21 世纪高等院校经典教材同步辅导

ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

数学分析

全程导学及习题全解

(上)

华东师大第三版

闫晓红 王贵鹏 主编

◆知识归纳 梳理主线重点难点

◆习题详解 精确解答教材习题

◆提高练习 巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社

China Modern Economic Publishing House

21 世纪高等院校经典教材同步辅导

ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

数学分析

全程导学及习题全解

（上）

华东师大第三版

闫晓红　王贵鹏　主编

◆知识归纳　梳理主线重点难点

◆习题详解　精确解答教材习题

◆提高练习　巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社

China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

数学分析全程导学及习题全解．上册/闫晓红,王贵鹏主编.—北京:中国时代经济出版社,2006.2

(21世纪高等院校经典教材同步辅导)

ISBN 7-80169-898-3

Ⅰ.数...　Ⅱ.①闫...②王...　Ⅲ.数学分析-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.017

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第157153号

数学分析全程导学及习题全解(上册)

闫晓红　王贵鹏　主编

出版者	中国时代经济出版社
地址	北京东城区东四十条24号 青蓝大厦11层
邮政编码	100007
电话	(010)68320825　68320496
传真	(010)68320634
发行	各地新华书店
印刷	北京市白帆印务有限公司
开本	787×1092　1/16
版次	2006年3月第1版
印次	2006年3月第1次印刷
印张	18
字数	350千字
印数	1~5000册
定价	20.00元
书号	ISBN 7-80169-898-3/G·381

内容简介

本书是华东师范大学数学系编写的《数学分析》(第三版)的配套参考用书。为了便于学生学习,本书的编排严格与教材保持一致。全书对每一小节都总结了知识要点及思想方法,这部分内容不是对教材知识点的罗列,而是着重知识点之间的联系,帮助学生在更高层次上理解教材内容。

对课后习题,我们力争做到"全"、"详"、"精"。"全"是指本书包括了教材中所有习题的解答,包括横线下的习题和作为选修内容的习题。"详"是指我们对每一道习题都给出了详细的解题步骤。"精"则是对习题的解答都是在参考国内外现在资料基础上给出最好的方法,而且比较难的习题在解题之前有解题分析,比较典型的习题解后还有解后注意事项。

在每个内容单元之后,我们给出了几个有关本单元的综合练习与提高习题,这些习题都是各校考研习题或者是国内外数学竞赛习题,供学有余力的同学使用,习题之后有详细的答案和提示。

前　言

数学分析是数学系最重要的一门专业基础课，因为它不仅是大学数学系第一门重要课程，而且大学本科乃至研究生阶段的很多后继课程在本质上都可以看作是它的延伸、深化或应用，至于它的基本概念、思想和方法，更可以说是无处不在。数学专业后继专业课程如微分方程、实变函数和复变函数、概率论、统计及泛函分析、微分几何等课程都要以数学分析为基础。同时数学分析也是数学专业各个方向上考研必考的专业基础课。

数学分析逻辑性很强，只要在课堂上专心听讲，一般是可以听得懂的，但即便能听懂，习题还是难以顺利完成。这是因为数学分析习题的技巧性很强，只了解基本的理论和方法，不辅以相应的技巧，是很难顺利应用理论和方法解出习题的。这些都给学生的学习带来不少困难。针对这一问题，为了帮助学生克服困难，使学生尽快掌握这门课程的思想方法，我们编写了这套辅导用书。

当然，任何参考书都只是启发思维的辅助工具，只有在经过独立思考之后再对照相应的参考教材，才能有所收获。因此希望读者能正确使用本书，达到提高数学素养和学好数学分析的双重目的。当然限于编者的水平，本书一定有不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。作者 email：wgpyxh@163. com

编者

目　　录

一元函数极限

第一章　实数集与函数

§1　实　数

知识要点及思想方法

一、实数及其性质

1. 实数用无限小数表示的方法

为了把有限小数(包括整数)表示为无限小数，规定：对于正有限小数(包括正整数)x，$x=a_0.a_1a_2\cdots a_n$时，其中$0\leqslant a_i\leqslant 9$，$i=1,2,\cdots,n$，$a_n\neq 0$，$a_0$为非负整数，记$x=a_0.a_1a_2\cdots(a_n-1)9999\cdots$；而当$x=a_0$为正整数时，则记$x=(a_0-1).9999\cdots$；对于负有限小数(包括负整数)$y$，则先将$-y$表示为无限小数，再在所得无限小数之前加负号；又规定数0表示为$0.000\cdots$.

