



蜗牛科学系列

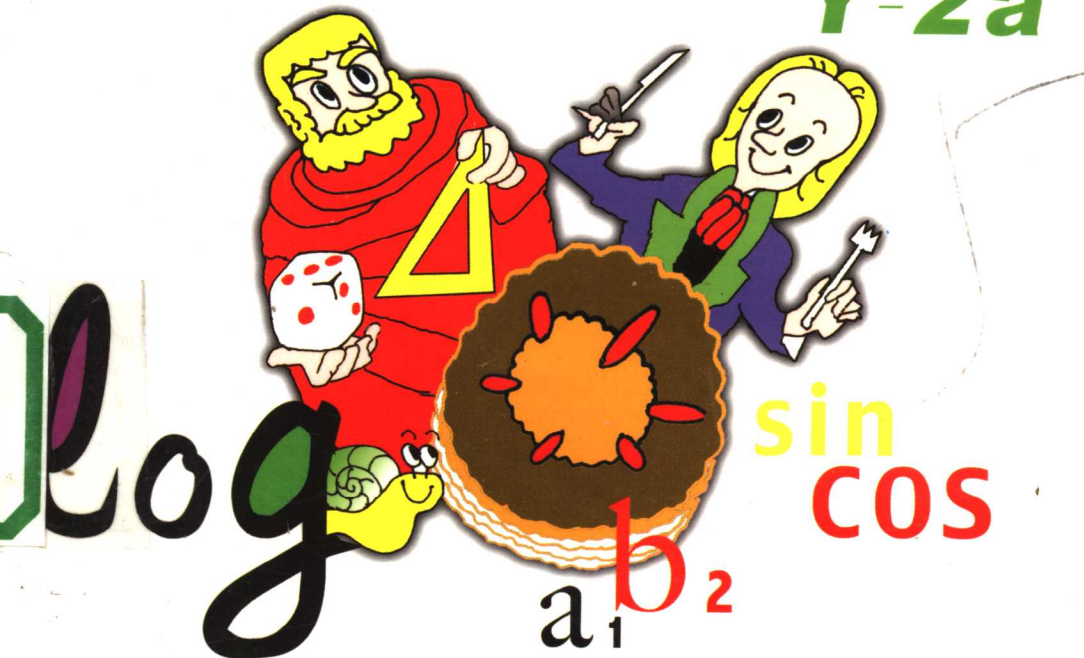
轻松解读科学奥秘

数学超入门

由“数学是什么”
至行列式、微积分、概率，
从基础入手，简单明了地解释数学世界。
注重学习方法与兴趣的培养，
从此你不会因它而感到乏味头痛！

〔日〕郡山 彬 著 何敏 叶霞 译

$Y=2a$



世界图书出版公司



蜗牛科学系列

轻松解读科学奥秘

数学超入门

〔日〕郡山 彬 著 何敏 叶霞 译



世界图书出版公司

上海·西安·北京·广州

图书在版编目(CIP)数据

轻松解读科学奥秘:数学超入门/(日)郡山彬著;何敏,叶霞译. —上海:上海世界图书出版公司,2005.2

(蜗牛科学系列)

ISBN 7-5062-6795-0

I. 轻... II. ①郡... ②何... ③叶... III. 数学—普及读物
IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第092311号

TITLE: [エスカルゴサイエンス 数学超入門]

by [郡山彬]

Copyright © A. Koriyama, Japan, 2001, 9th Printing 2003

Original Japanese language edition published by NIPPON JITSUGYO PUBLISHING CO., LTD.

All rights reserved, including the right to reproduce this book or portions thereof in any form without the written permission of the original publisher.

Chinese translation rights arranged with NIPPON JITSUGYO PUBLISHING CO., LTD., through Nippon Shuppan Hanbai Inc. Tokyo, Japan.

