

(第一版)

画法几何

HUAFAJIHE HUAFAJIHE HUAFAJIHE HUAFAJIHE

主编 柯 纯
吴中奇



浙江大学出版社

HUAFAJIHE HUAFAJIHE HUAFAJIHE HUAFAJIHE

画法几何

(第二版)

主编 柯 纯
吴中奇

浙江大学出版社

(浙)新登字101号

内 容 提 要

本书参照工科画法几何及机械制图课程指导委员会制定的画法几何及机械制图课程教学基本要求(机械类专业适用),并在第一版基础上修改而成的。

全书内容除规定的点、直线、平面、直线与平面的相对位置、投影变换、曲线与曲面、立体、平面与立体相交、直线与立体相交、平面与立体相切、立体相贯、轴测投影外,还增加了二次曲线、二次曲面、二次曲面相贯及选学的斜投影、透视仿射变换、画法几何在工程技术中的应用、计算机技术在画法几何中的应用等。本书还配有《画法几何习题集》,以便于教学配套使用。

本书可供高等工科院校机械类、机电类专业作为教材使用,也是科技人员和自学者的一本良好教材。

画 法 几 何

(第二版)

主编 柯 纯
吴中奇

责任编辑 平淳莲

浙江大学出版社出版

萧山东湖印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/16 印张10.25 字数262.4千字

1985年9月第一版 1991年6月第二版

1994年7月第3次印刷

印数16001-19000

ISBN 7-308-00783-4/TB·011 定价:6.75元

第一版前言

本书系根据我室多年来编写的画法几何教材，结合教学经验，并参照高等院校工科制图教材编审委员会1980年制定的机械类工程制图教学大纲改编而成。

编写本书的基本出发点是：

1. 画法几何的主要任务是培养学生图示、图解空间几何问题以及空间分析思维能力；
2. 既要加强理论的系统性，又要注意理论联系实际、解决工程实际问题。

根据近代画法几何学科的发展及高等工程教育改革的需要，本书在内容上已作了适当加深，增加了新理论、新技术，以便贯彻因材施教，适当扩大学生知识面；同时，也为培养学生自学能力创造一定条件。除大纲所规定的基本内容外，编入本书的选学内容有：辅助投影、斜投影、二次曲面交线的投影特性及几何作图法、透视仿射变换、画法几何在工程技术中应用及计算机技术在画法几何中的应用等（标有•符号者）。

本书可作为高等工科院校教材，也能供科技人员参考，并附有《画法几何习题集》配合使用。

参加本书编写的有：范崇夏（第一、二章），陈时冬（第三、五、十章），许杏根（第四、十三章），杨游生（第六、七章），陈国升（第八、九章），吴中奇（绪论，第五章第四节，第十一章），柯纯（第十二章），应道宁（第十四章）。由柯纯、吴中奇主编。徐道观副教授审阅了全稿，我们谨表示感谢。

由于水平有限，时间仓促，书中一定还存在不少缺点和错误，恳请读者批评指正。

浙江大学工程制图教研室

1985年1月

第二版前言

画法几何第二版是根据《画法几何》第一版使用经验，并参照画法几何及机械制图课程教学基本要求（机械类）修改而成的。在修改中更多注意了与画法几何习题集密切配合，与工程制图密切联系。

第二版与第一版比较，主要是增加了切平面一章；删去了部分内容，如：第三章中平面迹线的求法一节、第五章中重合法、辅助投影法两节，第十三章中部分例题、第十四章中前面四节，调整了个别内容顺序。

参加第二版编写的有（按章节次序）：范崇夏（第一、二章），陈时冬（第三章、第五章和第十一章），许杏根（第四章、第十四章），吴中奇（绪论、第六章、第七章和第十二章），陈国升（第八章、第十章），柯纯（第六章§6.2、§6.7，第九章，第十章§10.4和第十三章），应道宁（第十五章）。胡树根负责对全书图稿整理和部分图稿的描绘工作，由柯纯、吴中奇主编。

