

中等专业学校函授教材

代 数

DAISHU

北京邮电学院函授部編

人民教育出版社

本书是北京邮电学院函授部为中等专业学校函授生编写的一套数学教材中的“代数”部分，其特点是教材、学习指导书与习题三者合并在一起，又为适应函授教学的情况，有些地方的讲解比一教材材细致些，除了适用于中等邮电专业的函授生外，对其他中等专业学校的函授生和自学者也有参考价值。

中等专业学校函授教材

代 数

北京邮电学院函授部编

人民教育出版社出版 高等学校数学用书第5册
北京宣武门内大街26号

(北京市书刊出版业营业许可出字第2号)

工人印刷厂印装 新华书店发行

统一书号18010·838 开本850×1168 1/32 印张9 5/16

字数284,000 印数00001—50,000 定价(4) 0.80

1960年8月第1版 1960年8月北京第1次印刷

編者的話

为了貫徹党的教育方針，提高郵電函授教育質量和滿足函授生的要求，需要一套適合函授教學和在職幹部學習特點的教科書。為此，在黨的領導下，我組編出了這套課本。

本課本是根據郵電函授中技數學教學大綱（草案），結合幾年來函授教學的經驗、各地函授輔導站教師和函授生意見，以原高教出版社出版的中等專業學校數學課本為基礎，又參考了其他一些適合工農幹部學習特點的教材，採取分工執筆、集體討論的辦法編寫的。

在教材編寫方面盡量體現下列幾個特點：

1. 內容的敘述上盡量體現辯證唯物主義的思想方法，以期適合于學者的認識過程。

2. 對較難領會的抽象概念都用實例引出，盡量做到從具體到抽象，使學者容易領會。

3. 對一些定理盡量採用例證或幾何圖形來解釋，避免繁瑣的證明。

4. 每章有學習目的與要求和學習方法的指示。

5. 每章的重點力求突出、文字敘述力求通俗易懂。

6. 重視實際應用，盡量與相近課程、後學課程相結合。

7. 對學者在学习中的易犯的錯誤，都提出注意并指出如何來避免。

8. 每章末尾有小結、問題和習題，使函授生自學完一章之後便于復習、鞏固和自我檢查。

本課本在安排上有些章節與原高教出版社出版的專科教材不同，例如

代数部分,其中“幂与根”和“幂的概念推广”合并为一章;“函数概念”、“一次函数及其图象”和“二次函数及其图象”合并为一章;“一元二次方程”、“可化为二次方程的方程”和“二次方程组”合并为一章;虚数概念(定义、单位、性质)放在二次方程中学习。

几何与三角部分,其中“加法定理”、“倍半角的三角函数”、“和差化积”、“积化和差”、“三角方程”和“反三角函数”合并为一章;“勾股定理的推广”和“余弦定理”放在“斜三角形解法”中学习。

高等数学部分,其中“两个重要的极限”、“连续函数的概念”等移到“极限”一章里;“自然对数”的概念移到代数里的“对数”一章里;“二阶导数及其力学意义”移到导数一章里。

这样做我们认为不但照顾到函授生自学的特点而且也加强了系统性。

此外,还删除了过分追求逻辑严密、形式完整的理论教材(如几何中的最大公度定理及两条线段最大公度的求法;三角中的锐角三角函数值为已知时,该角唯一存在的定理)和与专业联系不大,且对以后学习没有多大影响的教材(如代数中的二次方程里的韦达定理;近似计算里的精密误差计算;级数里的收敛等比级数;几何中的位似变换;高等数学中的应用二阶导数求极大与极小、曲线的凹、拐点和函数图象的作法等)。另外几何中的圆周长、圆面积与多边形面积的一些公式,函授生早已能熟练应用,也给删除了。

为了保证学习质量起见,我们在代数部分第一章之前着重复习了初中代数和以后学习有关系的部分,这样,就可以使函授生在复习完这一部分以后,能够顺利地转入新课学习。

初稿在试用过程中,各地辅导站教师和函授生曾提出许多宝贵意见,在这版中我们根据这些意见进行了一次修改,在这里谨向这些同志致以深切的谢意。

由于时间仓促,同时我们的函授教学水平很低,其中缺点和错误的

地方一定很多,希望各地教师和讀者給以批評和指正。

北京邮电学院函授部

1960.5.

