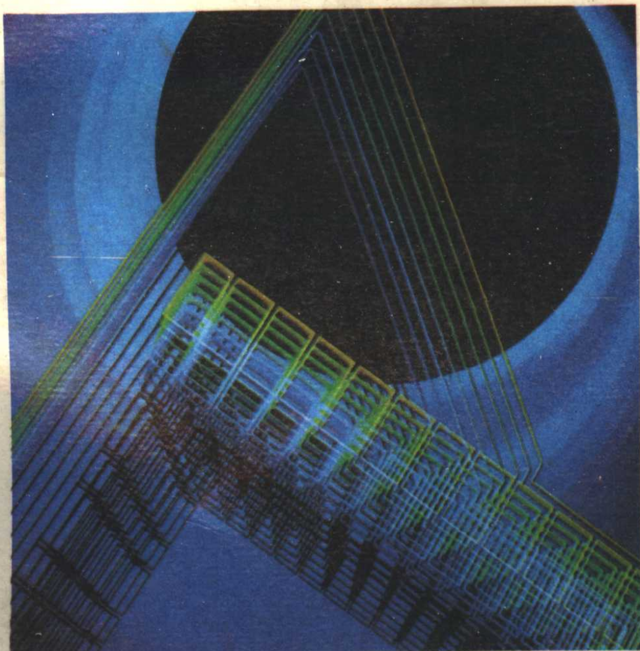
全国百所重点中学
初中数学同步辅导精编
(初三代数上册)



宁夏人民出版社

全国百所重点中学

初中数学同步辅导精编

（初三代数上册）

宁夏人民出版社

(宁)新登字01号

责任编辑：潘仲华
特邀编辑：江　淮

全国百所重点中学
初中数学同步辅导精编
（初三代数上册）

出版发行：宁夏人民出版社
（银川市解放西街105号）
经　销：新华书店北京发行所
印　刷：北京印刷三厂印刷
（地址：和平西街21号 邮政编码：100013）

开本787×1092毫米 1/32 印张7.5 字数168千字
1992年8月第1版 1992年8月第1次印刷
印数：10000 册

ISBN 7—227—00812—6

J·182　　定价：2.80元

全国百所重点中学

初中语文、数学同步辅导精编

丛书编委会

丛书主编：聿　明
语文主编：孙宏杰　李文扬
数学主编：杨浩清
编　　委：聿　明　孙宏杰　李文扬　杨浩清
海　华　吴　界　王　琴　晓　白
许　闵　钱志仁　周寿同　李德恩
朱国振　姜恩铭　王正林　程　志
陆月明　周敏泽　嵇国平　郭长风
王刻铭　杨裕前

前 言

为了帮助广大初中学生学好数学，也为广大教师提供有益的参考资料，我们编写了这套丛书。

本丛书根据初中数学教学大纲，紧扣教材，按现行课本章节顺序编写而成。以配合教学进程，注重平时学习打好基础，发展智力，提高数学素质为宗旨。

本丛书在编排上进行了新的探索，结构新颖。各册均以课本自然节为编写单位，每节都精心设计了实用、齐全、合理的栏目，设“知识要点”、“准备练习”、“例题分析”、“典型题解”、“数学病院”、“习题精编”等。通过栏目进行辅导，使读者犹如面对着循循善诱的老师的指点，格外有效。

“习题精编”分成三个层次。（A）组是基本练习题，（B）组是简单综合题，（C）组是较难的思考题。

相连的若干小节构成知识单元，每单元设“单元小结”和45分钟训练的“单元测试题”两个栏目。

在每一章结束前，再设“归结提炼”栏目对全章的复习和供120分钟训练的“综合测试题”，力求题型多样，有梯度，有层次。在全书的最后给出了习题的答案与提示。

本丛书把课程辅导与习题精编融为一体，构成了它的特色。

本丛书由杨浩清老师任主编。参加编写工作的老师有王正林、程志、陆月明、郭长风、王刻铭、嵇国平、周敏泽等。

本册由嵇国平、周敏泽执笔编写。欢迎读者对书中的不足之处提出批评、建议，以便再版时修订。

编　者

1992年3月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第十三章 常用对数

13.1 对数

【知识要点】

1. 对数的概念：如果不等于1的正数a的b次幂等于N，由给定的a与N去寻求对应的指数b，b就叫做以a为底的N的对数。a叫底数，N叫真数，记作$\log_a N = b$。也就是