浙江大学工程及计算机图学教研室

1990年9月

目 录

绪论	1
第一章 点	3
§ 1.1 点在两投影面体系中的投影	3
§ 1.2 点在三投影面体系中的投影	5
§ 1.3 点的正投影与直角坐标的关系	6
§ 1.4 点的相对位置及重影点	8
第二章 直线	10
§ 2.1 直线的投影	10
§ 2.2 直线上的点及分割线段成定比	10
§ 2.3 直线对投影面的各种相对位置	12
§ 2.4 一般位置线段的实长及其对投影面的倾角	14
§ 2.5 直线的迹点	16
§ 2.6 两直线的相对位置	17
§ 2.7 一边平行于投影面的直角的投影	20
第三章 平面	22
§ 3.1 平面的表示法	22
§ 3.2 平面对投影面的各种相对位置	23
§ 3.3 平面上的点和直线	27
第四章 直线与平面的相对位置	33
§ 4.1 平 行	33
§ 4.2 相 交	37
§ 4.3 垂 直	43
§ 4.4 综合性作图问题举例	47
第五章 投影变换	52
§ 5.1 换面法	52
§ 5.2 旋转法	59
第六章 曲线与曲面	65
§ 6.1 曲线的形成和投影	65
§ 6.2 平面曲线	66
§ 6.3 空间曲线	68
§ 6.4 曲面的形成和投影	69
§ 6.5 直纹曲面	70
§ 6.6 旋转面	73
§ 6.7 二次曲面	75

§ 6.8	螺旋面	77
第七章	立体	79
§ 7.1	平面立体	79
§ 7.2	曲面立体	80
第八章	平面与立体相交、直线与立体相交	85
§ 8.1	平面与立体相交——截交线	85
§ 8.2	直线与立体相交——贯穿点	85
第九章	平面与曲面相切——曲面的切平面	100
§ 9.1	曲面的切平面的基本概念	100
§ 9.2	曲面的切平面作法	101
§ 9.3	轴线倾斜的旋转面的投影外形轮廓线作法	104
第十章	立体相贯——相贯线	105
§ 10.1	两平面立体相贯	105
§ 10.2	平面立体和曲面立体相贯	107
§ 10.3	两曲面立体相贯	109
§ 10.4	两二次曲面复切及其应用	117
第十一章	轴测投影	119
§ 11.1	轴测投影基本知识	119
§ 11.2	圆的轴测投影	122
§ 11.3	轴测投影画法举例	124
*第十二章	斜投影	128
§ 12.1	斜投影的基本原理	128
§ 12.2	斜投影方向的选择及应用	130
*第十三章	透视仿射变换	134
§ 13.1	透视仿射对应的基本性质	134
§ 13.2	透视仿射变换在正投影中的应用	137
§ 13.3	透视仿射变换在作椭圆切线中的应用	139
*第十四章	画法几何在工程技术中的应用	141
§ 14.1	图解空间静力学	141
§ 14.2	在几何光学中的应用	143
§ 14.3	在空间机构中的应用	144
§ 14.4	工艺转角的图解确定和图解计算	146
*第十五章	计算机技术在画法几何中的应用	149
§ 15.1	平面立体的描述	149
§ 15.2	旋转面的描述	151
§ 15.3	旋转面相贯线与展开	154
参考书目		157

绪 论

一、本课程的研究对象和目的要求

画法几何的研究对象是:

(1) 研究空间几何元素(点、线、面)和形体在图纸平面上的表示方法——图示法。

在工程技术领域中,对各种机器和设备的设计、制造都必须以图样为依据。图样是主要的技术资料,是表达、交流、研究技术思想的工具。我们可以把各种机器和设备的结构形状,经过抽象后,用几何元素和形体来描述,画法几何就是研究几何元素和形体的图示法。图样是工程界的技术语言,画法几何乃是这种语言的语法。所以说,画法几何是工程制图的理论基础。

(2) 研究在图纸平面上用几何作图来解决空间几何问题的方法——图解法。

空间几何问题的图解法在工程技术领域中是一种重要的方法。在许多场合下,图解法比计算法求解速度快、简单和直观,但精度较低。由于工程计算中所采用的许多经验数据也存在一定的误差,相比之下,图解结果的精确度已能满足一般的要求,所以图解法仍然被广泛地应用。如把图解和计算结合起来,就能同时发挥两种方法的优点。

学习画法几何的目的就是要掌握图示空间几何元素和形体、图解空间几何问题的理论和方法,并逐步培养和发展空间想象和思维分析能力。这是科学工作者和工程技术人员必备的素质。

二、投影法的基本概念

1. 投影的概念

图0.1所示,假想从光源 S 发出一束光线(如 SA)将空间点 A 投射到一个平面 H 上得到 a 点。我们将 S 称为投影中心,光线 SA 称为投影线,面 H 称为投影面,点 a 称为空间点 A 的投影。这种使物体在投影面上产生图像的方法称为投影法。工程上常用各种投影法绘制图样。

