

中学物理竞赛指导

● 力学部分

赵光华 陈育林

舒幼生 陈崇光



吉林教育出版社

中学物理竞赛指导

(力学部分)

赵光华 陈育林 舒幼生 陈崇光

吉林教育出版社

说 明

本书是作者在学生物理竞赛课外辅导讲座基础上编写而成的。在编写过程中，着重于物理概念和规律的理解、分析问题的方法及解决问题的技巧，并适当地扩大了知识面。还选编了部分省市、全国的及国外的物理竞赛试题。全书例题较多，有一定的宽度、深度和难度。读者在学好教材的基础上再学此书，将会受到很大启发。同时本书也是一本中学物理教学的辅助读物。

本书内容分为两部分：第一部分是中学力学教材内容为主，注重于知识和能力的基础训练，在内容上适当地扩大和深化；第二部分注重于知识和能力的提高，讲述了数学方法在物理中的应用。在对灵活、技巧、综合题的剖析中，介绍了一些大学低年级学生必备的力学知识。

参加本书编写的有北京大学附中赵光华、陈育林、北京大学物理系舒幼生、中国科技大学研究生院陈崇光等同志。由于时间仓促和水平有限，书中的错误和不妥之处望读者批评指正。

编 者

1987年12月15日

目 录

第一单元 力学基础知识

一、力和物体的平衡	(1)
1. 内容概况	(1)
2. 主要概念、规律、方法	(2)
3. 问题分类和实例分析	(5)
二、匀变速运动	(28)
1. 内容概况	(28)
2. 主要概念、规律、方法	(28)
3. 问题分类和实例分析	(33)
三、动力学	(51)
1. 内容概况	(51)
2. 主要概念、规律、方法	(51)
3. 问题分类和实例分析	(55)
四、功和机械能	(85)
1. 内容概况	(85)
2. 主要概念、规律、方法	(86)
3. 问题分类和实例分析	(89)
五、动量和动量守恒	(117)
1. 内容概况	(117)
2. 主要概念、规律、方法	(118)
3. 问题分类和实例分析	(122)
六、简谐振动和波动	(147)
1. 内容概况	(147)

2. 主要概念、规律、方法 (147)
3. 问题分类和实例分析 (152)

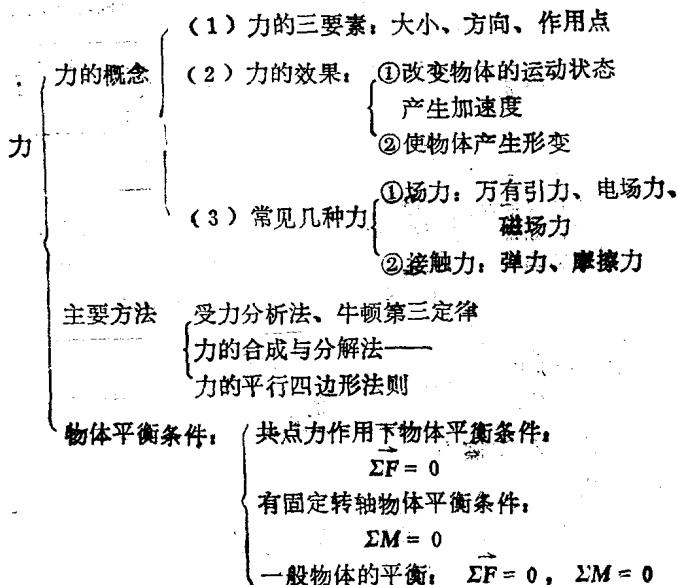
第二单元 力学的补充知识

- 一、物理中数学方法的应用 (174)
 1. 不等式应用——范围、临界值问题 (174)
 2. 等比、等差级数 (178)
 3. 利用三角函数求极值 (182)
 4. 指数、对数 (186)
 5. 近似计算 (188)
 6. 简单微积分应用 (191)
- 二、灵活、技巧题解析 (193)
- 三、分析、综合题解析 (201)
- 四、知识提高部分 (213)
 1. 惯性力 (213)
 2. 质心 (230)
 3. 角动量 (245)
 4. 刚体力学简介 (257)
 5. 狭义相对论介绍 (287)