目 录

編者的話	v1
初中代数的复习: 代数式的恒等变换与一次方程	1
I. 因式分解	1
§ 1. 因式和因式分解(1) § 2. 提取公因式法(1) § 3. 应用公式分解法(2) § 4. 分组分解法(3) 习题一(7)	
II. 分式	7
§ 5. 分式及其基本性质(8) § 6. 分式的加减(8) § 7. 分式的乘除(10) 习题二(11)	
III. 一次方程	11
§ 8. 方程的性质及增减根(12) § 9. 一元一次方程的解法(12) § 10. 二元一次方程组(15) § 11. 二元一次方程组的解法(16) § 12. 三元一次方程组(19) 习题三(21)	
第一章 近似计算	23
I. 近似数的概念	23
§ 1. 准确数和近似数(23) § 2. 数字的三种取舍方法(24) 习题一(25)	
II. 近似数的准确度	26
§ 3. 绝对误差及其界限(26) § 4. 相对误差及其界限(28) § 5. 有效数字与可靠数字(30) 习题二(34)	
III. 近似数据的运算法则	34
§ 6. 近似数据的加减法(34) § 7. 近似数据的乘除法(38) § 8. 近似数的乘方与开方(41) § 9. 计算数字的法则(41) 习题三(43)	
IV. 预定准确度的计算法	43
§ 10. 由结果中预定的有效数字的个数来确定原始数据应有的准确度(44) § 11. 由结果中预定的绝对误差, 来确定原始数据应有的准确度(44) § 12. 由结果中预定的相对误差, 来确定原始数据中应有的准确度(47) 习题四(49) § 13. 小结(49)	
第二章 幂与根	52
I. 正整指数幂	52

§ 1. 正整指数幂的定义(53) § 2. 幂的符号法则(53) § 3. 幂的运算法则(54) 习题一(57)

II. 根.....57

§ 4. 根的定义(57) § 5. 根的符号法则(58) § 6. 算术根(58)
§ 7. 积、分式与幂的开方(59)

III. 实数.....61

§ 8. 无理数的定义(61) § 9. 无理数在数轴上的位置(63) § 10. 实数的运算(63)

IV. 根式.....65

§ 11. 根式(65) § 12. 根式的基本性质(65) § 13. 根式的化简(67)
§ 14. 根式的加法和减法(68) § 15. 根式的乘法和除法(71) § 16. 根式的乘方(73) § 17. 单项根式的开方(75) § 18. 分母的有理化(75) 习题二(78)

V. 幂的概念的推广.....80

§ 19. 零指数幂(80) § 20. 负指数幂(80) § 21. 分指数幂(82)
§ 22. 有理指数幂的运算(84) 习题三(87) § 23. 无理指数幂(88)
24. 小结(89)

第三章 不等式.....91

§ 1. 数的大小的比较(91) § 2. 不等式的定义及其主要性质(91)
§ 3. 一元一次不等式及其解法(94) § 4. 小结(96) 习题(96)

第四章 二次方程.....97

I. 一元二次方程.....97

§ 1. 一元二次方程的概念(97) § 2. 完全一元二次方程的解法(100)
§ 3. 不完全一元二次方程的解法(105) § 4. 虚数的概念(106) § 5. 一元二次方程的根的判别式(108) § 6. 一元二次方程的应用问题(110) 习题一(114)

II. 可化为二次方程的方程.....116

§ 7. 左端可以分解为因式而右端为零的方程(116) § 8. 双二次方程(117) § 9. 无理方程(120) § 10. 二元二次方程组(125) 习题二(132) § 11. 小结(133)

第五章 函数及其图象.....135

I. 函数及其表示法.....135

§ 1. 常量与变量(135) § 2. 变量可能取的值(136) § 3. 函数与自变量(137) § 4. 直角坐标系(139) § 5. 函数的三种表示法(142)
§ 6. 函数图象作法(144) 习题一(145)