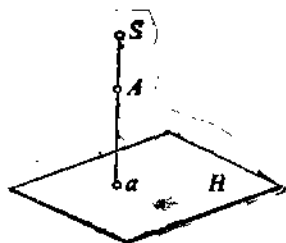


图0.1 投影法

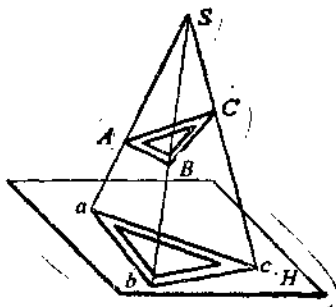


图0.2 中心投影法

2. 投影法的分类

投影法可分为中心投影法和平行投影法两类。

(1) 中心投影法：如图 0.2 所示，设投影中心 S ，设投影面 H ，在 S 与 H 之间有一物体（三角板），从 S 通过物体各顶点引投影线，在投影面上得到物体的投影称为中心投影，这种方法称为中心投影法。中心投影法所得到的图形接近于视觉形象，但是不能反映物体的真实形状和大小。中心投影法一般用于绘制建筑物或产品的外形。

(2) 平行投影法：如图 0.3 所示，当投影中心移到无穷远的地方，这时投影线互相平行，

方向 S 称为投影方向。在投影面上得到物体的投影称为平行投影。这种方法称为平行投影法。平行投影法又可分为两种：

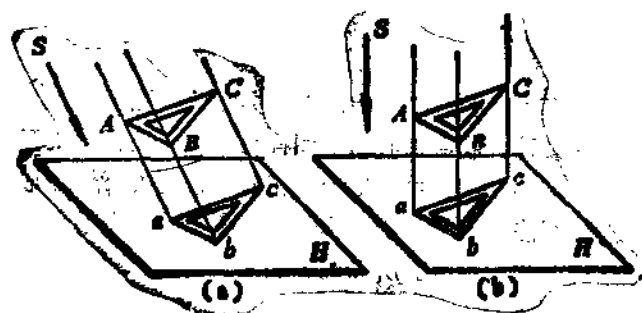


图 0.3 平行投影法

① 斜投影法 投影方向倾斜于投影面，如图 0.3(a) 所示。

② 正投影法 投影方向垂直于投影面，如图 0.3(b) 所示。在科学技术

领域中，正投影法用得最多。

本书主要研究正投影法解决图示和图解问题，也对斜投影法解决图解问题作简要介绍。

第一章 点

点是最基本的几何元素，空间的线、面以及立体，都可以由点结集而成。所以研究点的投影特性，是研究线、面以及立体投影特性的基础。

§ 1.1 点在两投影面体系中的投影

一、两投影面体系的建立

设想在空间有两个互相垂直的投影面，处于正面位置的投影面称为正面投影面，简称正面或V面；与正面投影面垂直而处于水平位置的投影面称为水平投影面，简称水平面或H面。这两个投影面的交线OX轴称为投影轴。OX轴下方的半个正面称为V₁面。OX轴后方的半个水平面称为H₁面（如图1.1）。

这两个相互垂直的投影面把空间分成四个部分，每一部分为一个分角。这四个分角在空间排列的顺序如图1.1所示。在H面的上方和V面的前方的区域，称为第一分角；在H₁面的上方和V面的后方的区域，称为第二分角；在H₁面的下方和V₁面的后方的区域，称为第三分角；在H面的下方和V₁面的前方的区域，称为第四分角。

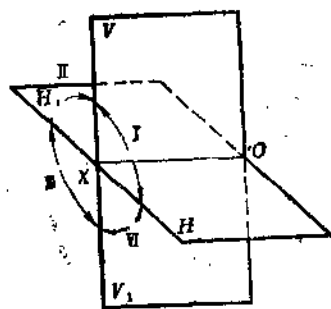
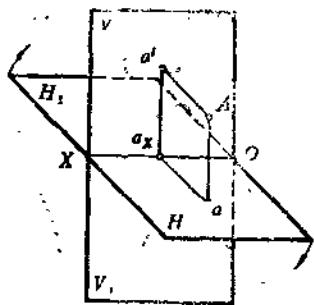


