小学数学应用题
一 题 多 解

襄樊市教育局教研室 编

卫光平 陈文全 执笔

湖 北 人 民 出 版 社

小学数学应用题一题多解

襄樊市教育局教研室编

卫光平 陈文全 执笔

•

湖北人民出版社出版 湖北省新华书店发行

湖北省新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 5.25印张 120,000字

1983年2月第1版 1983年2月第1次印刷

印数：1—116,500

统一书号：7106·1666 定价：0.39元

编 者 的 话

应用题是小学数学中的一个重要内容．为了开拓学生的解题思路，培养和提高学生思维的灵活性及综合运用数学知识的能力，为今后的学习打好基础，我们编写了这本《小学数学应用题一题多解》．

本书在小学教材的基础上，选择小学阶段常见的有代表性的应用题进行“一题多解”．各种解法都有较为详细的分析，最后还对这些解法进行了综合比较，希望能够帮助读者掌握解应用题常用的思考方法．为了加深理解，本书结合例题的讲解配置了一定数量的习题，读者可根据自己的情况适当选做，书末附有参考解法及答案，以便查对．本书可供小学高年级学生自学阅读及家长辅导子女学习使用，亦可供小学数学教师教学时参阅．

本书(一)由陈文全编写，其余部分均由卫光平执笔写成．湖北省教育学院彭咏松、冯善庆同志审阅了初稿，对本书的编写提出了宝贵意见，在此表示感谢．

由于编者水平有限，书中难免有缺点和错误，望读者批评指出．

编　者

一九八二年五月

目　　录

引　言

数学应用题是来源于日常生活和生产实践中的具有一定数量关系用文字或语言叙述的实际问题．解答这类问题往往有多种不同的方法，这些不同的解法中一般都有一种或者几种正确理解题意，算式简明合理，运算灵活简捷的方法．寻求一道应用题的多种解答方法，简称为应用题的“一题多解”．

进行应用题“一题多解”的练习，不仅可以使我们加深对题中数量关系的理解，找到较为合理的思考方法和解题途径，而且还能促使我们反复钻研题意，从不同的角度观察分析问题，培养我们综合运用各种数学知识的能力，有利于开拓解题思路和锻炼思维的灵活性．在小学阶段就养成探求“一题多解”这种良好的学习习惯，升入中学后就能更好地适应中学数学及其它各科的学习，对今后的学习亦可产生较好的影响．

进行“一题多解”练习时，对于应用题的各种基本解答方法，必须打好坚实的基础．其次要注意不要仅仅停留在探索多种解法这一步，还要进一步对寻求出来的各种解法进行观察对比，分析各种解法的联系和区别，比较各种解法的优缺点，从中找出具有最合理的思考途径和最简捷的计算过程的解题方法．这样才能达到“一题多解”练习的目的．

下面我们结合一些实例，说明探讨应用题“一题多解”的途径和方法．因为有的应用题的解法多达十几种甚至几十种，由

于篇幅所限，对这种应用题我们就只介绍最主要和最有代表性的解法，而把重点放在对这些解法的分析上，以帮助读者明确它们各自的特点和它们的共同规律.

（一）用算术方法进行“一题多解”

算术方法是小学解答应用题最基本的方法，算术方法也是其它各种数学计算的基础，因此在小学阶段算术方法是解答应用题使用得最为普遍的方法．在（一）中，我们首先讨论如何用算术方法对小学阶段常见的各种类型的应用题进行“一题多解”．

【例 1】 一架飞机，在规定的时间内飞向某地．如果飞机每小时飞行 800 公里，可以早到 0.5 小时，如果每小时飞行 600 公里，就要迟到 0.5 小时．规定的时间是多少小时？飞机到达某地飞行的航程是多少公里？

解法一：

分析 飞机如果以每小时 600 公里的速度飞行要迟到 0.5 小时，因此在规定时间里飞机还要飞行 (600×0.5) 公里才能到达某地．飞机以每小时 800 公里的速度就早到 0.5 小时，因此如果飞机继续飞行到规定的时间就要超过某地 (800×0.5) 公里，由此可见在规定的时间里，飞机以每小时 800 公里的速度比每小时 600 公里的速度要多飞行 $(600\times0.5+800\times0.5)$ 公里．多飞行的原因是两种速度每小时相差 $(800-600)$ 公里．因此，用多飞行的公里数除以速度差可以求出规定的飞行时间，进而求出飞机到达某地的飞行里程．