2. 实数的大小

(1) 实数大小

给定两个非负实数$x=a_0.a_1a_2\cdots a_n\cdots$，$y=b_0.b_1b_2\cdots b_n\cdots$，其中$a_k$，$b_k$为非负整数，$0\leqslant a_k$，$b_k\leqslant 9$. 若有(i) $a_k=b_k$，$k=0,1,2,\cdots$ 则称x与y相等，记为$x=y$；(ii) 若存在非负整数l，使得$a_k=b_k$，$(k=0,1,2,\cdots,l)$，而$a_{l+1}>b_{l+1}$，则称x大于y(或y小于x)，分别记为$x>y$(或$y<x$).

对于负实数x，y，有$-x>-y$，则称$x<y$或$y>x$；规定任何非负实数大于任何负实数；

(2) 不足近似与过剩近似

设$x=a_0.a_1a_2\cdots a_n\cdots$为非负实数，称有理数$x_n=a_0.a_1a_2\cdots a_n$为实数$x$的$n$位不足近似值，而有理数$\overline{x}_n=x_n+\dfrac{1}{10^n}$称为$x$的$n$位过剩近似值.

3. 实数的性质

(1) 四则运算封闭性.

(2) 有序性：任何两个实数 a,b，必满足下述三个关系之一：

$a<b, a=b, a>b$.

(3) 实数大小有传递性，即 $a>b, b>c$ 则有 $a>c$.

(4) 阿基米德性：对于任意 $a,b\in\mathbf{R}, b>a>0$，存在 $n\in\mathbf{N}$，使得 $na>b$.

(5) 稠密性：有理数和无理数的稠密性.

(6) 实数集的几何表示：数轴.

二、绝对值与不等式

1. 绝对值

(1) 定义：$|a|=\begin{cases} a, & a\geqslant 0 \\ -a, & a<0 \end{cases}$ 为 a 的绝对值.

从数轴上看的绝对值 $|a|$ 就是点 a 到原点的距离.

(2) 绝对值的性质

(ⅰ) $|a|=|-a|\geqslant 0$；当且仅当 $a=0$ 时 $|a|=0$.

(ⅱ) $-|a|\leqslant a\leqslant |a|$.

(ⅲ) $|a|<h \Leftrightarrow -h<a<h$；$|a|\leqslant h \Leftrightarrow -h\leqslant a\leqslant h, h>0$.

(ⅳ) $|a|-|b|\leqslant |a\pm b|\leqslant |a|+|b|$.

(ⅴ) $|ab|=|a||b|$.

(ⅵ) $\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}, b\neq 0$.

2. 几个重要的不等式

(1) 绝对值不等式：定义 $|a|=\max\{-a,a\}$.

(2) 其它不等式

(ⅰ) $a^2+b^2\geqslant 2|ab|$，　$|\sin x|\leqslant 1$，$|\sin x|\leqslant |x|$.

(ⅱ) 均值不等式：对任意 $a_1,a_2,\cdots,a_n\in\mathbf{R}^+$，记

$$M(a_i)=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i,\text{(算术平均值)}$$

$$G(a_i)=\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}=\left(\prod_{i=1}^{n}a_i\right)^{\frac{1}{n}},\text{(几何平均值)}$$

$$H(a_i)=\frac{n}{\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}}=\frac{1}{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{a_i}}=\frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{a_i}}.\text{(调和平均值)}$$

平均值不等式：

$H(a_i)\leqslant G(a_i)\leqslant M(a_i)$，等号当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时成立.