图1.1 两投影面体系

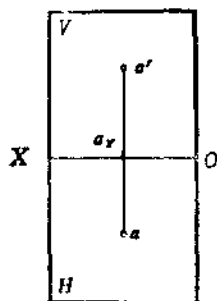
二、点的两面投影

空间点在两个互相垂直的投影面体系中的投影为点的两面投影。

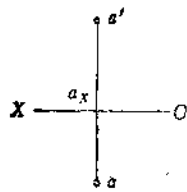
图1.2(a)中，空间点A位于第一分角。由点A分别向V、H面作垂线，得垂足a'和a，我们称a'为点A的正面投影，a为点A的水平投影。由点的两个投影便能确定该点在空间的位置（现规定：空间点用大写字母表示，水平投影用小写字母表示，正面投影用小写字母加一撇表示）。



(a)



(b)



(c)

图1.2 点在第一分角的两面投影

为了把空间点表示在平面(图纸)上,规定V面保持不动,H面绕OX轴向下旋转到与V面重合,此时H面与V面重合,这种两投影面重合后的图形叫做两面投影图,如图1.2(b)。在投影图上,不必画出投影面的界限,只要画出点的两个投影和投影轴OX,如图1.2(c)所示。

点在两个投影面体系的投影,具有如下投影规律:

(1) 点的水平投影和正面投影的连线垂直于OX轴。如 $aa' \perp OX$ 。

因为点A向两投影面所作的垂线Aa和Aa'决定一平面,此平面必然同时垂直于H面、V面,必然垂直于H面和V面的交线OX轴,并交OX轴于 a_x [图1.2(a)],故 aa_x 和 $a'a_x$ 都分别垂直于OX轴。当H面绕OX轴旋转重合于V面位置时, aa_x 和 $a'a_x$ 成为垂直于OX轴的直线。

(2) 点的正面投影至OX轴的距离,反映了点到水平面的距离;点的水平投影至OX轴的距离,反映了点A到正面的距离。如 $a'a_x = Aa$; $aa_x = Aa'$ 。

三、不同位置点的投影

点在两投影面体系中的位置可分成三类:(1)点在各分角中,(2)点在投影面上,(3)点在投影轴上。

1. 点在各分角中

即点在分角所拥有的空间范围内。位于各分角的点,其投影特性见表1.1。

表1.1 点在四个分角中的投影特性

分角	轴测图	投影图	说明
I			1. $a'a \perp OX$. 2. a'在OX轴上方, a在OX轴下方. 3. $a'a_x$为点A到H面距离; aa_x为点A到V面距离.
II			1. $b'b \perp OX$. 2. b'和b均在OX轴上方. 3. $b'b_x$为点B到H面距离; bb_x为点B到V面距离.
III			1. $c'c \perp OX$. 2. c'在OX轴下方, c在OX轴上方. 3. $c'c_x$为点C到H面距离; cc_x为点C到V面距离.
IV			1. $d'd \perp OX$. 2. d'和d均在OX轴下方. 3. $d'd_x$为点D到H面距离; dd_x为点D到V面距离.

2. 点在投影面上

当空间点位于投影面上，除了符合点在两投影面体系的投影规律外，它的投影还具有以下特性：

- (1) 点的一个投影必然位于OX轴上，这是因为它离一个投影面的距离等于零。
- (2) 点的另一个投影与空间点重合。

如图1.3所示，点E位于V面上，点E的水平投影 e 位于OX轴上并与 e_x 重合，正面投影 e' 与E点重合。同理，点F位于H面上，其正面投影 f' 位于OX轴上并与 f_x 重合，水平投影 f 与点F重合。

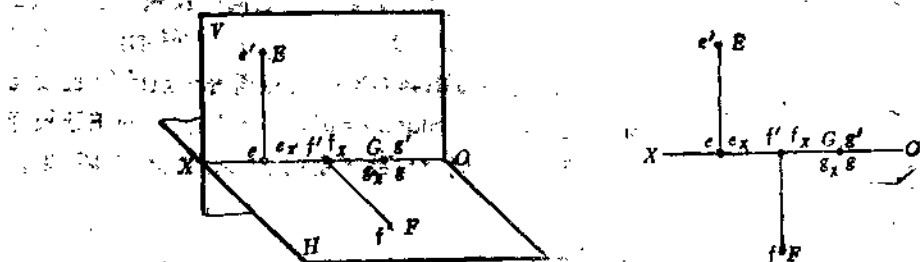


图1.3 点在投影面上和投影轴上

3. 点在投影轴上

当空间点位于投影轴上，点的两个投影与空间点重合，均在投影轴OX上。见图1.3中的点G。

§ 1.2 点在三投影面体系中的投影

物体在两个投影面上的投影一般已能够确定该物体在空间的位置。如果被投影的物体形状较复杂，为了表示得更清楚，通常需要三个投影面。

一、三投影面体系的建立

为了更明确地反映空间的关系，用三个互相垂直的投影面组成三面投影体系，除了前面讲过的H面和V面以外，另有一个与H面和V面均垂直而处于侧面的投影面称为侧面投影面，简称侧面或W面(图1.4)。

