

动力气象基础复习



动力气象基础复习

北京大学地球物理系数值预报进修班

1974年4月

第一章 大气热力学基础

从热力学观点看，大气运动可看作是由热机的作用而引起的。因此，热力学定律在研究大气运动中起着重要的作用。而且大气热力过程和大气运动又是互相关联的，所以在解决大气运动的动力过程时，也必须考虑大气热力过程。因此，首先在本章简单地复习一下大气热力学一些基本知识。

§ 1. 热力学第一定律

热力学第一定律即是能量守恒定律的一种表现形式。即

$$\delta Q = \delta u + A P \delta V \quad (1 \cdot 1)$$

表示外介传给单位质量气体的热量等于气体内能的改变和气体对外所作的功。

对于理想气体内能与体积无关，即 $d u = C_v d T$ 。

(1·1) 式用微分形式表示为：

$$d Q = C_v d T + A P d V$$

利用状态方程 $PV = RT$ ，

$$\text{则 } dQ = (C_v + A R) dT - A V dP$$

$$= C_p dT - \frac{A R T}{P} dP \quad (1 \cdot 2)$$

上式即气象上常用的热力学第一定律形式。式中 A 为功热当量， R 为气体常数， C_p ， C_v 分别为等压比热和等容比热，

且 $C_p = C_v + \Delta R$ 。

对于不含水汽的干空气，以及未发生凝结和蒸发等水的相变过程的未饱和湿空气，上述规律都可认为是正确的。

上述式中 $\Delta = 2 \cdot 389 \times 10^{-4}$ 卡／尔格，对于干空气：

$$\lambda_d = 2 \cdot 87 \times 10^6 \text{ 厘米}^2/\text{秒}^2 \text{ 度}$$

$$C_{pd} = 0 \cdot 240 \text{ 卡}/\text{克} \cdot \text{度}$$

$$C_{pv} = 0 \cdot 171 \text{ 卡}/\text{克} \cdot \text{度} \quad \frac{C_{pd}}{C_{pv}} = \frac{7}{5} = 1 \cdot 40$$

§ 2. 湿度参数、湿空气状态方程

大气热力学和物理热力学的主要差别在于有水汽这一重要因素。

一、湿度参数

干空气和水汽所组成的气体混合物即湿空气。因此为了完全表示湿空气的物理状态，除温度、气压和空气密度等状态参数外，还必须有表示其中水汽含量的湿度参数。例如水汽压 e ，混合比 w 、比湿 ω 、相对湿度 r 和露点温度 T_d 等。

1. 对于水汽而言，状态方程也是适合的。因此一定密度和温度的水汽，将产生水汽压 e ，单位也是用毫巴表示。因此水汽和干空气部分的状态方程分别为：

$$e = \rho_v R_v T,$$

$$P - e = \rho_d R_d T$$

式中 ρ_v , ρ_d 分别为水汽和干空气密度, 水汽的气体常数 $R_{vT} = 4 \cdot 62 \times 10^8$ 厘米²/秒²度 = 1.608 R_d 。

2. 设湿空气总质量为 M , 其中含 M_d 克干空气和 M_v 克水汽。即 $M = M_d + M_v$ 。混合比 w , 即是和单位质量干空气相混合的水汽质量。即

$$w = \frac{M_v}{M_d} = \frac{\rho_v}{\rho_d} = \frac{\frac{R_{vT}}{P-e}}{\frac{R_d T}{P-e}} = \frac{0.622 e}{P-e}$$

$$\approx \frac{0.622}{P} \quad (1 \cdot 3)$$

3. 比湿 φ 即是和单位质量湿空气相混合的水汽质量。即

$$\varphi = \frac{M_v}{M} = \frac{w}{1+w} = \frac{0.622 e}{P - 0.378 e}$$

$$\approx \frac{0.622 e}{P} \quad (1 \cdot 4)$$

或者 $w = \frac{\varphi}{1-\varphi} \quad (1 \cdot 5)$

对于实际大气 $w \approx \varphi$ 。

4. 当水面上蒸发和凝结达到平衡时的水汽压叫做饱和水汽压, 用 e_s 表示。它只是温度的函数。

$$e_s(t) = 6.11 \times 10^{\frac{a t}{t + b}} \quad (1.6)$$

式中饱和水汽压 e_s 的单位为毫巴， t 为摄氏温度。在水面上： $a = 7.5$ ， $b = 237.3$ ；在冰面上： $a = 9.5$ ， $b = 265.5$ 。