(3) 伯努利不等式：任意 $x>-1$，有不等式 $(1+x)^n\geqslant 1+nx, n\in\mathbf{N}$.

当 $x>-1$ 且 $x\neq 0, n\in\mathbf{N}$ 且 $n\geqslant 2$ 时，有严格不等式 $(1+x)^n>1+nx$.

课后习题详解

1. 设 a 为有理数，x 为无理数. 证明：

(1) $a+x$ 是无理数；(2) 当 $a\neq 0$ 时，ax 是无理数.

证明　这种题目通常用反证法.

(1) 假设 $a+x$ 是有理数，则 $(a+x)-a=x$ 是有理数，这与题设 x 为无理数相矛盾. 故 $a+x$ 是无理数.

(2) 假设 ax 是有理数，又 $a\neq 0$，则 $\frac{ax}{a}=x$ 为有理数，这与题设 x 是无理数相矛盾. 故 ax 是无理数.

2. 试在数轴上表示出下列不等式的解：

(1) $x(x^2-1)>0$；　　(2) $|x-1|<|x-3|$；

(3) $\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-1}\geqslant\sqrt{3x-2}$.

解　(1) 由原不等式有

$$\begin{cases}x>0\\x^2-1>0\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x<0\\x^2-1<0\end{cases}$$

前一个不等式组的解是 $x>1$，后一个不等式组的解为 $-1<x<0$，故 $x(x^2-1)>0$ 的解为 $\{x\mid -1<x<0 \text{ 或 } x>1\}$，其在数轴上表示如图 1—1.

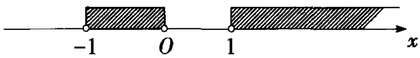

图 1—1

(2) 当 $x\neq 3$ 时，由原不等式有 $\left|\frac{x-1}{x-3}\right|<1$，从而有 $\left|1+\frac{2}{x-3}\right|<1$，所以 $-1<1+\frac{2}{x-3}<1$，解此不等式，得 $x<2$，故 $|x-1|<|x-3|$ 的解为 $\{x\mid x<2 \text{ 且 } x\neq 3\}=\{x\mid x<2\}$，其在数轴上表示如图 1—2.

图 1—2

(3) 由题设知

$$\begin{cases}x-1\geqslant 0\\2x-1\geqslant 0\\3x-2\geqslant 0\end{cases}\quad\text{解之得：}x\geqslant 1.$$

又 $\sqrt{3x-2}\geqslant 0$，$\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-1}\geqslant 0$，

从而不等式两端平方，有 $x-1+2x-1-2\sqrt{(x-1)(2x-1)}\geqslant 3x-2$，因之有 $2\sqrt{(x-1)(2x-1)}\leqslant 0$，所以 $\sqrt{(x-1)(2x-1)}=0$，由此解得 $x=1$ 或 $x=\frac{1}{2}$，又 $x\geqslant 1$，故有 $x=1$，但 $x=1$ 不符合原不等式，所以原不等式无解.

3. 设 a、$b\in\mathbf{R}$，证明：若对任何正数 ε 有 $|a-b|<\varepsilon$，则 $a=b$.

证明　假设 $a\neq b$，则根据实数集的有序性，有 $a>b$ 或 $a<b$，从而必有 $|a-b|>0$，令 $\varepsilon=|a-b|>0$，则 ε 为正数且满足 $|a-b|=\varepsilon$，这与假设 $|a-b|<\varepsilon$ 矛盾，从而必有 $a=b$ 成立. 即原命题成立.

4. 设 $x\neq 0$，证明 $\left|x+\frac{1}{x}\right|\geqslant 2$，并说明其中等号何时成立.

证明　由于 $\left(\sqrt{|x|}-\sqrt{\frac{1}{|x|}}\right)^2=|x|+\frac{1}{|x|}-2\sqrt{|x|\cdot\frac{1}{|x|}}\geqslant 0$，

所以 $|x|+\dfrac{1}{|x|}\geqslant 2$. 因 x 与 $\dfrac{1}{x}$ 同号，从而 $\left|x+\dfrac{1}{x}\right|=|x|+\dfrac{1}{|x|}\geqslant 2$.