在三投影面体系中，H面与W面的交线称OY轴，V面与W面的交线称OZ轴，三个投影轴的交点O称为原点。

三投影面把空间分成八个区域，称为卦角，每一卦角的位置表示在图1.4中。当画投影图时，同样需要将投影面旋转展平在一个平面内。规定V面不动，H面绕OX轴向下转 90° 与V面重合，W面绕OZ轴向右旋转，从OZ轴上方往下看，逆时针旋转 90° ，与V面重合。省掉投影面的边框，即得三面投影图〔见图1.5(c)〕。这时的OY轴在投影面旋转后，出现了两处，现规定在H面上的为 OY_H ，在W面上的为 OY_W 。

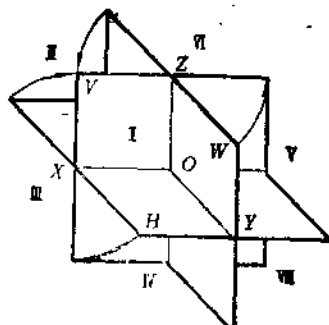


图1.4 三投影面体系

为了便于研究和今后使用的需要, 现将对第一卦角中的点作进一步的介绍。

二、点的三面投影

空间点在三投影面体系中的投影为点的三面投影。图1.5中 a' 、 a 分别为空间点 A 在 V 、 H 面上的投影。规定侧面投影用 (a'') 表示, 则点 A 在 W 面上投影为 a'' , 见图1.5(a)。在投影图1.5(c)中, 它的投影有如下投影规律:

(1) 点的正面投影和水平投影的连线垂直于 OX 轴(前已证明)。如 $a'a \perp OX$ 。

(2) 点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 OZ 轴(证法同上)。如 $a'a'' \perp OZ$ 。

(3) 点的水平投影到 OX 轴的距离等于侧面投影到 OZ 轴距离, 它同时反映了空间点到 V 面的距离。〔为了在作图时便于实现这个关系, 可以从点 O 向右下角作 45° 的辅助线, 以帮助作图, 见图1.5(c)〕如 $aa_x = a''a_z = Aa'$ 。点的正面投影到 OX 轴的距离等于点的侧面投影到 OY 轴的距离, 它同时反映了空间点到 H 面的距离。如 $a'a_x = a''a_{y_w} = Aa$ 。点的正面投影到 OZ 轴的距离等于点的水平投影到 OY 轴的距离, 它同时反映了空间点到 W 面的距离。如 $a'a_z = aa_{y_H} = Aa''$ 。

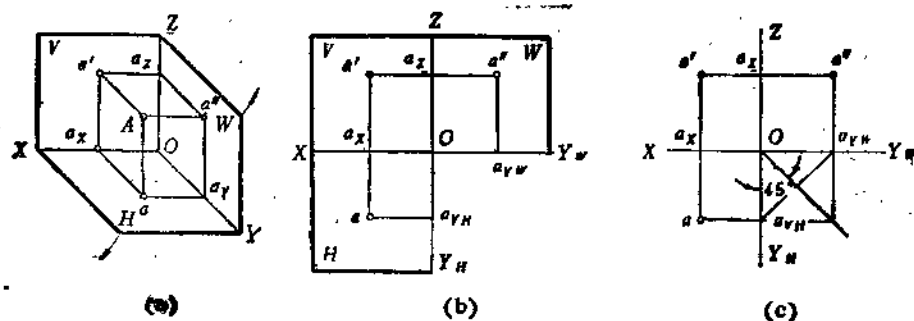


图1.5 点的三面投影

§ 1.3 点的正投影与直角坐标的关系

我们已经知道由点的投影可以确定空间点的位置, 而空间的点是可以由坐标来确定的, 因此点的投影与坐标是有密切联系的。

如果我们把 H 、 V 、 W 三投影面作为坐标平面, O 作为坐标原点, OX 、 OY 、 OZ 作为坐标轴, 这样空间点到投影面的距离也就成为该点的坐标了。按规定 x 坐标自 O 向左为正, 向右为负; y 坐标自 O 向前为正, 向后为负; z 坐标自 O 向上为正, 向下为负。