轻松解读科学奥秘

——数学超入门

[日]郡山彬 著 · 何敏 叶霞 译

上海世界图书出版公司 出版发行

上海市尚文路185号B楼

邮政编码 200010

上海景皇文化发展有限公司排版

上海市印刷十厂有限公司印刷

各地新华书店经销

开本: 890 × 1240 1/32 印张: 7.75 字数: 200 000

2005年2月第1版 2005年2月第1次印刷

印数: 1-8000

ISBN 7-5062-6795-0/O·22

图字号: 09-2004-159

定价: 18.00元

<http://www.wpcsh.com.cn>

如有印装质量问题,请与印刷厂联系

(质检科电话: 021-65414992)

《蜗牛科学系列》序

钟启泉

自20世纪60年代以来,随着新科技革命的狂飙突进,人类社会的生活方式以及人的精神世界和价值观念都发生了巨大的变革。科学不仅改变了人类认识世界的思维方式,更把人类生活中某些陈腐不堪的行为习惯和落后观念扫进了历史的垃圾堆或贮存于历史的博物馆。当人类跨入21世纪的门槛时,科学的发展更是日新月异:一方面,知识的高度分化使各门自然科学的分支学科在各自独立的领域内不断地实现着一系列重大的突破;另一方面,社会生活的日益复杂化迫使各门学科不断地走向融合,跨学科的整合已成为时代发展的必然趋势。科学在当代社会生活中所产生的举足轻重的影响以及科学的新发展迫使世界各国十分重视科学教育和科普工作。如何使青少年一代拥有广博的科技知识,掌握精确的科研方法,具有理性的科学精神成为摆在教育界、科技界和出版界面前的一个极为紧迫的时代课题。为解决这一课题,世界各国除大力进行科技教育之外,还不遗余力地进行科普宣传工作,出版了大量优秀的科普读物,如《第一推动丛书》《世界科学大师丛书》《剑桥文丛》《时间简史》等,这些科普读物以其形式多样、内容丰富、主题新颖而备受广大学生与公众的青睐。

科学知识作为一种巨大的社会力量,其本身价值何以体现,主要取决于它被传播和应用的广度与深度。科普读物正是传播科学的一个重要的载体,它以其独特的传播功能成为沟通科学与大众的桥梁,缩短了两者之间的距离。当科普读物作用于不同层次的读者时必然对他们的科学知



识、科学方法和科学精神产生深刻的影响。由于科普读物在传播科学知识、宏扬科学精神、进行科学教育方面所具有的不可替代的功能，我国出版界近年来出版了一批科普读物，旨在帮助人们及时地跟上科学发展的步伐、了解科技发展的最新动态、掌握现代社会所必须的科技知识。但在众多的科普读物中真正优秀的出版物却极为少见，而面向青少年的高质量的科普读物更是凤毛麟角。从已出版的一些科普读物来看，主要存在以下几个缺陷：其一，内容陈旧。所选内容老化，停留于常识性和已过时的一些知识，不能及时反映科学研究的最新成果，从而使公众失去了对科学的敏感性。其二，立意不高。喋喋不休于科学知识的介绍，而忽视科学探究欲的激发以及科学方法的启迪，导致公众对单调刻板的“科学知识”失去了兴趣。其三，风格乏味。在写作风格和编写方式上，以冰冷僵硬的语言进行说教，以居高临下的口气进行指导，以空洞苍白的排版呈现内容，令读者读起来就如喝着白开水一样，枯燥乏味，又如听冗长沉闷的报告一样，昏昏欲睡。

优秀的科普读物有责任把科学发展的最新动态和最新的科研成果及时地介绍给读者，使公众自始至终保持着对科学的敏感，也有责任把科学的最新发展所引发的人们日常生活的变化及时地向公众进行通报，使公众始终保持着对科学的兴趣。与此相应的是，负责任的出版社应把出版优秀的科普读物视为自己义不容辞的职责，及时地向公众推出高质量、有价值，为读者所喜闻乐见的科普读物。鉴于我国目前面向公众的科普读物质量不高以及面向青少年学生的优秀科普读物尚不多见的现状，上海世界图书出版公司译介出版了这套科普读物，以青少年学生作为主要阅读对象，兼顾有一定阅读能力的大众。本套丛书致力于在中学生中普及最新科学知识，弘扬符合时代主题的科学精神并试图打破学科界限，谋求学科知识的整合，弥合长期的文理分科所造成的知识裂痕。这样，既可以