等号成立当且仅当 $\left(\sqrt{|x|}-\sqrt{\dfrac{1}{|x|}}\right)^2=0$ 成立，即 $|x|=\dfrac{1}{|x|}$，进而 $x=\pm 1$ 时成立.

5. 证明：对任何 $x\in\mathbf{R}$ 有

(1) $|x-1|+|x-2|\geqslant 1$;　　(2) $|x-1|+|x-2|+|x-3|\geqslant 2$.

证明　此题目运用绝对值的三角形不等式性质.

(1) 因为 $1-|x-1|\leqslant|1-(x-1)|=|1-x+1|=|x-2|$,
所以 $|x-1|+|x-2|\geqslant 1$.

(2) 因为 $2-|x-3|\leqslant|2+(x+3)|=|x-1|\leqslant|x-1|+|x-2|$,
所以 $|x-1|+|x-2|+|x-3|\geqslant 2$.

6. 设 $a、b、c\in\mathbf{R}^+$ ($\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数的集合)，证明

$$\left|\sqrt{a^2+b^2}-\sqrt{a^2+c^2}\right|\leqslant|b-c|.$$

你能说明此不等式的几何意义吗?

证明　对任意的 $a,b,c\in\mathbf{R}^+$，由 $a^2(b-c)^2\geqslant 0$，有

$2a^2bc\leqslant a^2(b^2+c^2)$，两端同时加 $a^4+b^2c^2$，有

$a^4+b^2c^2+2a^2bc\leqslant a^2b^2+a^2c^2+a^4+b^2c^2$,

即　$(a^2+bc)^2\leqslant(a^2+b^2)(a^2+c^2)$,

所以　$a^2+bc\leqslant\sqrt{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}$,

又　$2a^2-2\sqrt{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}\leqslant-2bc$,

两端再同加 b^2+c^2，则

$$(a^2+b^2)-2\sqrt{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}+(a^2+c^2)\leqslant a^2-2bc+c^2$$

即 $\left|\sqrt{a^2+b^2}-\sqrt{a^2+c^2}\right|\leqslant|b-c|$.

不等式 $\left|\sqrt{a^2+b^2}-\sqrt{a^2+c^2}\right|\leqslant|b-c|$ 的几何意义为：

当 $b\neq c$ 时，表示以 (a,b)、(a,c)、$(0,0)$ 三点为顶点的三角形，其两边之差小于第三边.

当 $b=c$ 时，此时不等式为等式 $\sqrt{a^2+c^2}-\sqrt{a^2+c^2}=0$，三角形变为以 (a,c)、$(0,0)$ 为端点的线段.

7. 设 $x>0,b>0,a\neq b$. 证明 $\dfrac{a+x}{b+x}$ 介于 1 与 $\dfrac{a}{b}$ 之间.

证明　因为 $1-\dfrac{a+x}{b+x}=\dfrac{b-a}{b+x}$, $\dfrac{a+x}{b+x}-\dfrac{a}{b}=\dfrac{x(b-a)}{b(b+x)}$,

且 $x>0,b>0,a\neq b$，所以

当 $a>b$ 时，有 $1-\dfrac{a+x}{b+x}<0$, $\dfrac{a+x}{b+x}-\dfrac{a}{b}<0$,

从而　$1<\dfrac{a+x}{b+x}<\dfrac{a}{b}$,

当 $a<b$ 时，$1-\dfrac{a+x}{b+x}>0$, $\dfrac{a+x}{b+x}-\dfrac{a}{b}>0$,

从而　$\dfrac{a}{b}<\dfrac{a+x}{b+x}<1$,

所以$\dfrac{a+x}{b+x}$总介于1与$\dfrac{a}{b}$之间.

8. 设p为正整数. 证明:若p不是完全平方数,则$\sqrt{p}$是无理数.