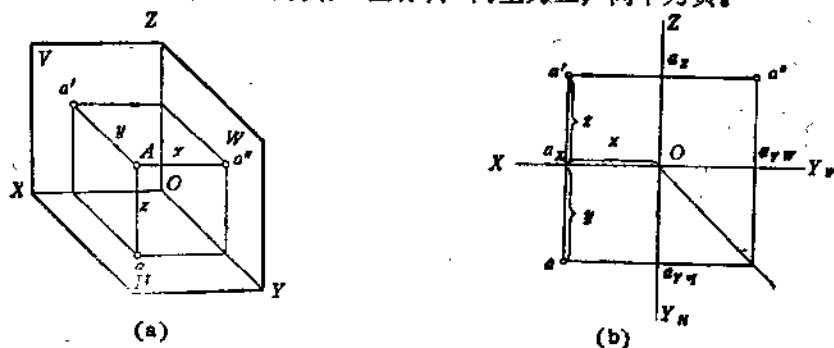


图1.6 点的三面投影与坐标

从图1.6可以看出, 点A的三面投影与坐标有如下关系:

(1) $Aa'' = a'a_z = aa_{YH} = a_xO$, 等于点A到W面的距离, 即为点A的x坐标。

(2) $Aa' = aa_x = a''a_z = a_{YH}O$, 等于点A到V面的距离, 即为点A的y坐标。

(3) $Aa = a'a = a''a_{YH} = a_zO$, 等于点A到H面的距离, 即为点A的z坐标。

由上列关系可知, 如已知一点的坐标 (x, y, z) 便可确定该点的投影, 反之, 当知道一点的投影图, 便可从图上量取其坐标的大小。

例1.1 已知点A的坐标为: $A(15, 15, 20)$, 求作点A的三面投影。(图1.7)

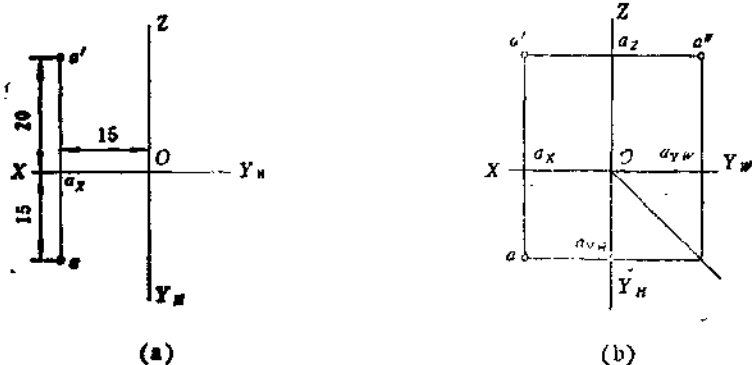


图1.7 按已知坐标作三面投影图

作图

(1) 先画出X、Y、Z三轴和原点O。

(2) 在OX轴上自O点向左量取15mm(x坐标), 确定点 a_x ; 过 a_x 引OX轴垂直线, 自 a_x 向下量15mm(y坐标)确定 a ; 再自 a_x 向上量20mm(z坐标)确定 a' 。这样就完成了点A的两面(V、H)投影图〔图1.7(a)〕。

(3) 自 a' 作OZ的垂线得 a_z , 并延长之, 再由 a 作OY_H的垂线得 a_{YH} , 并延长之。再从原点O向下角作45°的辅助线使与 aa_{YH} 延长线相交, 过此交点作OY_W的垂线使与 $a'a_z$ 的延长线相交, 便得到 a'' ; 也可在 $a'a_z$ 的延长线上向右截取 $a''a_z = 15\text{mm}$, 求得 a'' 。即完成了点A的三面投影图〔图1.7(b)〕。

例1.2 已知点A的两个投影 a' 、 a'' 如图1.8(a)所示, 试求点A的水平投影 a , 并写出点A的坐标。

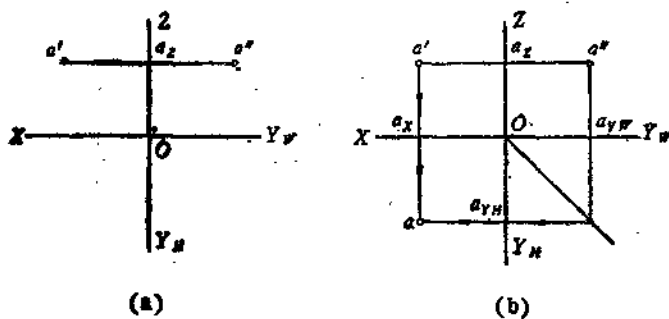


图1.8 求水平投影, 并写出坐标

分析 根据点A的正面投影 a' 到OZ轴的距离 $a'a_z$, 就可以确定点A到W面的距离, 即

点A的x坐标,同理,由 $a'a_x$ 和 $a''a_z$ 分别可确定点A到H面和V面的距离,即点A的z和y坐标。然后按照点的三面投影的规律,可由两面投影作出第三投影,即可求得点A的水平投影 a ,见图1.8(b)。

