

容易混淆的数学概念

王永建 孙兴运

张润青 马希文

封面插图：陈焕然



中國少年兒童出版社

容易混淆的数学概念

王永建 孙兴运

张润青 马希文

*

中国少年儿童出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 4.5印张 45千字

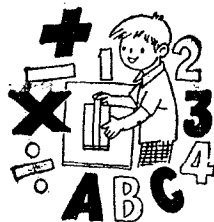
1982年4月北京第1版 1982年4月北京第1次印刷

印数1—198,000册 定价0.34元

内 容 提 要

掌握好数学概念，是学好数学不可缺少的基本功。初中数学的概念很多。这本书选了四十组容易混淆的数学概念，列举生动有趣的例子，着重说明了每一个概念的准确含义，以及它们之间的严格区别。

目 次



1	量和数.....	3
2	数字和数.....	6
3	基数和序数.....	8
4	除尽和整除.....	11
5	质数、质因数和互质数.....	14
6	0和无.....	18
7	1:0和无意义.....	21
8	正、负号和加、减号.....	24
9	相反数和倒数.....	27

10	乘方和幂·····	30
11	代数式、等式和公式·····	33
12	恒等式和方程·····	36
13	解和根·····	40
14	幂的乘法和幂的乘方·····	43
15	二数和的平方和二数的平方和·····	46
16	同解和增根·····	49
17	恒等变形和同解变形·····	53
18	命题、公理和定理·····	56
19	轴对称和中心对称·····	59
20	平方根和算术平方根·····	62
21	无理数和不尽根数·····	65
22	π 和 3.1416·····	67
23	化去分母里的根号和化去根号里的分母·····	70
24	同类根式和同次根式·····	74
25	积、商、幂、方根的对数 和对数的积、商、幂、方根·····	77

26	相似多边形和位似多边形.....	80
27	角和三角函数.....	83
28	锐角、第一象限的角和 0° 到 90° 的角.....	89
29	圆和圆周.....	92
30	接和切.....	95
31	重心、垂心、内心和外心.....	98
32	角度和弧度.....	101
33	= 和 $\equiv$	104
34	分析法和综合法.....	108
35	反证法和同一法.....	112
36	函数和方程.....	117
37	任意大和无穷大.....	120
38	几何法和解析几何法.....	123
39	共点线和共线点.....	128
40	$\{0\}$ 和空集 ϕ	131



这是一本讲初中数学概念的书。

有的同学说：学数学只要会演算，会证明，

会解题就行了，何必注意那些概念？

有的同学说：数学最难的是解题，我就是老解不好题，概念有什么难？

这样的说法对不对呢？不对。

会解题当然重要。不会解题，只会哇啦哇啦地讲一大堆概念，当然是不行的。

大量的事实说明，要学会解题的方法和技巧，必须很好地理解数学概念，正确地运用数学概念。不少同学解题困难，进步缓慢，原因就是忽视概念。

要是你不知道什么是二数的平方和，一解这样的问题就会错。

要是你把约去和消去弄混了，就会出现

$$\frac{a^2 + 2(a+b)}{b^2 + 2(a+b)} = \frac{a^2}{b^2}。$$

你也许会说：这种错误太明显了。我虽然不大注

意数学概念，可也没有出过这样的错误。

真是这样，那是碰上的。概念不够清楚准确，就可能在别的地方犯这一类错误。

总之，我们建议你不妨看一看这本书。

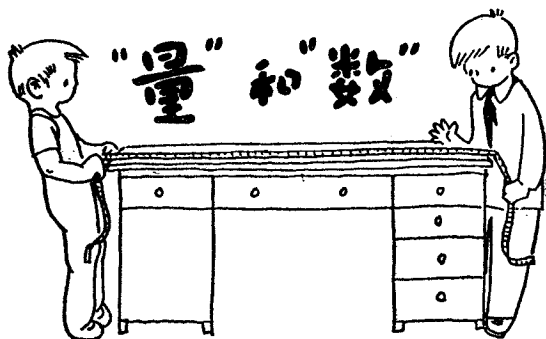
这本书的每一节，都是把几个容易混淆的数学概念放在一起来讲的。在看每一节之前，你可以先问问自己：这几个概念是什么意思？然后用这一节开头的一段话来对照一下，看看你的理解对不对，准确不准确，完整不完整。