证明　反证法　假设$\sqrt{p}$为有理数,则存在正整数m,n,且m,n互质,使得$\sqrt{p}=\dfrac{m}{n}$,于是$p=\dfrac{m^2}{n^2}$,$m^2=pn^2=n\cdot(pn)$,可见n能整除m^2,由于m,n互质,从而它们的最大公约数为1,这与m,n互质矛盾,所以$\sqrt{p}$是无理数.

9. 设a、b为给定实数. 试用不等式符号(不用绝对值符号)表示下列不等式的解:

(1) $|x-a|<|x-b|$;

(2) $|x-a|<x-b$;

(3) $|x^2-a|<b$.

解　(1) 原不等可化为$\left|\dfrac{x-a}{x-b}\right|=\left|\dfrac{b-a}{x-b}+1\right|<1$,因此有

$-1<\dfrac{b-a}{x-b}+1<1$,即$0<\dfrac{a-b}{x-b}<2$,由此可得不等式组

$$\begin{cases}x>b\\0<a-b<2x-2b,\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x<b,\\2x-2b<a-b<0,\end{cases}$$

$$\text{即}\begin{cases}x>b\\x>\dfrac{a+b}{2},\\a>b\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x<b,\\x<\dfrac{a+b}{2},\\a<b\end{cases}$$

故当$a>b$时,不等式的解为$x>\dfrac{a+b}{2}$;当$a<b$时,不等式解为$x<\dfrac{a+b}{2}$;当$a=b$时,不等式的解集为$\varnothing$.

(2) 原不等可化为$\begin{cases}x>b\\b-x<x-a<x-b,\end{cases}$　即$\begin{cases}x>b\\a>b\\x>\dfrac{a+b}{2},\end{cases}$

故当$a>b$时,不等式的解为$x>\dfrac{a+b}{2}$;当$a\leqslant b$时,不等式的解集为$\varnothing$.

(3) 当$b\leqslant 0$时,原不等式的解集为$\varnothing$.

当$b>0$时,原不等式等价于:$a-b<x^2<a+b$,因此有

当$a+b\leqslant 0$时,不等式的解集为$\varnothing$;

当$a+b>0$时,

(ⅰ) 如果$a>b$,则解为$\sqrt{a-b}<|x|<\sqrt{a+b}$,即$\sqrt{a-b}<x<\sqrt{a+b}$或$-\sqrt{a+b}<x<-\sqrt{a-b}$;

(ⅱ) 如果$a<b$,则解为$|x|<\sqrt{a+b}$,即$-\sqrt{a+b}<x<\sqrt{a+b}$.

§2 数集·确界原理

知识要点及思想方法

一、区间与邻域

1. 区间

(ⅰ) $\{x \mid a < x < b\}$称为开区间,记作(a,b);

(ⅱ) $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$称为闭区间,记作$[a,b]$;

(ⅲ) $\{x \mid a < x \leqslant b\}$和$\{x \mid a \leqslant x < b\}$称为半开半闭区间,记作$(a,b]$和$[a,b)$.

2. 邻域

(ⅰ) 设a和δ是两个实数,且$\delta > 0$,称点集$U_\delta(a) = \{x \mid |x-a| < \delta\}$为点$a$的$\delta$邻域,记作$U_\delta(a)$.

(ⅱ) 设a和δ是两个实数,且$\delta > 0$,称点集$U_\delta(a) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$为点$a$的$\delta$邻域,记作$U_\delta^\circ(a)$.

二、有界数集、确界原理

1. 有界数集

设S为$\mathbf{R}$中的一个数集.若存在数$M(L)$,使得对一切$x \in S$,都有$x \leqslant M(x \geqslant L)$,则称$S$为有上界(下界)的数集,数$M(L)$称为$S$的一个上界(下界)若$S$既有上界又有下界,则称$S$为有界集.