作图

(1) 根据投影规律 $a'a$ 垂直OX,则过 a' 作OX轴的垂线(向下)。

(2) 因 $a''a_z = aa_x$,则过 a'' 作 OY_W 垂线(向下),使其与过O点的45°斜线相交,再过此交点作 OY_H 的垂线(向左)使与 $a'a_x$ 的延长线相交于点 a ,即为所求的点A的水平投影。

(3) 从投影图上量得坐标 $x=14, y=14, z=12$,写成点A的坐标: $A(14,14,12)$ 。

§ 1.4 点的相对位置及重影点

一、相对位置

当空间有两个或两个以上的点时,就存在着点与点之间对投影面的相对位置。只要仔细地分析比较两点间的各个投影的坐标值,就能知道空间点离投影面的距离,从而便能确定空间点之间的相对位置。

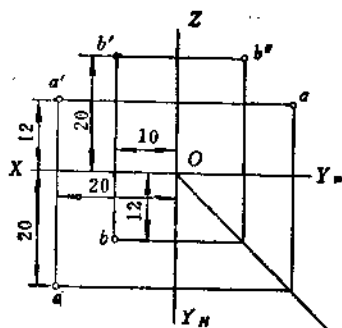


图1.9 两点的相对位置

点的x坐标是表示点到W面的距离,因此根据x坐标的数值大小,可以判别两点间的左右位置。同理,根据点的y和z的坐标值,可以判别两点相对的前后位置和高低位置。

图1.9为空间两点A(20,20,12)和B(10,12,20)的三面投影图。通过两点同面投影坐标的比较,可知点B比点A高8mm,点A在点B的左方10mm,点A在点B的前面8mm。其空间两点相对高低、左右、前后位置可以从投影上判别,也可以从坐标的数值来确定。

二、重影点

若空间两点的某两个坐标相同,则该两点将处于同一投影线上,因而对某一投影面具有重合的投影(即重影)。这两点称为该投影面上的重影点。

图1.10为空间两点A和B的三面投影图。其坐标为A(15,20,15),B(15,10,15)。从坐标及三面投影图中可知,A、B两点的x、z坐标相等,这时两点的上下、左右位置相同,则它们的正面投影重合。两点的前后位置可根据y坐标的大小决定。很明显,点A的y坐标大于点B,则点A在前,点B在后,点A遮住了点B。这时点B的正面投影用 (b') 表示。同样道理,如果A、B两点的水平投影产生重影,则要根据这两点的正面投影判别,z坐标大的一点遮住z坐标小的一点,被遮住点的水平投影加上括号,以示区别。有关重影点的问题,在以后的章节中还将进一步论述。

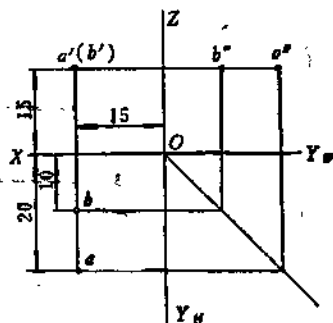
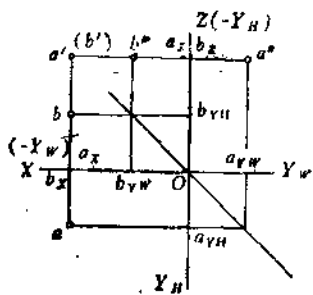


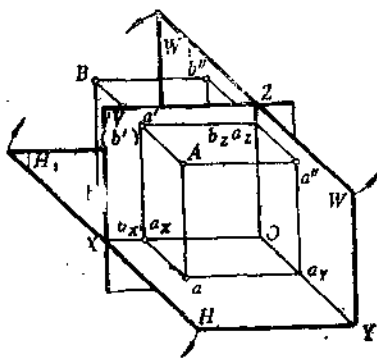
图1.10 点的重影

例1.3 已知点A(20,10,20),点B与点A对称于V面。试写出点B的坐标,并作A、B两

点的三面投影图(图1.11)。



(a)



(b)