克服理科学专业过难且极枯燥的弊病，又可以为文科学生打开一扇学习科普知识的天窗。

本套科普读物以传播基本的科学原理和最新的科学知识为己任，它所涉及的科学领域既包括数学、微积分、概率统计、物理学、生物学、化学等学科的基本原理，也引入了生化学、遗传学、病理学等新兴学科的最新研究成果。其内容从微观到宏观，从物质科学到生命科学，几乎涵盖了自然科学的所有领域。更为难能可贵的是，为了帮助读者理解基本的科学原理，丛书的作者采用了通俗易懂的语言、妙趣横生的画面和精美别致的图表，这样，即使是非专业的学生读起来，也不会有太大的困难。本套丛书的作者大多是日本知名大学的资深教授，他们驾驭文字的功底极为深厚，他们的行文往往若行若止、曲折逶迤，令人回味无穷。大手笔的科普作家能够把音乐创作的方法与激情融入到科普写作中，从而使撰写出来的文章诙谐而不失庄重，幽默而不失严谨，轻松而不失深沉。

本套科普读物将把读者引入一个色彩斑斓、绚丽芬芳的科学世界，读者置身于其中如同在碧草蓝天的旷野中感受科学之花的芳香；又如在烟波浩淼的海洋中领略知识之源的浩瀚。漫步于科学的芳草地，你可以像婴儿贪婪地吮吸母亲乳汁那样品尝大地母亲盛产的科学果实；泛舟于知识的大海洋，你可以像探险家拼命地揭示世界秘密那样撩开科技神秘的面纱。

相信本套丛书的出版必将为我国科普事业的发展吹进一股清新的春风。

2004.9

（作序者为华东师范大学终身教授，教育部人文社会科学重点研究基地华东师范大学课程与教学研究所所长、教育部社会科学委员会委员）



前 言

近来,厌烦数学的人好像越来越多了。以往由于很多类型的考试数学是必考科目,即便厌烦,还是得学。在学的过程中,也有不少人感到“数学还是挺有趣的!”然而,近来不把数学当作必考科目的各类考试越来越多,于是诸如学数学“赚不到分数”之类的言论也流传开来。

甚至,关于“数学究竟是有用还是无用”的老问题又卷土重来。诸位读者想来也一而再、再而三地听到过类似的议论:“在超市买东西,根号有什么用? \sin 、 \cos 之类的东西哪里能用得上? 商品的价格哪有根号 50 元的? 数学学到小学毕业也就够用了。数学这东西,用不上没什么意思。”

其实,说这种话的人,那些不能经世济用的历史书、文学书也照读不误。也许应该对这样的人说:“公元 645 年的大化改革*, 公元前 334 年亚历山大远征**, 国君源氏*** 失恋于谁谁谁之类的知识难道对你在超市买东西有什么用吗。历史和文学的知识是不是也因为不能立即运用,因而也没有用呢?”

如果认为要立即能用才有意义,那就没法改变数学学习的状况了。的确,只有那些认为“数学=计算=超市购物”的人才会说出这样的话,也就是说“不实用就没有价值”。简直是无稽之谈。

* 译注:公元 645 年,以日本从我国唐朝留学回国的中臣镰足为首人士掀起的改革。此改革没收皇族、豪族的土地归公,由国家统一支配。并组织政府机构,权力集中。

** 译注:公元前 334 年春天,古希腊的马其顿国王亚历山大率兵东征亚洲。

*** 译注:日本小说《源氏物语》中的主人翁。



其实,数学相当有用。为什么呢?数学中的解联立方程组时用到的代数法在很多场合都能解决问题;数学中的三角函数可以在只知木材直径的条件下,就能算出所用木材的尺寸;受欢迎的产品,其秘密用统计的方法可以推算出来;此外数学中的二进制原理是计算机的工作基础,还可应用于地球同步卫星的轨道计算等等。这些只不过是数学应用方面的一点点实例而已。

可以说,人们大抒特抒的购买欲、人类的全部产业乃至整个人类的发展,都仰仗于数学。数学绝不是抽象的话语,本书所讲一点一滴的数学内容都起着支撑现代社会生活、继往开来的作用。当今的日本,有一批远离数学的年轻人,这些年轻人连作为“人”的资源的数学都没有掌握,这样的日本,能不令人感到万分担心吗?