· 第一单元 力学基础知识

一、力和物体的平衡

1. 内容概况



2. 主要概念、规律、方法

(1) 几种力的比较

种 类	性 质	规 律	作 用 点	方 向
万有引力	一切物体均具有相互作用力	$F = G \frac{Mm}{R^2}$	对于质点在质点上	沿两质点连线
重 力	地球吸引物体产生	$G = mg$	重心	垂直地面向下
弹 力	由物体形变产生	在弹性限度内 $F = kx$	物体接触处	垂直于支持面、指向被支持物体 沿着绳(杆), 指向收缩方向
摩擦力	由接触面的相对运动或相对运动趋势产生	静摩擦力根据运动特点决定 滑动摩擦力 $f = \mu N$	在接触面上	沿着切面的相对运动和相对运动趋势方向
浮 力	由气体或液体对浸入物体产生压力差	$F_{浮} = V\rho g$	排开的气液重量	竖直向上

(2) 弹力和摩擦力

① 弹力

弹力产生的条件是：物体间存在接触；
接触处发生形变。

如何判断是否有弹力：有接触而无挤压和拉伸则无弹力。判断形变方法可由运动状态的变化来进行。如图 1-1-1 所示，静

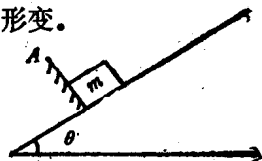


图1-1-1

止在斜面上的物体 m ，对木板 A 有压力作用吗？

判断方法：假定抽掉木板 A 时，物体 m 不动，无状态变化，则无挤压，无弹力；如抽掉木板 A ，物体 m 有移动，则有弹力。

弹力方向的判断方法是：互相接触的物体只是接触而不固定，它们之间只能产生互相挤压的弹力，其方向必然垂直接触面。若物体与绳固定连接，两者间只能产生相互拉伸的弹力，弹力必沿绳的方向。

弹力大小的计算：弹性体在弹性限度内，若拉伸或压缩形变量为 x ，倔强系数 k ，则由胡克定律可求

$$f = kx \quad E = \frac{1}{2} kx^2$$

如 x 、 k 未知时或对非弹性体，可根据平衡条件或运动定律求：

值得注意的是：物体接触面挤压情况是与接触面的运动状态有关，分析弹力时务必考虑。

② 摩擦力

摩擦力存在的条件是： a ．相互接触； b ．接触面粗糙； c ．压力存在； d ．有相对运动和相对运动趋势。

需注意的是：不要把摩擦力阻碍物体间的相对运动，看成阻碍物体的运动，从而错误认为摩擦力的方向总是与物体的运动方向相反；或是摩擦力一定是阻力。

在计算最大摩擦力时也可用 $f = \mu_s N$ 。静摩擦系数 μ_s 略大于滑动摩擦系数 μ_k ，计算时通常略去两者的区别。

(3) 受力分析法和力的合成分解法

① 受力分析法

能正确地对物体进行受力分析，作出物体受力图，是解力学题重要的方法和手段。在力学中要分析的基本上是三种

力：即重力、弹力、摩擦力。学了电磁学后，还有电场力和磁场力。

受力分析方法是：先重力、次弹力、再摩擦力。

怎样才是正确地对研究的物体进行受力分析呢？a. 研究对象受力情况，若和其他物体联系在一起，要进行隔离，隔离体与周围物体作用情况由牛顿第三定律来确定；b. 找出研究对象所受的全部外力；c. 区分已知力和未知力。

② 力的合成与分解

利用力的等效性，用一个力等效地代替几个力叫力的合成；反之，即是力的分解。

力的合成和分解由实验得出结论：遵守平行四边形法则。

需注意的是：a. 合力可以大于分力，也可以小于分力。b. 力的分解不可脱离实际任意分解，而应从实际效果出发确定分力的方向。c. 力的合成和分解在多个力的情况下，通常利用直角坐标系的分量式进行运算，比平行四边形法则要简便得多。

(4) 物体的平衡

① 在共点力作用下物体的平衡

a. 物体在共点力作用下的平衡状态是指静止状态或匀速直线运动状态。

b. 共点力作用下的物体平衡仅限于把受力物体当作质点的情况。

c. 当平衡时，应满足合力为零的条件。

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

② 有固定转动轴的物体的平衡

a. 有固定转轴的物体的平衡状态是指静止状态或匀速

转动状态。

b. 当平衡时, 应满足合力矩为零的条件。

$$\Sigma M = 0$$

③ 一般物体的平衡

当物体平衡时, 合力为零, 合力矩也同时为零。所以对于一般物体 (刚体) 其平衡条件

$$\Sigma \vec{F} = 0, \quad \Sigma M = 0$$

3. 问题分类和实例分析

(1) 摩擦力的分析

例 1 如图 1-1-2 所示, 质量分别为 $m_1 = 10$ 千克、 $m_2 = 50$ 千克的两个物体, 通过定滑轮, 其中一个悬于桌边, 另一个置于桌面上, 且保持相对静止。物体 m_2 与桌面摩擦系数为 $\mu =$

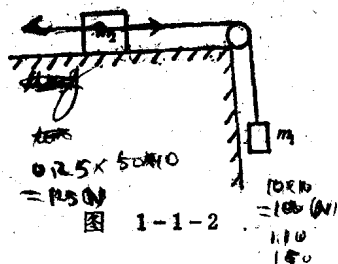


图 1-1-2

0.25。讨论:

① 若在物体 m_1 上增加质量 Δm 分别为 1 千克和 5 千克, 此时物体 m_2 受到的摩擦力的性质和大小如何?