夜间大气近地面层冷却时，饱和水汽压逐渐降低。当饱和水汽压等于实际水汽压时，空气中水汽达到饱和，这时空气的温度即为露点，用 T_d 表示。所以露点即是空气等压冷却到饱和时的温度。

因此饱和比湿为

• • • •

$$\varphi_s = \frac{0.622 e_s}{P - 0.378 e_s} \approx \frac{0.622 e_s}{P} \quad (1.7)$$

饱和混合比为

• • • •

$$w_s = \frac{0.622 e_s}{P - e_s} \approx \frac{0.622 e_s}{P} \approx \varphi_s \quad (1.8)$$

5. 相对湿度 r 定义为观测到的混合比 w 和饱和混合比 w_s 之比。

$$r = \frac{w}{w_s} \approx \frac{e}{e_s} \quad (1.9)$$

即实际水汽压与同温度下饱和水汽压之比。

二、湿空气的比热

假如1克干空气和 w 克水汽所组成的湿空气，其单位质量在等压情况下从四周获得热量为 δQ ，使得温度升高 δT 。假如该系统不发生相变，则

$$(1+w) \delta Q = 1 \cdot C_{pd} \delta T + w \cdot C_{pv} \delta T$$

$$\text{即 } \delta Q = \frac{1}{1+w} C_{pd} \delta T + \frac{w}{1+w} C_{pv} \delta T$$

因此湿空气定压比热

$$C_p = \frac{1}{1+w} (C_{pd} + w C_{pv}) \approx (1+0.8w) C_{pd}$$

(1.10)

同理，湿空气定容比热

$$C_v = (1 + 0.9w) C_{vd} \quad (1.11)$$

式中水汽定压比热 $C_{pv} = 0.441$ 卡/克度。

水汽定容比热 $C_{v,v} = 0.331$ 卡/克度， $C_{pv}/C_{v,v} = \frac{4}{3}$
 $= 1.33$ ，

三、湿空气状态方程

假如质量为 M 体积为 V 的湿空气，其温度为 T ，气压为 P ，水汽压为 e ，则干空气的气压为 $P - e$ ，因此

$$(P - e) V = M_d R_d T$$

$$e V = M_v R_v T$$

$$\text{所以 } P V = (M_d R_d + M_v R_v) T = M R T$$

$$\text{而 } M = M_d + M_v$$

所以湿空气气体常数

$$R = \frac{M_d}{M} R_d + \frac{M_v}{M} R_v = \frac{1}{1+w} R_d + \frac{w}{1+w} R_v$$
$$\approx (1 + 0.61w) R_d \quad (1 \cdot 12)$$

因此得到湿空气状态方程为

$$P = \rho R T = \rho (1 + 0.61w) R_d T \quad (1 \cdot 13)$$

$$\text{令 } T_v = (1 + 0.61w) T \quad (1 \cdot 14)$$

$$\text{则 } P = \rho R_d T_v \quad (1 \cdot 15)$$

上式与干空气的状态方程形式相同，只不过用订正过的温度代替了实际的湿空气温度。经过水汽订正过的温度 T_v ，称为虚温。由上式看到，所谓虚温即在同一压力下干空气密度和湿空气密度相等时，干空气应具有的温度。注意它并非空气的实际温度，而是虚设的。引进虚温以后，比较复杂的湿空气状态方程就可以用形式简单的干空气状态方程来代替。另外也可用订正气体常数的办法简化湿空气状态方程。

§ 3. 大气热力过程

一、大气运动的准静力学条件

为了能够利用一般热力学定律讨论大气中热力过程，假定大气中空气微团运动满足准静力学条件。即空气微团运动很慢以致在位移过程中任何时刻，其微团内的压力 P 和周围空气压力 \bar{P} 保持相等，即

$$P = \bar{P}, \quad \frac{dp}{dz} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial z}$$