II. 简单的函数及其图象	146
§ 7. 正比例(146) § 8. 正比例函数 $y = kx$ 的图象(148) § 9. 反比例(149)	
§ 10. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象(151) § 11. 一次函数(153)	
§ 12. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象(155) § 13. 二次函数(157)	
§ 14. 二次函数的图象(157) § 15. 函数根的概念(162) § 16. 小结(168) 习题二(164)	
第六章 指数函数、对数函数、对数	165
I. 指数函数	165
§ 1. 指数函数的定义(165) § 2. 指数函数的图象(166) § 3. 底数大于1的指数函数的性质(168)	
II. 对数函数	169
§ 4. 反函数的概念(169) § 5. 正函数图象及反函数图象之间的相依关系(172)	
§ 6. 对数函数及其图象(174) § 7. 底数大于1的对数函数的性质(176) 习题一(177)	
III. 对数	177
§ 8. 对数的概念(177) § 9. 积、分式、幂以及方根的对数(178) § 10. 单项式的取对数法(180)	
§ 11. 对数式还原法(181) 习题二(182)	
§ 12. 十进对数及其性质(183) § 13. 对数表(188) § 14. 反对数表(190) 习题三(192)	
§ 15. 对数的变形(192) 习题四(193)	
§ 16. 对数的运算(193) 习题五(196) § 17. 应用对数作计算的例子(197) 习题六(201)	
IV. 自然对数	201
§ 18. 自然对数(201) § 19. 自然对数和十进对数的互换(202) § 20. 小结(203)	
第七章 计算尺	204
I. 计算尺的部件与尺标名称	204
§ 1. 计算尺的部件(204) § 2. 计算尺的各种尺标名称(204)	
II. C 尺及 D 尺上的刻度和它的用法	206
§ 3. C 尺及 D 尺上的刻度(206) § 4. C 尺及 D 尺上的定数法及读数法(207)	
§ 5. 利用 C 尺及 D 尺作乘法(208) § 6. 数的位数表示法(209)	
§ 7. 积的位数算法(209) § 8. 利用 C 尺及 D 尺作除法(211)	
III. A 尺及 B 尺上的刻度和它的用法	212
§ 9. A 尺及 B 尺上的刻度(212) § 10. 利用 A 尺及 B 尺求已知数的平方(212)	
§ 11. 利用 A 尺及 B 尺求已知数的平方根法(212)	

IV. K 尺上的刻度和它的用法	214
§ 12. K 尺上的刻度 (214)	
§ 13. 利用 K 尺求已知数的立方方法 (214)	
§ 14. 利用 K 尺求已知数的立方根法 (214)	
V. CI 尺上的刻度和它的用法	216
§ 15. CI 尺上的刻度 (216)	
§ 16. 利用 CI 尺求倒数法 (216)	
VI. L 尺上的刻度和它的用法	216
§ 17. L 尺上的刻度 (216)	
§ 18. 利用 L 尺求已知数的对数尾数的方法 (217)	
§ 19. 利用 L 尺由已知数的对数求真数的方法 (217)	
利用 L 尺作计算的例子 (217)	
VII. S 尺、 T 尺及 ST 尺上的刻度和它们的用法	218
§ 21. S 尺、 T 尺及 ST 尺上的刻度 (219)	
§ 22. 利用 S 尺求由 $5^{\circ}44'$ 到 90° 之间的角的正弦的方法 (219)	
§ 23. 利用 S 尺求正弦值的位数为 10^{-1} 的角的方法 (219)	
§ 24. 利用 T 尺求由 $5^{\circ}44'$ 到 45° 之间的角的正切的方法 (219)	
§ 25. 利用 T 尺求正切值的位数为 10^{-1} 的角的方法 (220)	
§ 26. 利用 T 尺求由 45° 到 $84^{\circ}17'$ 之间的角的正切的方法 (220)	
§ 27. 利用 T 尺求正切值的位数为 10^0 的角的方法 (220)	
§ 28. 利用 ST 尺求由 $0^{\circ}34'$ 到 $5^{\circ}44'$ 的正弦和正切的方法 (220)	
§ 29. 利用 ST 尺求由 $84^{\circ}17'$ 到 90° 之间的角的正切的方法 (221)	
VIII. 简单的混合运算	221
§ 30. 简单的混合运算 (221)	
§ 31. 小结 (223)	
习题 (223)	
第八章 级数	225
I. 数列概念	225
§ 1. 数列 (225)	
§ 2. 数列的分类 (227)	
习题一 (228)	
II. 等差级数	228
§ 3. 等差级数定义 (228)	
§ 4. 等差级数的一般项公式 (229)	
§ 5. 等差级数前 n 项和的公式 (231)	
习题二 (234)	
III. 等比级数	234
§ 6. 等比级数定义 (234)	
§ 7. 等比级数的一般项公式 (235)	
§ 8. 等比级数前 n 项和的公式 (238)	
习题三 (240)	
§ 9. 小结 (241)	
第九章 复数	243
I. 复数的概念及其基本运算	243
§ 1. 复数 (243)	
§ 2. 复数的几何表示法 (244)	
§ 3. 复数的加法和减法 (245)	
§ 4. 复数加法及减法的几何解释 (246)	
§ 5. 复数的乘法 (249)	
§ 6. 复数的除法 (250)	
§ 7. 复数的乘方 (250)	
习题 (251)	
II. 复数的三角形式及其运算	252
§ 8. 复数的三角形式 (252)	
§ 9. 复数的代数形式与三角形式的互化	