解 (1) 在规定时间里飞机以两种速度飞行路程相差多少

公里？

$600 \times 0.5 + 800 \times 0.5 = 700$（公里）

(2) 飞机以两种速度飞行每小时相差多少公里？

$800 - 600 = 200$（公里）

(3) 规定的飞行时间：

$700 \div 200 = 3.5$（小时）

综合算式：

$(600 \times 0.5 + 800 \times 0.5) \div (800 - 200) = 3.5$（小时）

(4) 飞机到达某地飞行的航程：

$800 \times (3.5 - 0.5) = 2400$（公里）

或 $600 \times (3.5 + 0.5) = 2400$（公里）

答：规定的时间是 3.5 小时，飞机到达某地飞行的航程是 2400 公里.

解法二：

分析 由题意飞机以每小时 600 公里的速度飞行到达某地比每小时以 800 公里速度飞行多用 $(0.5 + 0.5)$ 小时．这就是说飞机以每小时 800 公里的速度到达某地所用的时间如果以每小时 600 公里速度飞行，就还距某地 $[600 \times (0.5 + 0.5)]$ 公里，这样可知在相同的时间（即以每小时 800 公里速度飞行到达某地所用时间）内，每小时 800 公里速度比每小时 600 公里速度多飞行 $[600 \times (0.5 + 0.5)]$ 公里．多飞行的原因是两种速度相差每小时 $(800 - 600)$ 公里，于是多飞行的路程除以速度差，就是飞机以每小时 800 公里速度飞行到达某地所用时间．进而可以求出规定的时间和到达某地飞行的航程．

解 (1) 飞机以每小时 800 公里的速度飞行到达某地所用时间：

$600 \times (0.5 + 0.5) \div (800 - 600)$

$= 600 \div 200$

$= 3$(小时)

(2) 规定的飞行时间：

$$3 + 0.5 = 3.5\text{(小时)}$$

(3) 飞机到达某地飞行的航程：

$$800 \times 3 = 2400\text{(公里)}$$

答 (略)

解法三：

分析 先求出飞机以每小时 600 公里速度飞行到达某地所用时间. 与解法二的分析类似，飞机以每小时 800 公里速度飞行，到达某地比每小时 600 公里的速度飞行要少用 $(0.5 + 0.5)$ 小时. 就是说飞机以每小时 600 公里的速度飞行到达某地所用的时间，如果以每小时800公里的速度飞行就将超过某地$[800 \times (0.5 + 0.5)]$ 公里，这样在相同时间（即以每小时 600 公里速度到达某地需用时间）内，飞机以每小时 800 公里的速度比每小时 600 公里的速度多飞行$[800 \times (0.5 + 0.5)]$公里，多飞行的原因是两种速度每小时相差$(800 - 600)$公里，于是多飞行的路程除以速度差可以求出飞机以每小时 600 公里的速度飞行到达某地所用时间.

解 (1) 飞机以每小时 600 公里的速度飞行到达某地所用时间：

$800 \times (0.5 + 0.5) \div (800 - 600)$

$= 800 \div 200$

$= 4$(小时)

(2) 规定的飞行时间：

$4 - 0.5 = 3.5$(小时)

(3) 飞机到达某地飞行的航程：

$600 \times 4 = 2400$(公里)

答　(略)

例1得到的上述三种算术解法有一个共同点，都是根据飞机以不同的速度飞行形成的不同的航程差和速度差之间的关系，首先求出原来规定时间，进而求出航程的．解法二和解法三在求原来规定时间时用假设的方法求出航程差，这是两种解法的共同特点，思考途径较为曲折，不太容易理解．解法一以原来规定时间为标准考虑问题，以两种速度在规定时间内飞行，形成的航程差除以速度差，求出原来规定的飞行时间，这种解法把问题归结为常见的追及问题后求解，比较容易理解．下面我们通过解法一的分析着重说明解应用题时常用的一种思考方法——综合法．