要是你回答得很好，这一节可以跳过去不看。

要是你答不出来，或者答得不太清楚，或者觉得不太有把握，就值得把这一节看一看，再想一想。

当然罗，数学概念不是凭空产生的，要想理解好、运用好，往往需要在解题中不断注意，才能达到目的。经常寻找和分析做错了题的原因，这对理解和运用概念有很大的好处。

这本书也要不断举例，特别是多举似是而非的例子，用这个办法来帮助你把那些容易混淆的概念，尽可能弄得清楚一些，准确一些。



凡是测量、计数、计算的东西，都叫做量。

凡是量，都可以用同类的量做单位，来度量它的大小，度量的结果，就得到了数。



一张桌子好看不好看，好用不好用，是不能量，不能数，也算不出来的。但是，桌子的高矮和大小，是可以测量的。

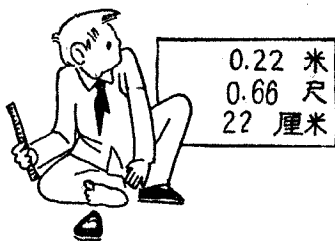
我们说：美、合用不是量；高度、长度是量。

同类的量是可以比较的。比如缸比盆深，盆比碗深，碗比碟深。在这里，深度就是同类的量。

为了做出准确的比较，我们就从同类的量中，取定一个作为度量单位，来量其他同类量的大小，度量的结果，就得到了数。

比如长度的单位，起初是规定从北极到赤道的最近距离的一千万分之一，叫做米。用这个单位来度量，你的脚长，可能是0.22米；从你家到学校，也许是2305米。这样度量的结果，就得出来了0.22和2305这两个数。

量和数是有区别的。你的脚长是0.22米，也是0.66尺，也是22厘米。这些都是同一个量，但用不同的单位来度量它时，却可以得到不同的数。



所以，在解应用题的时候，必须注明单位。要是只写“我的脚长是0.22”，意思就不清楚。但是在数学计算中，除了单位换算之外，我们关心的只是数。

比如 $5 \times 3 = 15$ ，可以表示5米的3倍是15米，也可以表示3只手有15个指头。在实际生活中，这是毫不相干的两件事；在数学中，这是一件事。不这样，我们就得分别去学习长度的加法、重量的加法、体积的加法、亮度的加法、时间的加法……那就有学不完的加法了。

要把数和量区别清楚,数学才有用。

有的量不是测量得来的,是数出来的。你们班有多少同学,你们学校有多少班,你的书包里有多少本书,都要数。

这种量的单位是天然的:50个人,28个班,6本书。

还有一些量,不能测量、不能数,只能计算。比如你家到学校的距离,是张老师家到学校距离的 $\frac{1}{3}$,就只能通过计算得到。对这一类的量,通常是不写单位的,所以我們也可以把它看成是数。其实,它是有单位的。

请你想一想,这个 $\frac{1}{3}$ 是什么单位?





数字是用来记数的符号。人们通常说的数字，指阿拉伯数字。

数是表示量的程度的符号。

你打电话，先拿起话筒，然后按号码转动拨号盘。在拨号盘上，有1、2、3、4、5、6、7、8、9、0十个数码，用这十个数码中的几个，就可以组成一个电话号码。人们把1、2、3、4、5、6、7、8、9、0十个数码，叫做阿拉伯数字。

阿拉伯数字，书写、记数和运算都很方便，早就成为国际间通用的数字了。

数是由数字组成的。271这个数，是由2、7、1三个数字组成的；27这个数，是由2、7两个数字组成的；2这个数，是由2一个数字组成的。

人们平时说话，常把数、数值、数据等说成是数字。比如“赤道长约40000公里，这个数字真大”。应该说，这种习惯用语是不妥当的。

数是表示事物量的基本数学概念。人们对于数的认识，从自然数开始，逐渐扩大到分数、正负数、无理数，以后又有了虚数等。数字虽然只有十个，但是数的个数是无穷多的。把40000说成是数字，这就把数和数字混为一谈了。