若 $a^b = N$ （$a>0$，$a\neq 1$），

则 $\log_a N = b$。

$a^b = N$是a、b、N的指数关系式，$\log_a N = b$是对数关系式。就a、b、N之间的数量关系而言，这两个等式实质上是一样的(等价的)。也就是说，a、b、N满足关系式$a^b = N$，那么也满足$\log_a N = b$。反过来，a、b、N满足关系式$\log_a N = b$，那么也满足$a^b = N$。

2. 在对数概念中，底数$a>0$且$a\neq 1$，则a^b为正数，因此对数$\log_a N$的真数N必须是正数。如果N不是正数，$\log aN$就没有意义。

3. 若$a^b = N$，则$\log_a N = b$。把$b = \log_a N$代入$a^b = N$，则得$a^{\log_a N} = N$。这个关系式称为对数恒等式。

4. 若$\log_a N = b$，则$a^b = N$。把$N = a^b$代入$\log_a N = b$，则得$\log_a a^b = b$。特殊地，$b = 0$或1时有$\log_a 1 = 0$及$\log_a a = 1$，即1的对数等于0，底数的对数等于1，这是对

数的两个基本性质。

【准备练习】

回顾指数的概念及性质，回答下列问题：

(1) 在 $a^n=N$ 中，$a=3$，$n=5$，N 的值是多少？求 N 的值时用的什么运算？

(2) 在 $a^n=N$ 中，$a=0.027$，$n=\frac{1}{3}$，N的值是多少？求 N 的值时用的什么运算？

(3) 在 $a^n=N$ 中，$n=3$，$N=64$，a 的值是多少？求 a 的值时用的什么运算？

(4) 在 $a^n=N$ 中，$n=\frac{1}{2}$，$N=64$，a 的值是多少？求 a 的值时用的什么运算？

(5) 在 $a^n=N$ 中，$a=2$，$N=128$，n 的值是多少？求 n 的值时用的什么运算？

(6) 在 $a^n=N$ 中，$a=3$，$N=10$，则 n 等于什么？

【例题分析】

例1 求下列对数的值：

(1) $\log_{10}0.001$；　　　　(2) $\log_{27}9$。

分析：求对数的值，通常根据对数的定义求解；也可以利用基本性质求解；对于较复杂问题还可以利用 $\log_aN=b$ 与 $a^b=N$ 的等价性，转化为指数问题求解。(1) 式中，容易看出 0.001 是 10 的 -3 次幂，所以可以直接用定义求出对数值。(2) 式中，9 是 27 的多少次幂，不如(1)式中明显，转化为指数问题较好。

解：(1) $\because\ 10^{-3}=0.001$，$\therefore\ \log_{10}0.001=-3$。

（或者直接 $\log_{10}0.001=\log_{10}10^{-3}=-3$。）

(2) 设 $x=\log_{27}9$，则 $27^{x}=9$。

即 $3^{3x}=3^{2}$。

$$\therefore\ 3x=2,\quad \therefore\ x=\frac{3}{2}$$

$$\therefore\ \log_{27}9=\frac{2}{3}。$$

例2 求值：

(1) $9^{\log_{3}81}$；　　(2) $5^{\log_{0.2}7}$。

分析：(1) 式中，指数是一个对数式 $\log_{3}81$，由对数的定义可求得对数值为4，进一步就可以求出 $9^{4}=6561$。(2) 式中指数上 $\log_{0.2}7$ 的值不易求得，联系本节内容中的对数恒等式 $a^{\log_{a}N}=N$。可设法把(2)式转化成对数恒等式左端 $a^{\log_{a}N}$ 的形式，利用对数恒等式化简求值。注意 $0.2=5^{-1}$。

解：(1) 方法一　$\because\ 3^{4}=81$　$\therefore\ \log_{3}81=4$

$$\therefore\ 9^{\log_{3}81}=9^{4}=6561。$$

方法二　$\because\ 3^{\log_{3}81}=81$

$\therefore\ 9^{\log_{3}81}=(3^{2})^{\log_{3}81}=3^{2\log_{3}81}=(3^{\log_{3}81})^{2}=81^{2}=6561$。