图1.11 对称点的投影

分析 点A为第一卦角的点, 点B与点A对称于V面, 则点B必在第二卦角。因此, 两点的 x 、 z 坐标必然相同, 而 y 坐标数值相同, 方向(符号)相反。由于W面绕OZ轴向右旋转, 而 W_1 面绕OZ轴向左旋转, 所以点B的W面投影 b'' 必位于OX轴的上方和OZ轴的左方。作图方法与第一卦角相同, 只要使 $Ob_{YW} = Ob_{YH}$, 即能求得, 但必须注意 b'' 的方位及坐标的正负, 因 b'' 与 a'' 重影, 根据判别是A遮住B, 所以 b'' 应加上括号(为 b'')。

作圖

- (1) 经分析可知: 点B坐标为 $B(20, -10, 20)$ 。
- (2) 按A、B坐标作出两点的二面投影 a, a' 和 $b, (b')$ 。
- (3) 求出点A在W面上投影点 a'' , 作法见图1.11(a)。
- (4) 作点B在W面上的投影 b'' 。

- ①过 b 作 OY 轴的垂线得 b_{YU} ;

- ①过 b 作 OY 轴的垂线得 b_{YH} ;
- ②过 O 点朝左上方作 45° 斜线, 使 $Ob_{YH} = Ob_{YH}$;
- ③再过 b_{YH} 作 OX 轴的垂线;
- ④过 b' 作 OX 轴的平行线交 OZ 轴于 b_Z ;

- ⑤过 b'_{yW} 垂直OX轴的直线与 $b'b_z$ 相交于点 b'' ，即为点B在W面上投影。

按照以上图例的分析及作法可知，若点C与点A对称于OX轴，则点C必在第三卦角；若点D与点A对称于H面，则点D就应该在第四卦角。其三面投影图按上法同样可以求得，在此不再详述。

第二章 直 线

从几何学中知道“两点决定一直线”。所以要确定直线在空间的位置，只要定出直线上两点的位置就行了。因此，直线上两点的投影就完全可以决定该直线在空间的位置，将直线上两点的同面投影连接起来，即为直线的投影。

§ 2.1 直线的投影

直线的投影具有以下特性：

1. 直线的投影一般仍为直线，在特殊情况下，直线的投影为一点。

如图2.1所示，从直线 AB 上的若干个点向水平面 H 作垂直投影线，这些投影线形成一个与水平面 H 相垂直的平面 P ， P 与 H 面的交线 ab 必为一直线。所以直线的投影一般仍为直线。

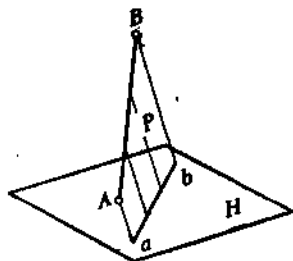


图2.1 直线的投影

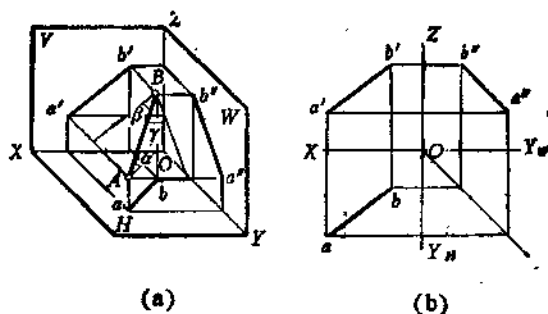


图2.2 直线的投影小于实长

2. 直线的投影一般小于直线的实长。

如图2.2所示，直线的投影一般小于其实长，即 $a'b' < AB$ ， $ab < AB$ ， $a''b'' < AB$ 。因为 $ab = AB \cdot \cos \alpha$ （角 α 为直线 AB 与 H 面倾角）； $a'b' = AB \cdot \cos \beta$ （角 β 为直线 AB 与 V 面倾角）； $a''b'' = AB \cdot \cos \gamma$ （角 γ 为直线 AB 与 W 面倾角），又因为倾角的余弦总是小于1的，所以直线的投影一般小于该线实长（当直线平行某投影面时，则在该投影面上的投影反映直线实长）。

§ 2.2 直线上的点及分割线段成定比

一、直线上的点

空间的点在直线上称为直线上的点。如果点在直线上，则点的投影必在直线的同面投影（同一投影面上的投影）上。如图2.3所示的直线 AB 上有一点 C ，点 C 的正面投影 c' 必在 $a'b'$ 上，水平投影 c 必在 ab 上，反之，如果一个点的各个投影分别位于一直线的同面投影上，那