数学是人类几千年的发展过程中得到的最大的知识文化财富,这项财富至今仍在增长。我们有义务保护这笔财富并将它传扬。说传扬,一点也不夸大其辞。我想说,不管是作为学生、还是作为社会人,对于高中数学的理解都会有所裨益。也许将来您成为家长以后,由于自己较好地掌握了高中数学的知识,还能耐心地为自己的孩子讲解相关的内容。假如本书能起到这样的效果就太好了。

希望本书能对于您理解数学有所帮助。

郡山 彬

2001年1月



目 录

第一章 迈向“数的世界”

- 1 “数”—— 数学的开场白 /2
 - 2 无理数就是无限不循环小数 /5
 - 3 $\sqrt{a^2} = a$ 正确吗 /8
 - 4 学会根式有理化,平方根式的计算不在话下 /10
 - 5 理解虚数、复数的构成 /12
 - 6 复数的计算 /14
 - 7 挑战复数的除法 /16
 - 8 计算负数平方根的陷阱 /19
 - 9 “东西”集在一起谓之“集合” /21
 - 10 集合是数之间关系的支撑 /23
- 专栏 1 “当然如此”吗? /25

第二章 从方程式开始学习数学

- 1 比例系数是一次函数的决定因素 /28
- 2 求直线方程的公式 /30
- 3 求二次方程解的表达式 /33
- 4 用万能的“求根公式”解题 /35

- 5 二次函数的基本关键点:平移 /37
 - 6 二次函数的基本式: $y = ax^2$ /39
 - 7 会用“判别式”,二次方程的学习可毕业了 /42
 - 8 圆的方程求法之一——已知圆心及到圆心的距离 /45
 - 9 圆的方程求法之二——在不知道圆心坐标的情况下 /48
- 专栏 2** 不平凡的圆周率 π /50

第三章 大家都感到为难的三角比和三角函数

- 1 三角函数的铁三角—— \sin, \cos, \tan /52
- 2 怎么求钝角的三角比 /55
- 3 角度范围为 $180^\circ < \theta < 360^\circ$ 时的三角比 /57
- 4 记住三角比的基本公式 /60
- 5 记住正弦定理 /63
- 6 用正弦定理求“距离” /66
- 7 余弦定理的推导 /68
- 8 三角形的面积 /70
- 9 轱辘轱辘 n 次旋转后的角度是多少 /73
- 10 从三角比进入三角函数的世界 /76
- 11 三角函数的加法(两角和)定理 /78
- 12 2 倍角和半角公式 /81
- 13 将加法定理致用以便熟识 /83
- 14 角的 60 分法和弧度表示法 /85

15 掌握圆周率和弧度法 /88

专栏3 关于数学用语 /90

第四章 精通指数和对数

- 1 指数运算法则——高效率地计算同一个数的多次相乘 /92
- 2 熟悉指数计算 /95
- 3 分数的指数及分数的幂根的关系 /97
- 4 “按指数级变大”是怎样变大的 /99
- 5 关于对数及其思考方式 /101
- 6 对数的计算也不过如此 /104
- 7 运用常用对数,了解“keta数” /106
- 8 运用公式 $n-1 \leq \log M < n$ /108
- 9 如何利用对数的小数部分(尾数) /110
- 10 运用常用对数,可知地震的强度 /113
- 11 了解对数,对抗食物中毒的能力增强 /116

专栏4 为什么不能除以0? /118

第五章 认识微分与积分

- 1 从平均到瞬间——把握微分的思考方法 /120
- 2 微分系数由“切线的斜率”决定 /122
- 3 “无限接近”与“相等同”不同 /124
- 4 微分系数和导函数 /126

- 5 典型的求导公式 $(x^n)' = nx^{n-1}$ /129
 - 6 三角函数的微分 /131
 - 7 从 $f'(x)$ 可以知道什么 /133
 - 8 极大、极小与最大、最小的区别 /136
 - 9 求最大容积 /138
 - 10 积分的基础——是三角形还是四边形 /141
 - 11 这就是定积分 /144
 - 12 微分、积分的基本定理 /146
 - 13 不定积分的秘密 /149
 - 14 微分和积分真的是逆运算吗 /151
 - 15 不定积分与 C /153
- 专栏 5 好定理的条件 /155