(2) $\because\ 0.2^{\log_{0.2}7}=7$

$$\therefore\ 5^{\log_{0.2}7}=(0.2^{-1})^{\log_{0.2}7}=0.2^{-\log_{0.2}7}$$

$$=\frac{1}{0.2^{\log_{0.2}7}}=\frac{1}{7}。$$

例3 当 a 取什么样的数时，$a+1$、1、0 可以构成一个对数关系式？试写出这个对数关系式。

分析：对数关系式中三个元素：真数，底数，对数。其中真数、底数的取值有条件限制。可以先对照这些限制条件，

确定 $a+1$、1、0 可成为何种元素，再由对数的关系及限制条件，求出 a 的取值范围。

解：假定 $a+1$、1、0 三个数能构成对数关系式。因为真数为正数，底数为不等于 1 的正数，所以，0 不是底数和真数，0 是对数值。

1 不能是底数，1 是真数，

$a+1$ 只能是底数，$a+1$ 应是不等于 1 的正数，即

$$\begin{cases}a+1>0,\\ a+1\neq 1。\end{cases}\qquad \therefore\begin{cases}a>-1,\\ a\neq 0。\end{cases}$$

$\because\ (a+1)^0=1$，$\therefore\ \log_{a+1}1=0$ 成立。此时 a 是大于 -1 且不等于 0 的实数。

例 4 已知 $\log_{(x^2-3)}2x=1$，求 x 的值。

分析：求对数式中的 x 的值，实质上是解方程的问题。解方程的关键是同解变形，把方程转化成最简的或标准的形式求解。这里可根据 $a^b=N$ 与 $\log_aN=b$ 的等价性，把对数关系转化为指数关系，进而变为已经学习过的方程形式求解。但变形后应注意到对数式中对真数、底数的限制在新的形式中可能消失，从而产生使对数式无意义的解。所以，最后要检验，舍弃使原对数式无意义的 x 的值。

解：$\because\ \log_{(x^2-3)}2x=1$

$\therefore\ (x^2-3)^1=2x$

即 $x^2-2x-3=0$

$\therefore\ x=-1$ 或 $x=3$。

当 $x=-1$ 时，$2x=-2<0$。原对数式无意义，

$\therefore\ x=-1$ 应舍去。

当 $x=3$ 时，$2x=6$，且 $x^2-3=6$，原对数关系式 $\log_66=1$ 成立。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

∴ 所求 $x=3$。

【典型题解】

题 1 求 $\log_5 125-\pi^{\log_\pi 2}+\log_{0.2}0.2-3\log_3 1+\log_3\sqrt{3}$ 的值。

思路：式中各项的值都可以用对数的定义、基本性质求出。所以先求出各项的值后再求和即可。

解：$\because\ 5^3=125\quad \therefore\ \log_5 125=3$

又 $\pi^{\log_\pi 2}=2$，

$\log_{0.2}0.2=1$，$\quad \log_3 1=0$

且 $\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}\quad \therefore \log_3\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore\ 原式=3-2+1-3\times 0+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