(258) 习题二(257)	§ 10. 三角形形式复数的乘法(257)	§ 11. 三角形形式复数的除法(258)	§ 12. 三角形形式的复数的乘方(260)	§ 13. 三角形形式的复数的开方(261)	习题三(266)
III. 复数的指数形式及其运算.....					266
§ 14. 复数的指数形式(266)					§ 15. 复数的指数形式的运算(269)
习题四(270)					§ 16. 小结(271)
第十章 排列、组合和二项式定理.....					272
I. 排列、组合.....					272
§ 1. 排列、组合的意义(272)					§ 2. 计算排列数的公式(274)
§ 3. 计算组合数的公式(278)					习题一(281)
II. 二项式定理.....					281
§ 4. 第一项相同而第二项不同的若干个二项式的积(271)					§ 5. 二项式定理(283)
§ 6. 二项展开式的性质(285)					习题二(288)
§ 7. 小结(289)					

初中代数的复习

代数式的恒等变换与一次方程

这里主要是复习初中代数中和以后学习有关部分的内容，以便转入中技数学的学习。

I. 因式分解

§1. 因式和因式分解

因式 整式 a 如果能整除 b ，那么整式 a 叫做整式 b 的因式。

例 a 是 $3x^2$ 的因式； $x+1$ 是 x^2-1 的因式。

质式 一个整式如果除了 1 和本身外不再其他的因式，那么这个整式叫做质式。

例 x ； a^2+1 ； $x-1$ 等都是质式。

因式分解 把一个整式表示为几个因式的连乘积叫做因式分解。
通常要把因式分解到质式为止。

例 $a^2-1=(a+1)(a-1)$ ；

$$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)。$$

但 $3x^2-3=3(x^2-1)$ 时，我们说它尚未分解完。

因式分解的方法通常有以下三种：(1)提取公因式法；(2)应用公式分解法；(3)分组分解法。

§2. 提取公因式法 如果多项式的各项中有相同的因式，就可以把它分解为这个因式和多项式除以公因式所得的商的乘积。

例

$$ax+bx-cx=x(a+b-c);$$

$$6ab^2-10a^2b^3+4a^3b^3=2ab^2(3-5ab+2a)。$$

§3 应用公式分解法 根据简乘公式,我们可以把某些多项式很快地分解因式。

(1) 平方差公式:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)。$$

(2) 二项式平方公式:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2。$$

(3) 立方和与立方差公式:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)。$$

(4) 二项式立方公式:

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3;$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3。$$

例 $9x^2-\frac{1}{4}=(3x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$=\left(3x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)。$$

$$a^4-1=(a^2)^2-1^2$$

$$=(a^2+1)(a^2-1)$$

$$=(a^2+1)(a+1)(a-1)。$$

$$a^3b-ab^3=ab(a^2-b^2)$$

$$=ab(a+b)(a-b)。$$

$$8x^3-1=(2x)^3-1^3$$

$$=(2x-1)(4x^2+2x+1)。$$

$$\begin{aligned}
 a^4 - b^4 &= (a^2)^2 - (b^2)^2 \\
 &= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) \\
 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2) \\
 &= (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y^4 + 2b^2y^2 + b^4 &= (y^2)^2 + 2(y^2)(b^2) + (b^2)^2 \\
 &= (y^2 + b^2)^2。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8x^3 - 24x^2 + 18x - 2x(4x^2 - 12x + 9) \\
 &= 2x[(2x)^2 - 2(2x) \cdot 3 + 3^2] \\
 &= 2x(2x - 3)^2。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8z^3 - 12z^2 + 6z - 1 &= (2z)^3 - 3(2z)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (2z) \cdot 1^2 - 1^3 \\
 &= (2z - 1)^3。
 \end{aligned}$$