什么是综合法呢？解题时从应用题的已知条件出发，运用已学过的基本数量关系推出由这些条件所能求得的结果，再把这些结果作为已知条件，与原来的条件合在一起推出新的结果，如此继续下去，一直到推出求得所求的问题为止．简单地说，综合法就是从条件到问题的思考方法．以解法一的分析为例：从飞机以每小时600公里的速度飞行要迟到0.5小时这个条件，可推出在规定时间里飞机还要继续飞行(600×0.5)公里才能到达目的地，从飞机以每小时800公里的速度飞行要早到0.5小时这个条件，可推出在规定时间里飞机就要超过目的地(800×0.5)公里．由上面所得的两个结果可推出在规定时间内以两种速度飞行的航程差是$(800 \times 0.5 - 600 \times 0.5)$公里，而由已知又容易推出速度差是$(800 - 600)$公里，从航程差和速度差这两个推出的结果就可最后得出问题的答案．

综合法的思考方法适合已知条件较少，数量关系比较简单的应用题，它常常和另一种思考方法——分析法结合起来使用．

【例 2】 张明、李军和赵棋三人都要从甲地到乙地，张、李二人一起从甲地出发后两小时赵棋才从甲地出发．张明每小时走 5 公里，李军每小时走 4 公里，张、李二人出发后 12 小时，赵棋和张明同时到达乙地．求赵棋出发后几小时追上李军？

解法一：

分析 此题初看起来条件很乱，头绪较多，不易下手．如果从问题出发结合条件考虑就容易找到解决问题的途径．问题是赵棋出发几小时追上李军，属于追及问题，由已知李军每小时行 4 公里，比赵棋早出发 2 小时，因此赵棋出发时李军已行 (4×2) 公里，这就是行程差．现在问题的关键在于求出赵、李两人的速度差，因为李军的速度是已知的，所以现在问题就转化为求赵棋的速度，也就是要求赵棋行完全程所用时间和全程里数，赵棋行完全程所用时间可求出是 $(12-2)$ 小时，那么只要求出全程，问题即可得到解决，而这显然可由张明每小时行 5 公里，12 小时行完全程求出．

解：

(1) 甲乙两地全程多少公里？

$$5\times12=60\text{(公里)}$$

(2) 赵棋每小时行多少公里？

$$60\div(12-2)=6\text{(公里)}$$

(3) 赵棋出发时李军已行多少公里？

$$4\times2=8\text{(公里)}$$

(4) 赵棋出发后几小时追上李军？

$$8\div(6-4)=4\text{(小时)}$$

综合算式：

$$4\times2\div[5\times12\div(12-2)-4]=4\text{(小时)}$$

答：赵棋出发后 4 小时追上李军．

解法二：

分析 从解法一分析可知解题关键在于求出赵棋的速度．也可以根据赵棋和张明二人之间的追及运动求出赵棋的速度：由题意赵棋出发时张明已行(5×2)公里，两人同时到达乙地，可知赵棋行完全程所用时间就是追及时间，由追及问题的基本数量关系：速度差＝行程差÷时间可以算出赵棋和张明二人的速度差，进而求出赵棋的速度使问题得到解答．

解 (1) 赵棋每小时比张明多行多少公里(速度差)？

$$5\times2\div(12-2)=1\text{(公里)}$$

(2) 赵棋每小时行多少公里？

$$5+1=6\text{(公里)}$$

(3) 赵棋出发时李军已走多少公里？

$$4\times2=8\text{(公里)}$$

(4) 赵棋出发后几小时追上李军？

$$8\div(6-4)=4\text{(小时)}$$

综合算式：

$$4\times2\div[5+5\times2\div(12-2)-4]=4\text{(小时)}$$

答 (略)

解法三：

分析 把甲乙两地间的距离看作整体“1”，张明12小时行完全程，可知张明每小时行全程的$\frac{1}{12}$，赵棋$(12-2)$小时行完全程，每小时行全程的$\frac{1}{12-2}$；如果把赵棋的速度看成是整体“1”，张明的速度就是赵棋的$\left(\frac{1}{12}\div\frac{1}{12-2}\right)$，张明的速度是已知的，于是赵棋的速度可以由分数除法求出．以下的解题过程和前面两种解法完全相同．