第六章 使用微积分挑战面积和体积的计算

- 1 这样利用数列的和 /158
- 2 17 世纪的区分求积分法 /161
- 3 是牛顿、莱布尼兹发现了微分和积分吗 /164
- 4 验证圆的面积公式 /166
- 5 圆与椭圆有多相似 /168
- 6 为什么圆锥体积是同底等高的圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ /171
- 7 三棱锥的体积也是同底等高的三棱柱体积的 $\frac{1}{3}$ /174
- 8 球的体积和球的表面积 /176

9 “轱辘轱辘”旋转 /178

10 为什么不学习表面积 /181

专栏 6 最古老的数学问题 /184

第七章 概率——将“偶然”科学化

1 用明确的语言表达偶然现象 /186

2 概率与比率 /188

3 点数 1“连续出现 3 次”，不正常吗 /190

4 基本公式——概率的“加法定理” /192

5 基本公式——概率的“乘法定理” /195

6 独立事件和从属事件 /197

7 先抽好，还是后抽好 /199

专栏 7 数学家都喜欢 TEX /202

第八章 向量——通往高等数学的门径

1 向量的原义是“运送人” /204

2 向量的合成就是“力的合成” /206

3 容易理解的起点终点连接法 /209

4 两个向量构成平面，三个向量构成立体空间 /211

5 用组成成分表示向量 /213

6 平行的向量与不平行的向量 /215

7 向量的数量积(点乘)与计算机 /218

第九章 行列式——从中学数学迈向大学数学

- 1 向量平行排列构成行列式 /222
- 2 方程组与行列式——最重要的是系数 /224
- 3 只对方程式的系数进行操作就能解方程组 /226
- 4 一次方程组的类型 /228
- 5 为什么一次变换就是行列式 /230
- 6 从方程组到行列式,再到线性代数 /232

专栏 9 $a \times b$ 不等于 $b \times a$ 的世界 /234

第一章

迈向 “数的世界”

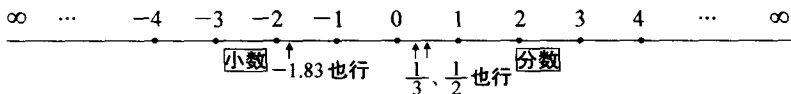




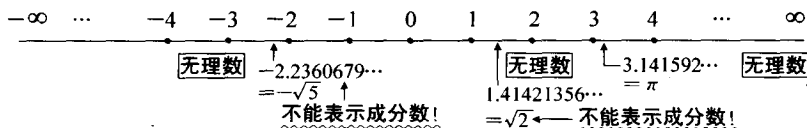
在整数范围内,加法、减法以及乘法都可以自由地进行计算。但是除法涉及的数不一定在整数范围内。 $6 \div 2 = 3$ 自然不成问题,但是 $5 \div 2 = 2.5$ 出现了半数。于是,“有理数”应运而生,这样才能使加减乘除(以 0 作除数的除法除外)在更大的范围内自由运算。

所谓有理数,就是两个整数以分数的形式 $\frac{n}{m}$ ($m \neq 0$) 表达的数,它包含了小数在内。由于 $m = 1$ 时, $n = \frac{n}{m}$, 可见整数是有理数中的一个部分。

有理数的世界 (在整数中加上分数和小数)



实数的世界 (有理数加上无理数)



来到有理数的世界之后,以为已经万无一失了。实际上, $x^2 = 4$ 的方程能在有理数范围内解 ($x = 2$ 和 $x = -2$)。但是,方程 $x^2 = 2$ 的解,也就是其平方等于 2 的数,存在吗?

因此,为了求解类似于 $x^2 = 2$ 的方程,在“有理数”的基础上数的范围再次扩大。那就是“无理数”。 $x^2 = 2$,“其平方等于 2 的数”当然存在,那就是 $\sqrt{2}$ (根号 2)。这样的话,方程 $x^2 = 2$ 有两个解: $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 。简单吧,有理数和无理数合在一起就称为“实数”。