② 若在物体 m_2 上增加质量 Δm 分别为 1 千克和 5 千克, 则物体 m_2 受到的摩擦力的情况又如何?

解 ① 当物体 m_1 上质量增大时, 重量也增大。当 $\Delta m = 1$ 千克时, 系统 m_1 和 m_2 受到的重力 $(m_1 + \Delta m)g$ 比静摩擦力 $\mu m_2 g$ 小, 物体 m_1 和 m_2 保持相对静止, 故物体 m_2 受到的静摩擦力根据静力平衡条件得

$$f_s = (m_1 + \Delta m)g = (10 + 1)g = 11 \text{ 千克}$$

当 $\Delta m = 5$ 千克时, $(m_1 + \Delta m)g > \mu m_2 g$, 系统作匀加

速运动, 物体 m_2 受滑动摩擦力, 其大小为 $f_k = \mu m_2 g = 0.25 \times 50 \times g = 12.5$ (千克)。

②在物体 m_2 上增加质量 Δm , 并没有改变系统的运动状态。物体 m_1 和 m_2 仍处于相对静止中, 故物体所受的静摩擦力 $f_s = m_1 g = 10$ (千克) 保持不变。

例 2 如图 1-1-3 所示, A、B 是两个带柄 (a 和 b) 的完全相同的长方形物体, C 是另一长方体, 其厚度可以忽略, 质量为 m , A、B 与斜面间以及与 C 之间均有摩擦, C 与 A 或 B

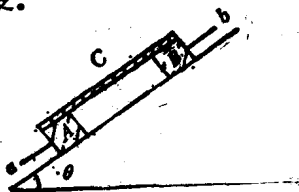


图 1-1-3

间的静摩擦系数均为 μ_s , 设它们原来都处于静止状态。①若一手握住 a, 使 A 不动, 另一手握住 b, 逐渐用力将 B 沿倾角为 θ 的斜面向上拉。当力增大到能使 B 刚刚开始向上移动时, C 动不动? 若动, 如何动? ②此时 A 与 C 之间的摩擦力为多大? ③若握住 b 使 B 不动, 握住 a 逐渐用力将 A 沿倾角为 θ 的斜面向下拉, 当 A 开始移动时, C 动不动? 若动, 如何动?

解 ① C 与 A、B 间的正压力是相等的, 所以最大的静摩擦力的大小也是相等的。当 B 开始向上运动时, B 给 C 沿斜面向上的最大静摩擦力

$$f = \mu_s N = \mu_s \cdot \frac{1}{2} mg \cos \theta$$

如果 C 要向上运动, 则必须克服 A、C 间最大静摩擦力 f 和 C 所受重力沿斜面向下的分力。这是做不到的。所以 C 保持不动。

② C 保持不动时, 由平衡条件

$$\mu smg \cos \theta \geq mg \sin \theta$$

当 B 向上开始移动时, 如 $mg \sin \theta > \frac{1}{2} \mu smg \cos \theta$, 那么 B 对 C 向上的最大静摩擦力不足以克服 C 的下滑趋势. A 给 C 的摩擦力应该是向上的, 大小为

$$f = mg \sin \theta - \frac{1}{2} \mu smg \cos \theta$$

如果 $mg \sin \theta < \frac{1}{2} \mu smg \cos \theta$, 那么 C 在 B 的最大静摩擦力作用下有上滑的趋势. A 给 C 的静摩擦力方向向下, 大小为

$$f = \frac{1}{2} \mu smg \cos \theta - mg \sin \theta$$

③ 将 A 向下拉时, 如 C 不动, A 给 C 的摩擦力为 f , 则 C 受到沿斜面向下的力为 $mg \sin \theta + f$ 大于 B 阻止 C 下滑的最大静摩擦力 f . 所以, C 一定向下滑动, 并且 C 滑动不可能比 A 快, 否则 A 、 B 对 C 的摩擦力均向上, 大小为 $\mu smg \cos \theta$. 而 $mg \sin \theta \leq \mu smg \cos \theta$, 则 C 将不动, 这与前提相矛盾. 所以, C 、 A 只能是一起开始沿斜面向下移动.