而且空气微团运动又不太慢，以致它本身的温度 T ，密度 ρ ，比湿 q 一般又不与四周的 \bar{T} ， $\bar{\rho}$ ， \bar{q} 相等，即

$$T \neq \bar{T}, \quad \frac{dT}{dz} \neq \frac{\partial \bar{T}}{\partial z},$$

$$\rho \neq \bar{\rho}, \quad \frac{d\rho}{dz} \neq \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z},$$

$$q \neq \bar{q}, \quad \frac{dq}{dz} \neq \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

上述准静力学条件只有速度接近声速，以及在高层大气中气压脉动值与气压本身具有同一量级方不能成立。

二、干绝热过程

1. 干绝热过程

在热力过程中空气微团与四周没有热量交换，称为绝热过程。如果在短时间内，空气状态有显著变化，而加热作用

比较缓慢，这种情况下空气状态的变化过程可以看成是绝热的，即 $dQ = 0$ 。假如空气中不含水汽称为干绝热过程。由(1·2)式得

$$C_{pd} dT - \frac{A R_d dP}{P} = 0 \quad (1·16)$$

$$\text{将上式积分得 } \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{A R_d}{C_{pd}}} \quad (1·17)$$

这个方程称为干绝热方程。式中 $A R_d / C_{pd} = 0.288$ ，

T_0 , P_0 分别为任一起始状态的绝对温度和气压。上式说明干绝热过程中，同一微团处于不同状态，其温度随着气压变化而变化。

2. 位温

由上述可以看到，比较不同空气微团的热力状态，单纯比较温度是不行的，还要考虑气压的影响。例如，有一个微团A具有较低的温度，但位于另一微团B之上，它干绝热下降到与B同一高度时，A的温度会比B高。所以应该把它们的温度变化到同一标准压力下来进行比较。在气象上，通常把空气微团变化到1000毫巴压力下进行比较，用在这种情况下空气温度来代表空气的热力属性。我们把空气微团绝热变化到1000毫巴压力下所具有的温度，称为空气的位温。

由(1·17)式得到

$$\theta = T \left(\frac{1000}{P} \right)^{\frac{A R_d}{C_{pd}}} \quad (1 \cdot 18)$$

式中 θ 表示位温，它是温度 T 和气压 P 的函数，在干绝热过程中具有守恒的性质。

引入位温 θ 后，热力学第一定律可以写为

$$dQ = C_p \frac{T}{\theta} d\theta \quad (1 \cdot 19)$$

将 (1·18) 式取对数后微分，再代入 (1·2) 式即得上式。

3. 干绝热递减率

由 (1·17) 式看到，空气微团上升或下沉时，温度随高度改变的程度是依赖于它的压力随高度变化的程度。根据准静力学条件： $P = \bar{P}$ ， $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ ，并利用静力学方程

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} = -\rho g, \text{ 由 (1·16) 式得}$$

$$C_{pd} dT = -\frac{A R}{P} (\rho g dz) = A g \frac{T}{T_0} dz$$

$$\text{所以 } \frac{dT}{dz} = -\frac{A g}{C_{pd}} \frac{T}{T_0} \quad (1 \cdot 20)$$

上式即是绝热垂直位移过程中，空气微团的个别温度递减率。

在一般情况下， $T \approx \bar{T}$ ，故

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\Delta \sigma}{C_{pd}} = -\gamma_d \approx -0.98 \text{ }^{\circ}\text{C}/100 \text{ 米}$$

(1 · 2 1)

这即一般气象上所用的干绝热递减率。注意它不同于探空仪测到实际大气的温度垂直变化。

三、湿绝热过程

对于未饱和湿空气的绝热变化与干空气的绝热变化差别很小，所以一般把未饱和湿空气的绝热过程，按照干绝热过程来处理。当湿空气绝热上升达到饱和时的高度称为凝结高度。空气作热对流时，积分底的高度就可看作凝结高度。对于饱和湿空气的绝热过程，即一般所谓湿绝热过程。又可分为逆绝热过程和假绝热过程，前者凝结的水滴和冰晶仍留在该空气微团内，随同气体一同运动。而后者在凝结过程中，所有凝结物一旦产生即完全降落。这种过程中空气成份和质量随时改变，因此系统沿相反过程进行时不能完全还原。而且随着凝结物降落时，也要失去一部分热量。所以这种过程不是严格绝热的，因此称为“假绝热过程”。实际大气中所进行的湿绝热过程一般都介于此两者之间。