题 2 求 $\log_3 18-\log_3 2$ 的值。

思路：式中各项的值在没有学习其他性质前不能求得，所以可以试试把对数形式转化为指数形式求解的方法。

解：方法一 设 $m=\log_3 18$，$n=\log_3 2$

则 $3^m=18$，$3^n=2$

$\because\ 3^{m-n}=3^m\div 3^n=18\div 2=9=3^2$

$\therefore\ m-n=2$

即 $\log_3 18-\log_3 2=2$

方法二 设 $x=\log_3 18-\log_3 2$

则 $3^x=3^{\log_3 18-\log_3 2}=3^{\log_3 18}\div 3^{\log_3 2}=18\div 2=3^2$

$\therefore\ x=2$

注意：解法二是根据差式中两项对数的底数都是 3，利用了指数运算法则以及对数恒等式对指数形式运算求解。这

是常用到的一种求解方法。

题 3 求 $5^{2+\log_5 4-\log_{0.2} 7}$ 的值。

思路：利用指数运算法则，把原式转化成 5^2、$5^{\log_5 4}$、$5^{-\log_{0.2} 7}$ 的乘积，再用指数与对数的有关性质求值。

解：$5^{2+\log_5 4-\log_{0.2} 7}$

$=5^2\times 5^{\log_5 4}\times 5^{-\log_{0.2}7}$

$=25\times 4\times (0.2)^{\log_{0.2}7}$

$=100\times 7=700$

题 4 已知 $\log_4(x+3)^2=1$，求 x。

思路：利用对数定义，把对数关系式转化成指数形式求解。且要注意得出的 x 使原对数关系式有意义。

解：$\because\ \log_4(x+3)^2=1$

$\therefore\ (x+3)^2=4$　　即　$x+3=\pm 2$

$\therefore\ x=-1$　　或　$x=-5$

将 $x=-1$ 代入原等式两边：

左边 $=\log_4(-1+3)^2=\log_4 4=1=$ 右边

将 $x=-5$ 代入等式两边：

左边 $=\log_4(-5+3)^2=\log_4 4=1=$ 右边

$\therefore\ x=-1$　或　$x=-5$

题 5 已知 $\log_2(\log_3 x)=1$，求 $x^{\frac{1}{2}}$ 的值。

思路：已知条件是一复合的对数式。这种情况一般是把其中的 $\log_3 x$ 看成一个整体，先求出 $\log_3 x$ 的值，再进一步求 x 的值以及 $x^{\frac{1}{2}}$ 的值。

解：$\because\ \log_2(\log_3 x)=1$　　$\therefore\ \log_3 x=2^1$

$\therefore\ x=3^2$。

$\therefore\ x^{\frac{1}{2}}=3$。

题 6 下列各式中，x 取什么范围的值时有意义：

(1) $\log_7(5-x)$； (2) $\log_x 3$；

(3) $\dfrac{1}{\log_2 x+1}$。

思路：要对数式有意义，对数的真数必须取正数以及底数是不等于 1 的正数。另外，应注意分式中的分母不为 0 。

解：(1) 要 $\log_7(5-x)$有意义，必须 $5-x>0$，

$\therefore$ $x<5$。

(2) 要 $\log_x 3$ 有意义，必须 $x>0$ 且 $x\neq 1$，

$\therefore$ $0<x<1$ 或 $x>1$。

(3) 要 $\log_2 x$ 有意义，必须 $x>0$，要$\dfrac{1}{\log_2 x+1}$有意义，

必须 $\log_2 x+1\neq 0$

$$\therefore \begin{cases} x>0, \\ \log_2 x\neq -1。\end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} x>0, \\ x\neq \dfrac{1}{2}。\end{cases}$$

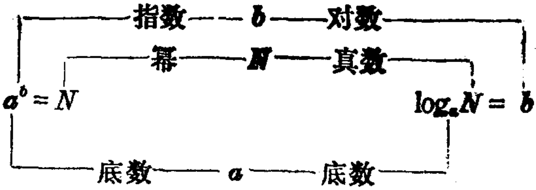
$$\therefore \quad 0<x<\frac{1}{2} \text{ 或 } x>\frac{1}{2}。$$

【数学病院】

题 1 求 $\log_{81}3$ 的值。

错误表现：$\because$ $3^4=81$ $\therefore$ $\log_{81}3=4$。

错误原因与防治：两个数 3 和 81，容易联想到关系式 $3^4=81$。但是忽视了对数概念中元素对应的关系。定义里两个等价关系式 $a^b=N$ 与 $\log_a N=b$ 中，底数是同一个数 a，指数和对数是同一个数 b，幂(的值)和真数是同一个数 N。应正确掌握它们的对应关系。



题 2 已知 $[(-2)^2]^x=\sqrt{6}$，用对数式表示 x。

错误表现：∵ $[(-2)^2]^x=(-2)^{2x}=\sqrt{6}$

∴ $2x=\log_{(-2)}\sqrt{6}$， $x=\frac{1}{2}\log_{(-2)}\sqrt{6}$

错误原因与防治：① $[(-2)^2]^x=(-2)^{2x}$ 是依据指数运算法则 $(a^m)^n=a^{mn}$。但忽视了规定的 a 为正数的条件。当底为 (-2) 时。$[(-2)^2]^x=(-2)^{2x}$ 不一定成立。这里应该先算出 $(-2)^2=4$ 才对。② 由 $(-2)^{2x}=\sqrt{6}$ 得 $\log_{(-2)}\sqrt{6}=2x$ 是依据对数的定义，但忽视了底数 a 为不等于 1 的正数的规定，$\log_{(-2)}\sqrt{6}$ 是无意义的。运用概念或法则的结论而不注意其前提条件是否成立，是学习中的不良习惯。