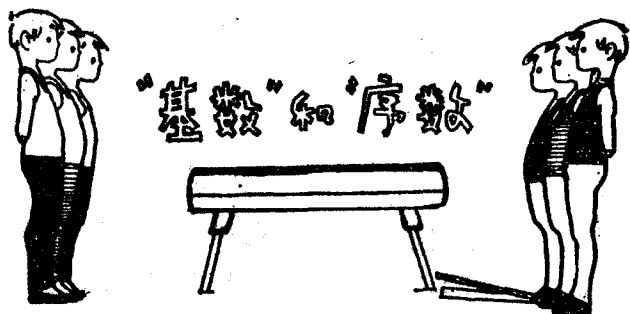
人们为什么常把数说成是数字呢？原来在十进制中，自然数是用十个数字来表示的；其他的数，除了数字之外，还要添加上小数点、分数线、根号等符号来表示。这样，人们就容易把自然数说成是数字，很少把 0.4 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\sqrt{4}$ 说成是数字了。

下面，请你把三个问题中的数和数字分辨清楚：

1，一个十位数，其中的十个数字，恰好是1、2、3、4、5、6、7、8、9、0各一个，求证这个数是9的倍数。

2，一个两位数，是两个相连的整数的乘积，它的两个数字，又是两个相连的数字，这个数是几？

3，用四个2组成数，能组成的最大数是几？



表示事物数量多少的自然数,叫做基数。

表示事物顺序的自然数,叫做序数。

今天上体育课,大家站成一排,老师布置每三个人为一组,做体操。分组活动前,老师指定从左起的第三个人,为大家先做示范。

这里,每三个人一组和第三个人的“三”,含意是不同的。

自然数是在数东西的过程中产生的。数数的目的,本来是为了知道事物有多少。但是,在数数的时

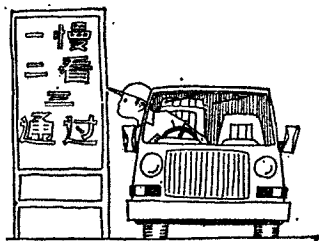
候，顺便又给这些事物安排了一个先后顺序。比如排队报数，不但知道了人数，而且每个人都有了一个号数，整个队伍的顺序也就确定了。这样，自然数就有了两种不同的作用。

基数和序数都是自然数。因为它们的含意不同，所以名字也就不一样了。一个自然数，究竟是基数，还是序数，要根据具体情况来确定。一般来说，回答事物有多少个，这个自然数是基数；回答第几个，这个自然数是序数。

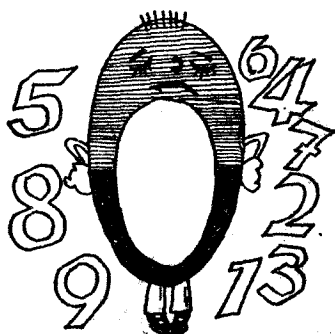
汉语中表示序数的方法，是在自然数前面加上一个“第”字。比如第五届全国人民代表大会。但是，有时也省去“第”字不写。比如“三中”是第三中学的简称，不是三所中学。又比如汽车场门口写着“一看、二慢、三通过”的标语牌，这里的“一、二、三”也都是序数。

下面这一段话里的数，请你指出哪些是基数？哪些是序数？

一九七八年一月九日凌晨，在我国东海的海面上，有人发



现五、六公里外，仿佛有一艘蓝黑色的炮艇急驶而来。可是，等人们看清楚后，都惊住了。原来是一条庞大的鲸鱼，头顶上喷出约有二米高的水柱。一队、二队和三队的渔民，经过一天的奋战，终于捕获了它。傍晚，三个队的孩子都赶来观看。啊，好大的一条鱼。它的身体足有十四米长，三米高，二三十吨重。





两个数相除,余数为0,叫做除尽。

整数 a 除以整数 b ($b \neq 0$),得的商是整数,
并且余数为0,叫做 a 被 b 整除。

金字塔是古埃及皇帝的坟墓。有趣的是:有人在一座金字塔的墓碑上,发现了一组用象形文字写的数——2520。相传古埃及人早就知道2520这个数,是1、2、3、4、5、6、7、8、9、10的最小公倍数。

下面我们用这个数来做三个除法计算:

一, $2520 \div 7 = 360$;

二, $2520 \div 16 = 157.5$;

三, $2520 \div 0.4 = 6300$ 。