2. 确界

(1) 设S是$\mathbf{R}$中的一个数集,若数η满足以下两条:

(ⅰ) 对一切$x \in S$有$x \leqslant \eta$,即η是数集S的上界;

(ⅱ) 对任何$\alpha < \eta$存在$x_0 \in S$使得$x_0 > \alpha$(即η是S的最小上界)则称数η为数集S的上确界.记作$\eta = \sup S$.

(2) 设S是$\mathbf{R}$中的一个数集,若数ξ满足以下两条:

(ⅰ) 对一切$x \in S$有$x \geqslant \xi$,即ξ是数集S的下界;

(ⅱ) 对任意$\varepsilon > 0$,存在$x_0 \in S$使得$x_0 < \xi + \varepsilon$(即ξ是S的最大下界),则称数ξ为数集S的下确界.记作$\xi = \inf S$.

(3) 确界原理

设S为非空数集,若S有上界,则S必有上确界;若S有下界,则S必有下确界.

注意 (1) 确界不一定属于原集合.

(2)E的最值必属于E,但确界未必,确界是一种临界点.

(3) 非空有界数集必有确界,但未必有最值.

(4) 若$\max E$存在,必有$\max E = \sup E$.

课后习题详解

1. 用区间表示下列不等式的解：

(1) $|1-x|-x\geqslant 0$；

(2) $\left|x+\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 6$；

(3) $(x-a)(x-b)(x-c)>0$　(a,b,c 为常数，且 $a<b<c$)；

(4) $\sin x\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

解　(1) 当 $1-x\geqslant 0$ 时，不等式化为 $1-x-x\geqslant 0$，其解为 $x\leqslant\dfrac{1}{2}$；

当 $1-x<0$ 时，不等式化为 $x-1-x\geqslant 0$，无解.

综合，原不等式的解为　$x\leqslant\dfrac{1}{2}$，用区间表示为 $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$.

(2) 绝对值不等式 $\left|x+\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 6$ 等价于 $-6\leqslant x+\dfrac{1}{x}\leqslant 6$，而这又等价于不等式组：

$$\begin{cases}x>0\\-6x\leqslant x^2+1\leqslant 6x\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x<0\\-6x\geqslant x^2+1\geqslant 6x\end{cases}$$

前者不等式的解集为 $[3-2\sqrt{2},3+2\sqrt{2}]$，后者的解集为 $[-3-2\sqrt{2},-3+2\sqrt{2}]$，从而原不等式的解集为 $[-3-2\sqrt{2},-3+2\sqrt{2}]\cup[3-2\sqrt{2},3+2\sqrt{2}]$.

(3) **法一**　运用不等式的等价形式来计算.

原不等式等价于不等式组：

$$\begin{cases}x-a>0\\x-b>0\\x-c>0\end{cases}\text{或}\begin{cases}x-a>0\\x-b<0\\x-c<0\end{cases}\text{或}\begin{cases}x-a<0\\x-b>0\\x-c<0\end{cases}\text{或}\begin{cases}x-a<0\\x-b<0\\x-c>0\end{cases}$$

第一个不等式组的解集为 $(c,+\infty)$，第二个不等式组的解集为 (a,b)，

第三、四个不等式组的解集均为空集，所以原不等式的解集为 $(a,b)\cup(c,+\infty)$.

法二　构造函数 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$，$x\in\mathbf{R}$，则由 $a<b<c$，知

$$f(x)\begin{cases}<0,\text{当 } x\in(-\infty,a)\cup(b,c)\\=0,\text{当 } x=a,b,c\\>0,\text{当 } x\in(a,b)\cup(c,+\infty)\end{cases}$$

因此 $f(x)>0$，当且仅当 $x\in(a,b)\cup(c,+\infty)$.

故原不等式的解集为 $(a,b)\cup(c,+\infty)$.

(4) 若 $0\leqslant x\leqslant 2\pi$，则当且仅当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3}{4}\pi\right]$ 时，$\sin x\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，再由正弦函数的周期性知：$\sin x\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的解集是

$$\left[2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{3}{4}\pi\right],k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots.$$