}{a+1}>0,$$

则　$b-\sqrt{3}$与$\sqrt{3}-a$同号，所以$\sqrt{3}$在a、b之间。

又　$$\left|\frac{b-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-a}\right|=\left|\frac{\sqrt{3}-1}{a+1}\right|<1,$$

$\therefore$　$|b-\sqrt{3}|<|a-\sqrt{3}|$，故$b$比$a$更接近于$\sqrt{3}$。

因而应选择（A）。

例2　直角三角形有一条直角边的长是11，另外两边的长也是自然数，那么它的周长是：

（A）132；（B）121；（C）120；（D）以上结果都不对。

解：设直角三角形的另一条直角边的长为a，斜边的长为c，由勾股定理，得

$$c^2-a^2=11^2$$

即　$(c+a)(c-a)=1\times121$。

$\because$121除分解成11×11外，再不能作别的分解，从而得

$$\begin{cases}c-a=1,\\c+a=121.\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}c=61,\\a=60.\end{cases}$$

$\triangle ABC$的周长为$a+b+c=60+11+61=132$。因此应选择（A）。

例3　三个正整数a、b、c满足条件

（1）$a<b<c<30$；

（2）以另一正整数为底，$a(2b-a)$与$c^2+60b-11a$的对数分别为9与11，则$a+c-2b$的值为：

(A) 4；(B) 2；(C) 0；(D) -2；(E) -4。

解： 设另一正整数为x，由题意，得

$\log_x a(2b-a)=9$，即$x^9=a(2b-a)$ ①

$\log_x(c^2+60b-11a)=11$，即$x^{11}=c^2+60b-11$ ②

由条件（1）知 $a<b<c<30$，b最大为28，在此条件下，令$y=a(2b-a)=-a^2+56a$，此时y最大为784。

又根据①式：$\because 3^9=19683>784$，显然$x<3$。

由②式和对数定义，知$x\neq 1$，$\therefore x=2$，

即 $a(2b-a)=2^9$。

又由题设条件知$a(2b-a)=2^4\cdot 2^5$。

由此只能$a=2^4=16$，$2b-a=2^5$，

$\therefore b=24$。

由②式，得$c=28$，$\therefore a+c-2b=-4$。

因此应选择（E）。

例4 我国1982年棉花总产量为359.8万吨，占世界第一位，1978年棉花总产量是216.7吨，则每年比上一年平均增长的百分数是：

(A) 10.7%；(B) 13.5%；(C) 14.2%；(D) 以上结果都不对。

解： 设每年比上一年平均增长为x，则

$$216.7(1+x)^4=359.8,$$

$$\therefore \quad \lg 216.7+4\lg(1+x)=\lg 359.8,$$

$$\lg(1+x)=\frac{2.5561-2.3359}{4}=0.0551,$$

$$\therefore \quad 1+x=1.135,\ x=0.135=13.5\%.$$

因此应选择（B）。

例5 在$\triangle ABC$中，D是AB的中点，CB是$\triangle ADC$中$\angle ACD$的外角$\angle DCE$的平分线，$\angle ACD=90°$（如图2），若$AD=DB=a$，则BC的长是。

（A）$\dfrac{\sqrt{10}}{5}a$；（B）$\dfrac{2}{5}\sqrt{10}a$；（C）$\dfrac{3}{5}\sqrt{10}a$；

（D）$\dfrac{4}{5}\sqrt{10}a$。

解：$\because BC$是$\angle ACD$的外角平分线，

$$\therefore \frac{AC}{DC}=\frac{AB}{DB}$$

$$=\frac{2a}{a}=2。$$

设$DC=x$，则$AC=2x$。

在$\triangle ABC$中，由勾股定理，有　$x^2+(2x)^2=a^2$，

$$\therefore x=\frac{a}{\sqrt{5}}。$$

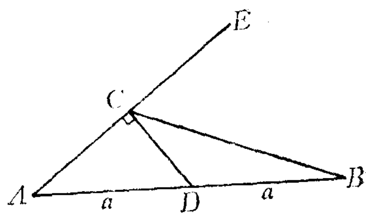

图2

又由正弦定理，得

$$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin\angle ACB},$$

但$AB=2a$，$\sin A=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，

$$\sin\angle ACB=\sin 135°=\frac{\sqrt{2}}{2}。$$

$$\therefore BC=\frac{\sin A}{\sin\angle ACB}\cdot AB=\frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\cdot 2a=\frac{2}{5}\sqrt{10}a.$$

因此应选择（B）。

有些较复杂的题目可以先变形，然后再利用直接法求解，请看下面的例题：

例6　两个质数p、q恰是整系数方程$x^2-99x+m=0$的两个根，则$\frac{p}{q}+\frac{q}{p}$的值是：

（A）9413；　（B）$\frac{9413}{194}$；　（C）$\frac{9413}{97}$；　（D）$\frac{9413}{99}$；（E）以上答案都不对。

解：由条件直接推出结论较困难，可先将$\frac{p}{q}+\frac{q}{p}$变形：

$$\frac{p}{q}+\frac{q}{p}=\frac{(p+q)^2-2pq}{qp} \quad ①$$

再将结论中各个分式的分母分解质因数：

$194=2\times97$，$97=97\times1$，$99=3\times3\times11$。

由方程$x^2-99x+m=0$，得$m=p\cdot q=97\times2$，$p+q=99$。代入①式，得

$$\frac{p}{q}+\frac{q}{p}=\frac{9413}{194}.$$

因此应选择（B）。