题 3 已知 $(x-1)\log_2(x-1)=0$，求 x 的值。

错误表现：∵ $(x-1)\log_2(x-1)=0$

∴ $(x-1)=0$ 或 $\log_2(x-1)=0$

∴ $x=1$ 或 $x=2$。

错误原因与防治：没有进一步地去检验。当 $x=1$ 时对数 $\log_2(x-1)$ 无意义，所以 $x=1$ 必须舍去。

【习题精编】

(A)

1. 如果 $3^x=12$，那么 $x=$ ________。

2. 如果 $\log_x(\sqrt[7]{y})=z$，那么 $y=$ ________。

3. 求下列各式中的 x 的值：

(1) $\log_{\frac{2}{3}}x=-2$；　　(2) $\log_{\frac{4}{3}}x=\frac{1}{2}$；

(3) $\log_2 x=-\frac{1}{3}$；　　(4) $\log_5 x=0$。

4. 求下列各式中的 x 的值：

(1) $\log_x 0.01=2$；　　(2) $\log_x 64=2$

(3) $\log_x\frac{1}{27}=-\frac{3}{2}$；　　(4) $\log_x 2\frac{1}{4}=-2$

5. 求下列各式的值：

(1) $\log_4 16$；　　(2) $\log_{27}\frac{1}{3}$；

(3) $\log_8\sqrt[3]{\sqrt{2}}$；　　(4) $\log_{125}\frac{1}{25}$。

6. 求下列各式的值：

(1) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}-\log_2 1$；　　(2) $(\log_2\sqrt{2})^2+2\log_6 6$；

(3) $3^{-\log_3 6}$；　　(4) $5^{\log_{0.2}2}$。

(B)

7. 填空

(1) $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=$ ____，$\log_{\sqrt{5}-2}(\sqrt{5}+2)=$ ____

(2) 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$ab=1$，$\log_a b=$ ________；

(3) 若 $a>1$，则 $\log_a[\log_a(a^{\frac{1}{a}})]=$ ________；

(4) $\log_{(\sqrt{2}-1)}(3+2\sqrt{2})=$ ________。

8. 计算：

(1) $\log_{12}6+\log_{12}24$；　　(2) $\log_4 32-\log_4 48+\log_4 12$；

(3) $\log_2[\log_3(\log_4 2^{18})]$；　(4) $2^{\log_4(2+\sqrt{3})^2}+3^{\log_9(2-\sqrt{3})^2}$。

9. 下列各式中，x取什么范围的值有意义：

(1) $\log_3(-x)$；　　(2) $\log_2(3x-2)$；

(3) $\log_2(x+1)^2$；　　(4) $\dfrac{1}{\log_2 x}$。

10. 求值：

(1) 已知 $\log_2[\log_3(\log_{\frac{1}{2}}x)]=0$，求 x；

(2) 已知 $\log_{3x}(x-6)^2=2$，求 x；

(3) 已知 $\sqrt{m-3}+|n-9|=0$，求$\log_3\dfrac{m}{n}$；

(4) 已知 $(8y-1)^2+|x-16y|=0$，求 $\log_2(xy)$。

(C)

11. (1) 用 2，2，$\sqrt{2}$ 三数为三元素，写成一个对数关系式。

(2) 用 -2，$\dfrac{1}{3}$，9 三数为三元素，写成一个对数式。

12. 已知x，y为正数，$\log_2(x+y)=n$　$\log_2 x=n-1$ 求 $\log_2 y$。

13.2 积、商、幂、方根的对数

【知识要点】

1. 对数运算的性质：对于同一个底数，

两个正数的积的对数等于这两个数的对数的和；
两个正数的商的对数等于这两个数的对数的差；
正数的幂的对数等于幂底数的对数乘以幂指数；
算术根的对数等于被开方数的对数除以根指数。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com