例 3 如图 1-1-4 所示, 一个质量 $m = 20$ 千克的钢件, 架在两根完全相同且平行的长直圆柱上. 钢件的重心与两柱等距, 两柱的轴线在同一水平面内. 圆柱的半径 $r = 0.025$ 米, 钢件与圆柱间的滑动摩擦系数 $\mu = 0.20$, 两圆柱各绕自己的轴线作转向相反的转动, 角速度 $\omega =$

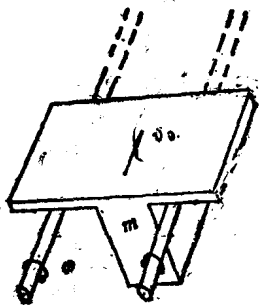


图 1-1-4

40弧度/秒。若沿平行于柱轴的方向施力推着钢件作速度为 $v_0 = 0.050$ 米/秒 的匀速运动, 推力是多大? 设钢件左右受光滑导槽限制 (图中未画出), 不发生横向运动。

解 此题是一个动平衡问题。当两圆柱转动时, 使钢件产生向右 (或向左) 的运动趋势的分速度, 当钢件以 v_0 匀速向前运动时, 其合速度与前进方向有一夹角 θ , 如图 1-1-5 所示。

而摩擦力 f 的方向与合速度 v 方向相反, 不是与 v_0 方向相反 (需特别注意)。当钢件匀速前进时, 根据动平衡规律, 推力

$$F = 2f \cos \theta \quad (1)$$

沿着钢件的竖直方向, 钢件重心与两圆柱等距。

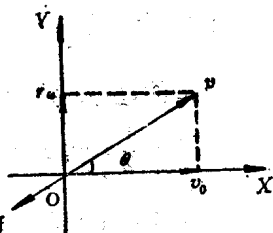


图 1-1-5

$$mg = 2N$$

$$\text{滑动摩擦力} \quad f = \mu N = \frac{1}{2} \mu mg \quad (2)$$

由图 1-1-5 可知

$$\cos \theta = \frac{v_0}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + r^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r\omega}{v_0}\right)^2}}$$

把结果代入①式

$$\begin{aligned} F &= 2 \times \frac{1}{2} \mu mg \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r\omega}{v_0}\right)^2}} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 0.20 \times 20 \times 10 \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.025 \times 40}{0.050}\right)^2}} \\ &\approx 2.0 \text{ (牛)} \end{aligned}$$

例 两滑块 A_1 和 A_2 叠放在水平的桌面上,如图1-1-6所示。已知 A_1 的质量为 m_1 , A_2 的质量为 m_2 , A_2 与桌面间的静摩擦系数为 μ_2 。设用 μ_1 表示 A_1 与 A_2 间的静摩擦系数, F 表示作用于滑块 A_1 上的水平拉力, 则当 μ_1 和 F 取各种不同值时, A_1 和 A_2 可能发生的运动情况有下列四种:

① A_2 相对于桌面滑动, 但 A_1 与 A_2 相对静止。

② A_2 相对于桌面滑动, A_1 与 A_2 间存在相对运动

③ A_2 相对于桌面静止, A_1 相对桌面滑动。

④ 相对于桌面, A_1 和 A_2 都静止。

求: ① 分别写出上述每种运动情况中 μ_1 和 F 所满足的条件。

② 以横坐标表示 μ_1 , 纵坐标表示 F , 试在 $F \sim \mu_1$ 图上标出与上述每种运动情况相应的 μ_1 和 F 的取值范围。

解 ① 根据牛顿第二定律列出两物体的动力学方程。

$$F - \mu_1 m_1 g = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g = m_2 a_2 \quad (2)$$

分别根据情况讨论

A. $a_2 \neq 0$, 则 $\mu_1 m_1 g > \mu_2 (m_1 + m_2) g$

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2, \quad F > \mu_2 (m_1 + m_2) g$$

由题意 $a_1 = a_2$

$$F - \mu_1 m_1 g = m_1 a_1$$

$$\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g = m_2 a_2$$

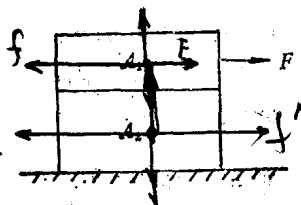


图 1-1-6

消去 a
$$\frac{F - \mu_1 m_1 g}{\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g} = \frac{m_1}{m_2}$$