1. 假绝热过程

假如饱和湿空气经过假绝热膨胀过程，由状态 A (T, P, w_s) 变到 B' ($T + dT$, $P + dP$, $w + dw_s$), 湿空气中 dw_s 克水汽凝结成液体水，放出潜热 $L dw_s$ 加

热该湿空气团，凝结的液体水立即降落，该湿空气团含水量变为 $w_s + dw_s$ 。在整个过程中湿空气总质量为 $(1 + w_s)$ 克，其中 w_s 是一个变数。其热通量方程为

$$dQ = -L dw_s = (1 + w_s) (C_p dT - ART \frac{dp}{p})$$

式中 $R = R_d(1 + 0.6w_s)$, $C_p = C_{pd}(1 + 0.8w_s)$

所以 $-L dw_s \approx (1 + 1.8w_s) C_p dT -$

$$- (1 + 1.6w_s) A R_d T \frac{dp}{p} \quad (1.22)$$

式中凝结潜热 $L = 597.26 - 0.57 t$ 卡/克， t 为摄氏温度。

2. 可逆绝热过程

在整个过程中湿空气含水量 w_0 保持不变，而只是水汽与液体水的比例有变化，则由状态 A 到状态 B $d w_s$ 克水汽凝结放出潜热为 $dQ = -L dw_s$ ，液体水温度变化 dT 所放出热量 $dQ_2 = -C(w_0 - w_s) dT$ ，因此 1 克干空气和 w_s 克饱和水汽所组成的湿空气获得热量为 $dQ = -C(w_0 - w_s) dT - L dw_s$ ，因此可逆过程热通量方程为：

$$-L dw_s - C(w_0 - w_s) dT = (C_p dT - ART \frac{dp}{p}) \\ (1 + w_s) \quad (1.23)$$

上式中没有考虑水汽在维持饱和条件下温度变化所需的热量。

利用(1·10)和(1·12)式以及水的比热 $C = 4 \cdot 17 C_{pd}$,
则上式变为

$$-Ld\omega_s = [1 + 1 \cdot 8 \omega_s + 4 \cdot 17 (\omega_0 - \omega_s)] C_{pd} dT$$

$$-(1 + 1 \cdot 6 \omega_s) A R dT \frac{dp}{p} \quad (1 \cdot 24)$$

可逆湿绝热过程和假绝热过程相比，在绝热膨胀时 dp ,
 $d\omega_s$ 相同，(1·24)和(1·22)相比，只是后者没有
 dQ_2 来加热空气团，所以假绝热过程中温度降低大于可逆绝
热过程中温度的降低，如图1·1所示。但这种差别很小，所
以对于绝热上升，这两者处理基本上一样。可逆绝热下降由
B点又回到A点，但按

绝热过程由B'点下降
时，空气微团中水汽再
也不能达到饱和了，因
此沿着干绝热过程下降
到P高度，已不再是回
到A点，而是到了C点，
其温度高于A点温度。

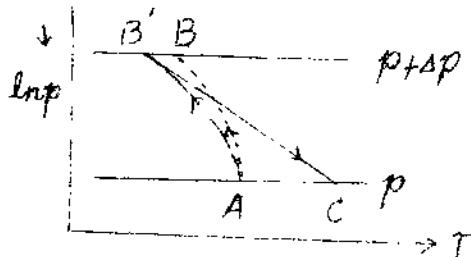


图 1·1

3. 湿绝热递减率

由上面已知湿空气上升时，假绝热过程和可逆绝热过程
差别不大。这时温度随高度的变化，可根据假绝热过程的
(1·22)式来决定，因 ω_s 数值很小，所以可以化简为：

$$-Ld\omega_s = C_{pd} dT - A R dT \frac{dp}{p}$$

$$\text{即 } dT = \frac{\Delta R dT}{C_{pd}} - \frac{dp}{p} - \frac{L}{C_{pd}} dw_s \quad (1 \cdot 25)$$

上式表示饱和湿空气上升时，温度随高度变化是由两种作用引起的，一种是由气压改变所引起的。另一种作用是水汽凝结释放热量所引起的。上升时，水汽凝结， $dw_s < 0$ ，它的作用可引起温度升高。因此它的作用可抵消一部份由于气压降低所引起的温度的减小。因此有水汽凝结时，空气上升引起的降冷将比没有水汽凝结时要缓慢。