解　(1)　张明的速度是赵棋的几分之几？

$$\frac{1}{12}\div\frac{1}{12-2}=\frac{1}{12}\div\frac{1}{10}=\frac{5}{6}$$

(2) 赵棋每小时行多少公里？

$$5\div\frac{5}{6}=6\text{(公里)}$$

(3) 赵棋出发后几小时追上李军？

$$4\times2\div(6-4)=4\text{(小时)}$$

综合算式：

$$4\times2\div\left[5\div\left(\frac{1}{12}\div\frac{1}{12-2}\right)-4\right]=4\text{(小时)}$$

答　(略)

上述三种解法都必须先求出赵棋的速度，围绕着这个问题从不同的角度考虑和分析，使求赵棋速度的三种解法各具特点，解法二是从另一个角度思考追及问题的，通过张、赵二人的速度差求出赵棋的速度，思维方法比较灵活，解法也比较新颖；解法三是通过分数知识求出赵棋速度的，虽然这种解法比较抽象，但由于它综合运用了较多的知识，也是一种较好的解法．下面我们着重通过解法一说明另一种解题的思考方法——分析法．

什么是分析法呢？解题时从应用题的问题出发，运用已学过的基本数量关系，找出解决这个问题所需的两个条件，如果这两个条件(或其中一个)题中没有直接告诉我们，就必须再提出，要求这两个条件(或其中一个)又需要具备些什么其它条件，如此继续逆推，直到所需要的条件都是题中的已知条件为止．简单地说，分析法就是从问题到条件的思考方法．现以解法一为例：要求“赵棋出发几小时追上李军”，就必须知道行程差和速度差，要知道行程差就必须知道李军的速度和李军先走的时

间，这是题中已知的；要求速度差必须知道张、李二人的速度，其中李军速度已知，要求赵棋的速度就又必须知道赵棋行完全程所用时间以及全程的长．前一条件（所用时间）可由题给条件得到，而要求后一个条件（全程的长）就又必须知道张明的速度以及行完全程所用时间，这两个条件都是已知的，这样就得到了完整的解题思路．运用分析法时应明确每一问题的计算都必须有两个已知条件，但是在分析的过程中有时有一个（或者两个）条件不知道，这就必须从未知看已知，再看未知与已知之间有什么联系，这样顺藤摸瓜，探本求源地追溯到题给已知条件，使问题获得解决．这种思考方法适用于数量关系比较复杂的应用题，运用这种方法思维方向明确，能较好地获得解题途径，可以锻炼和提高我们的分析推理能力．

分析法虽然和前面介绍的综合法的思考方向完全相反（分析法从问题到条件，综合法从条件到问题），但这两种方法又是紧密联系不可分割的，比如在解法一里，有些分析中就体现了综合法的思考方法．实际上解应用题时，经常是将这两种思考方法配合使用来寻求解题途径的．

【例 3】 甲乙两列火车在不同时间内，由距离 477 公里的两个车站相向开出．甲列车每小时行 46 公里，乙列车每小时行 38 公里，甲列车行驶 230 公里时与乙列车相遇，求乙列车比甲列车早出发几小时？

解法一：

分析 要求乙列车比甲列车早出发几小时，就要知道甲乙两列车相遇时各行了多少小时（分析法），因为甲每小时行46公里，而它行了 230 公里与乙列车相遇，所以甲列车行了（230÷46）小时（综合法），现要求乙列车行驶时间必须知道相遇时乙行驶路程和乙列车的速度（分析法），乙的行驶路程显然可从

总路程减去甲的行驶路程得到(综合法)，乙的速度是已知的，问题得到解决.

解 (1) 相遇时甲列车行了多少小时?

$230 \div 46 = 5$(小时)

(2) 相遇时乙列车行了多少小时?

$(477 - 230) \div 38 = 6.5$(小时)

(3) 乙列车比甲列车早出发几小时?