化簡得 $\mu_2 (m_1 + m_2) g < F$

$$\leq \frac{m_1}{m_2} (\mu_1 - \mu_2) (m_1 + m_2) g$$

B. $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$, $a_1 > a_2$

由①式 $F > \mu_1 m_1 g$

由②式 $\mu_1 m_1 g > \mu_2 (m_1 + m_2) g$

可知 $\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$

$$\frac{F - \mu_1 m_1 g}{\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g} = \frac{m_1 a_1}{m_2 a_2}$$

$$\frac{m_2 (F - \mu_1 m_1 g)}{m_2 (\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g)} = \frac{a_1}{a_2} > 1$$

所以求得 $F > \frac{m_1}{m_2} (\mu_1 - \mu_2) (m_1 + m_2) g$

C. $a_1 \neq 0$, $a_2 = 0$

$$\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g \leq 0$$

$$\mu_1 \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2, \quad F > \mu_1 m_1 g$$

D. $a_1 = 0$, $a_2 = 0$

$$F \leq \mu_1 m_1 g,$$

$$\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g \leq 0$$

$$F \leq \mu_2 (m_1 + m_2) g$$

② 如图 1-1-7 所示

(2) 共点力的平衡问题

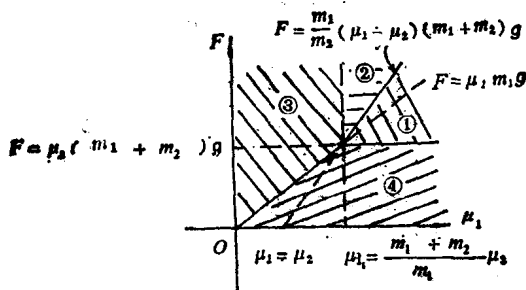


图 1-1-7

例 5 如图 1-1-8 所示, 长为 l 的绳子一端拴着半径为 a , 重量为 G 的球, 另一端拴在倾角为 α 的光滑斜面的 A 点上。证明绳子中的张力为

$$T = \frac{G(a+l)\sin\alpha}{\sqrt{l^2 + 2al}}$$

证 在图中作出受力分析, 建立直角坐标。

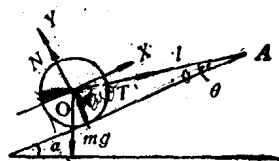


图 1-1-8

由共点平衡条件

$$G\sin\alpha - T\cos\theta = 0$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(l+a)^2 - a^2}}{l+a} = \frac{\sqrt{l^2 + 2al}}{l+a}$$

所以
$$T = \frac{G\sin\alpha}{\cos\theta} = \frac{G(l+a)\sin\alpha}{\sqrt{l^2 + 2al}}$$

例 6 如图 1-1-9 所示, 长为 l 的细线, 两端各系一个重量为 G 的小环, 小环套在一水平杆上, 线的中点挂一重为 $2G$ 的物体。设环与杆之间摩擦系数为 μ , 不计细线的质量, 问两环在杆上不动时, 它们间最大距离是多少?

解 在图上标出受力情况。

由图可知，当平衡时

$$T \cos \alpha - f = 0 \quad (1)$$

$$N - G - T \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$f = \mu N \quad (3)$$

$$T \sin \alpha + T \sin \alpha - 2G = 0 \quad (4)$$

由④式 $T \sin \alpha = G$

得 $N = 2G$

$$T \cos \alpha - \mu \cdot 2G = 0$$

消去 T $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\mu}$

所以 $\cos \alpha = \frac{2\mu}{\sqrt{1 + 4\mu^2}}$

$$\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2 \times \frac{l}{2} \cos \alpha$$

$$= \frac{2\mu l}{\sqrt{1 + 4\mu^2}}$$

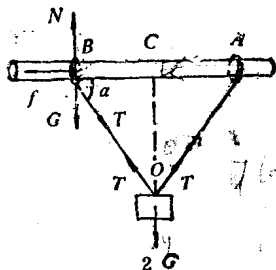


图 1-1-9

例 7 用1.5米长的绳子AB把质量为1千克的物体拴在一个环上，环可以在一水平杆上自由移动，环与杆之间的摩擦系数为0.75。第二根绳子的一端也拴在这个物体上，另一端则跨过定滑轮后吊着一重量为G的物体。若滑轮在环的左边2.4米的地方，G刚能使环沿杆滑动，问：

① 物体的重量G是多少？（如图1-1-10所示）

② 绳子AB中的张力T等于多少？

③ 两根绳子间的夹角 θ 等于多少？

解 在图中作出受力分析

$$T \cos \phi - f = 0$$