由准静力学条件，(1·25)式变为

$$dT = \frac{\Delta R dT}{C_{pd}} - \frac{d\bar{p}}{\bar{p}} - \frac{L}{C_{pd}} dw_s$$

利用静力学公式和状态方程得湿绝热温度递减率为

$$\begin{aligned} \gamma_m &= -\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta g}{C_{pd}} \frac{T}{\bar{T}} + \frac{L}{C_{pd}} \frac{dw_s}{dz} \\ &= \gamma_d \frac{T}{\bar{T}} + \frac{L}{C_{pd}} \frac{dw_s}{dz} \approx \gamma_d + \frac{L}{C_{pd}} \frac{dw_s}{dz} \end{aligned} \quad (1 \cdot 26)$$

因上升时水汽凝结，所以 $\frac{dw_s}{dz} < 0$ ，则有

$$\gamma_d > \gamma_m$$

$\frac{dw_s}{dz}$ 表示水汽凝结量随高度的变化。它不是一常数，因饱和混合比 w_s 为温度 T 和气压 P 的函数，($w_s = 0.622 \frac{e_s(T)}{P}$)，因此 $\frac{dw_s}{dz}$ 也依赖于温度和气压。

所以 γ_m 和 γ_d 不同，它不是常数。在不同温度和气压下它的数值见下表。

$t^{\circ}\text{C}$	-20	-10	0	10	20
P 毫巴					
1000	0.86	0.76	0.65	0.53	0.43
700	0.81	0.70	0.57	0.46	0.37
500	0.77	0.64	0.51	0.40	0.32

由上表看出，当高温时， γ_m 还不到 γ_d 的一半。在绝热图表上，湿绝热曲线即表示饱和空气湿绝热上升时，它的温度随高度变化的曲线。在高温的地方它和干绝热线偏离较大，到了高层，水汽凝结量很小，它就近于和干绝热线平行。

4. 假相当位温 θ_{se}

在干绝热过程中，用位温比较两空气团的热力性质。空气的位温在干绝热上升和下沉中是不变的。在湿空气上升过程中，如果发生了水汽凝结，供给空气团热量，那么当它再沿干绝热下沉到 1000 毫巴时，它的位温 θ 比没有发生凝结前要大。因此位温在假绝热上升过程中是增大的，这时位温 θ 不再有保守性。其所以是如此，是因为没有考虑水汽位相

变化也能加热空气。因此需要寻找一个在湿绝热过程中保守的量，它不仅包含压力的影响，而且也包含水汽凝结可能造成温度变化。

如图 1.2 所示，当处于 A (p , T , w) 状态未饱和空气，于绝热上升到达凝结高度 B 点，这时空气微团达到饱和，气团继续上升，在上升过程中有水汽不断凝结，它将按湿绝热曲线上升减温。

当空气微团内水汽全部凝结，并降落以后，再让它按干绝热下沉到 1000 毫巴，此时气团的温度即为它的假相当位温，用 θ_{se} 表示。

因此，假相当位温相当于：湿空气通过假绝热上升过程把它的水汽全部凝结完后所具有的位温。因此在假相当位温中不仅包含压力对温度的影响，而且把水汽对温度的影响也包含在内，实际上是温度、压力、湿度都包括在一起的综合特征。它对于干绝热过程，假绝热过程和可逆湿绝热过程都是守恒的。

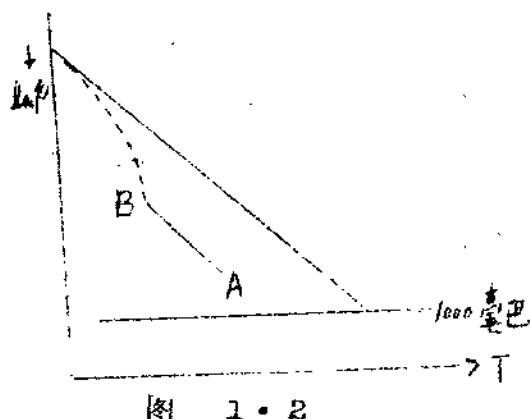


图 1.2

§ 4. 静力稳定性

所谓静力稳定性主要是讨论与大气的温湿垂直分布状态相联系的垂直运动的发展问题，也称为层结稳定性。