正确的理解和熟记简乘公式当然是应用公式进行因式分解的关键,然而仅注意了公式的记忆,而不善于把所给代数式中的各项变换为简乘公式中各项的形式,那要把上述各例进行分解还是有困难的,因此我们必须通过练习,做到灵活应用公式,才能掌握应用公式的分解法。

§4. 分组分解法 如果某个多项式分为若干组后,各组里面都有公共的因式,就可以利用提取公因式的方法来进行分解因式。

$$\begin{aligned}
 \text{例 } 2x^3 - 5x^2 + 2x - 5 &= (2x^3 - 5x^2) + (2x - 5) \\
 &= x^2(2x - 5) + (2x - 5) \\
 &= (2x - 5)(x^2 + 1)。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\
 &= x(x + 2) + 3(x + 2) \\
 &= (x + 2)(x + 3)。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^3 - 3x - 4 &= x^3 + x - 4x - 4 \\
 &= x(x + 1) - 4(x + 1) \\
 &= (x + 1)(x - 4)。
 \end{aligned}$$

后面两个例子说明二次三项式利用分组分解法一般的都可以分解

为两个因式。而且二次三项式的第一项等于它的两个因式中第一项之积；第三项等于它的两个因式中第二项之积；第二项等于它的因式中两个单项的交叉乘积之和。

这种关系可以表示为

$$\begin{array}{rcl}
 x^2 & \cdots \cdots \cdots & \text{两个因式中第一项之积} = \text{二次三项式的第一项} \\
 \uparrow & & \\
 & +6 & \cdots \cdots \text{两个因式中第二项之积} = \text{二次三项式的第三项} \\
 \hline
 (x & +2) & \cdots \cdots \text{二次三项式的第一个因式} \\
 \swarrow \quad \searrow & & \\
 (x & +3) & \cdots \cdots \text{二次三项式的第二个因式} \\
 \hline
 \downarrow & \downarrow & \\
 +2x & +3x & \\
 \swarrow \quad \searrow & & \\
 +5x & \cdots \cdots & \text{因式中两个单项的交叉乘积之和} = \text{二次三项式的第二项}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 x^2 & \cdots \cdots \cdots & \text{两个因式中第一项之积} = \text{二次三项式的第一项} \\
 \uparrow & & \\
 & -4 & \cdots \cdots \text{两个因式中第二项之积} = \text{二次三项式的第三项} \\
 \hline
 (x & +1) & \cdots \cdots \text{二次三项式的第一个因式} \\
 \swarrow \quad \searrow & & \\
 (x & -4) & \cdots \cdots \text{二次三项式的第二个因式} \\
 \hline
 \downarrow & \downarrow & \\
 +x & -4x & \\
 \swarrow \quad \searrow & & \\
 -3x & \cdots \cdots & \text{因式中两个单项的交叉乘积之和} = \text{二次三项式的第二项}
 \end{array}$$

根据这个表示法，二次三项式可以利用下法来分解因式。

第一、因为二次三项式的第一项等于它两个因式中第一项之积，所以在分解因式时，就要把它的第一项分解为两个单项因式。

第二、因为二次三项式的第三项等于它两个因式中第二项之积，

所以在分解因式时,就要把它的第三项分解为两个因数,并且如果第三项为负,那么两个因数的符号该是一正一负;如果第三项为正,则两个因数的符号相同。而且当第二项为负数时,两个因数均为负,当第二项也为正时,两个因式均为正。

第三、二次三项式的第一项和第三项分别分解为两个单项因式时,一般的总不只是一种分法,但是分解的结果必须要求第一项的两个单项因式和第三项的两个单项因数交叉乘积之和等于二次三项式的第二项。

例1. 分解 $x^2-8x+12$ 的因式。

解 第一项分解成两个单项因式,得

$$x, x_0$$

第三项分解成两个因数,有三种

$$-1, -12; -2, -6; -3, -4$$

($\because$ 第三项为正, 第二项为负, $\therefore$ 两因数均为负)。

把第一项和第三项的各种分法结合起来就有三种:

$\begin{array}{r} x \quad -1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -12 \\ \hline -x \quad -12x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -13x \neq \text{第二项} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad -2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -6 \\ \hline -2x \quad -6x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -8x = \text{第二项} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad -3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -4 \\ \hline -3x \quad -4x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -7x \neq \text{第二项} \end{array}$
--	---	--

结果只有第二种是对的,

$$\therefore x^2-8x+12 = (x-2)(x-6)。$$

例2. 分解 x^2+x-6 的因式。

解 第一项分解成两个单项因式,得

$$x, x_0$$

第三项分解成两个因数,有四种

$$+1, -6; -1, +6; +2, -3; 2, +3$$

(∵ 第三項为負, ∴ 两因数的符号应相反)。

把第一項和第三項的各种分法結合起来就有四种:

$\begin{array}{r} x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -6 \\ \hline +x \quad -6x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -5x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad -1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad +6 \\ \hline -x \quad +6x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +5x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad +2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad -3 \\ \hline +2x \quad -3x \\ \swarrow \quad \searrow \\ -x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad -2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad +3 \\ \hline -2x \quad +3x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +x = \text{第二項} \end{array}$
---	---	---	--

結果只有最后一种是对的,

$$\therefore x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)。$$

例 3. 分解 $6x^2 + 29x + 35$ 的因式。

解 第一項分解成两个单項因式, 有两种

$$x, 6x; 3x, 2x。$$

第三項分解成两个因数, 有两种

$$1, 35; 5, 7。$$

把第一項和第三項的各种分法結合起来, 就有 8 种:

$\begin{array}{r} x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6x \quad +35 \\ \hline +6x \quad +35x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +41x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} 6x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ +x \quad +35 \\ \hline +x \quad +210x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +211x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} x \quad +5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6x \quad +7 \\ \hline +30x \quad +7x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +37x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} 6x \quad +5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad +7 \\ \hline +5x \quad +42x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +47x \neq \text{第二項} \end{array}$
$\begin{array}{r} 3x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2x \quad +35 \\ \hline +2x \quad +105x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +107x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x \quad +1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3x \quad +35 \\ \hline +3x \quad +70x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +73x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} 3x \quad +5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2x \quad +7 \\ \hline +10x \quad +21x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +31x \neq \text{第二項} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x \quad +5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3x \quad +7 \\ \hline +15x \quad +14x \\ \swarrow \quad \searrow \\ +29x = \text{第二項} \end{array}$

結果只有最后一种是对的,

$$\therefore 6x^2 + 29x + 35 = (2x + 5)(3x + 7)。$$

一般的情形,所结合起来的种数相当多,如果象举例那样一个一个的去试验,非常麻烦,但也沒有一种固定的方法,只有反复练习才能掌握这个方法。“熟能生巧”,当我们用熟了这个方法,就会体会到它比分组分解法要方便得多。这个方法叫做十字相乘法。

例 要分解 $3x^2-5x-12$ 的因式,当我们熟练后就能一望而知地把它分为

$$\begin{array}{cc} 3x & +4 \\ x & -3 \end{array}$$

$\therefore 3x^2-5x-12 = (3x+4)(x-3)$

除了二次三项式可以用“十字相乘法”进行因式分解之外,一般的多项式应按下列步骤来分解因式:

第一、先看一看这个多项式的各项有没有公因式,如果有,就先提取公因式。

第二、没有公因式的式子(或者是提取公因式后得到的式子),就看它能不能应用简乘公式来分解,如果能够,就应用公式进行分解。

第三、不能应用公式来分解的式子,就试用分组分解的方法。

应该注意分得的因式,如果还可以分解,就再继续分解,直到每一个因式都不能再分解为止。

习 题 一

1 分解下列各式的因式:

1. a^2b-ab^2 ;

2. $x^5+x^3-x^2-1$;

3. $2m(x-3)+n(3-x)$;

4. $x^2-10x+9$;

5. $2a+4ab+2ab^2$;

6. $x^3-4x-12$;

7. $x^3z-4x^2yz+4xy^2z$;

8. $2x^3+7x+6$;

9. $y^6-\frac{1}{8}$;

10. $10x^2+8x-2$ 。

II. 分 式

分式及其运算在化简代数式与解分式方程的时候,常遇到应用分