$6.5 - 5 = 1.5$(小时)

综合算式：

$(477 - 230) \div 38 - 230 \div 46 = 1.5$(小时)

答：乙列车比甲列车早出发 1.5 小时.

解法二：

分析 要求乙列车早出发多少小时必须知道乙列车的速度(已知)和乙列车先行了多少公里(分析法). 要求乙列车先行的路程必须知道两列车同时相向行驶的路程，而要解决这个问题就要求出两车的速度和同时行驶的时间(分析法)，因为甲列车比乙列车晚出发，所以甲列车行驶的时间就是两列车同时行驶的时间，而甲列车的行驶时间可由相遇时甲列车的行驶路程和甲列车的速度这两个已知条件求得(综合法).

解 (1) 相遇时甲列车行驶时间(两车同时行驶时间)：

$230 \div 46 = 5$(小时)

(2) 甲列车出发时，乙列车先行多少公里?

$477 - (46 + 38) \times 5 = 57$(公里)

(3) 乙列车先行了多少小时?

$57 \div 38 = 1.5$(小时)

综合算式：

$[477 - (46 + 38) \times (230 \div 46)] \div 38 = 1.5$(小时)

答　(略)

例 3 从不同的思路出发，得到上述两种解法，比较这两种解法可以看出，解法一的思考过程较为简明扼要，解题过程也较为简便，是比较好的解法.

在上述两种解法的解题分析中，对于综合法和分析法这两种思考方法是配合起来使用的．前面例 1 和例 2 中，把两种方法分开研究是为了便于说明，实际上这两种方法的使用并不是孤立的，它们之间存在着密切的联系．一般解题时都首先进行分析，然后综合，综合是在分析的基础上进行的，综合时仍然必须分析，因此这两种方法是相辅相成的．一般地说，只有把这两种思考方法有机地结合起来，才有可能较快地找到解题途径.

【例 4】 一架飞机从甲地到乙地是顺风航行，每小时航行 810 公里；返回时天气不好，是逆风航行，每小时只航行 540 公里，甲地距乙地 1350 公里，这架飞机在甲乙两地间往返航行的平均速度是每小时多少公里？

解法一：

分析　由题意飞机顺风航行到达乙地需用时间 $(1350\div810)$ 小时，返回时需用时间 $(1350\div540)$ 小时，因此飞机在甲乙两地间往返航行共需 $(1350\div810+1350\div540)$ 小时，而甲乙两地往返航行距离是 (1350×2) 公里，于是往返航行的平均速度可以求出.

解： (1) 飞机在甲乙两地间往返航行共需多少小时？

$$1350\div810+1350\div540=\frac{5}{3}+\frac{5}{2}=4\frac{1}{6}\text{（小时）}$$

(2) 往返航行的平均速度是每小时多少公里？

$$1350\times2\div4\frac{1}{6}=648\text{（公里）}$$

答：这架飞机在两地间往返航行的平均速度是每小时648公里.

解法二：

分析 因为飞机在甲乙两地往返航行的平均速度和甲乙之间某一段路程上的往返平均速度是相同的，所以我们可以从某一段路程(例如810公里)来考虑，由已知顺风航行这810公里需1小时，而逆风航行这810公里显然需$(810\div540)$小时．于是往返航行这810公里〔即飞机航行(810×2)公里〕共需$(1+810\div540)$小时，这样往返的平均速度可以求出了.

解 (1) 顺风航行1小时所行路程返回时需多少小时？

$810\div540=1.5$(小时)

(2) 顺风航行1小时所行路程往返需要多少小时？

$1+1.5=2.5$(小时)

(3) 飞机在甲乙两地间往返平均速度？

$810\times2\div2.5=648$(公里)

综合算式：

$810\times2\div(1+810\div540)=648$(公里)

答 (略)

解法三：

分析 与解法二的分析类似，从逆风航行1小时所行540公里这一段航程来考虑，可以求出往返航行这540公里〔即飞机飞行(540×2)公里〕共需$(1+540\div810)$小时，这样也可求得往返的平均速度.

解 综合算式：

$540\times2\div(1+540\div810)$

$=1080\div(1+\frac{2}{3})$