
# 高中数学复习题解

新编高中理科复习参考书

福州教育学院　福州市数学学会　编

天津科学技术出版社

新编高中理科复习参考书

# 高中数学复习题解

福州教育学院
福州市数学学会 编

天津科学技术出版社

新编高中理科复习参考书

高中数学复习题解

福州教育学院
福州市数学学会 编

*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道124号

天津新华印刷二厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本787×1092毫米 1/32 印张20.125 字数430,000

一九八五年十一月第一版

一九八五年十一月第一次印刷

印数：1—43,500

书号：13212·93 定价：3.00元

# 前　言

为了提高中学教育水平，以适应教育要“面向四化，面向世界，面向未来”的需要，根据教育部制定的中学教学大纲和全国统编教材，对已出版的《新编高中数理化复习参考书》和《高中理科自习辅导》进行了修订，并增加了生物学科，同时将丛书改名为《新编高中理科复习参考书》出版。本丛书包括《高中数学复习提要》、《高中数学复习题解》、《高中物理复习提要》、《高中物理复习题解》、《高中化学复习提要》、《高中化学复习题解》、《高中生物复习提要及题解》共七册。

本丛书着眼于帮助学生切实掌握各科基础知识，增强分析问题和解决问题的能力，以达到灵活运用所学知识的目的。编写时，在总结教学经验、分析学生掌握和运用知识情况的基础上，特别注意了增强学生灵活运用知识的培养和训练；根据各科内容的系统性和内在联系，概括出简明学习要点，指明了易混、易错的概念和问题。为了便于复习使用，本书精选了一定数量的练习题和习题，并把全部习题做了系统的解答；在例题演示和习题解答中，着重引导学生掌握正确的分析方法和解题思路，以达到准确理解和运用概念、灵活而巧妙运用知识的目的。因此，本书可供高中毕业生总复习使用，也可供高中学生单元复习、阶段复习参考。

本书为《高中数学复习题解》，由池伯鼎、林宗炘、周

志文、林振铨、吴大钟、任寿彬、高玉栋、魏长庚、郭仰嵩、倪大森、李必成、陈敏贤、陈金华、马长冰、郭道平、林玉润等编写。书中带*号的为选学内容。

限于我们水平，书中难免有错误和不当之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

一九八五年五月

# 目　录

# 第一章　数　与　式

1. 本题共有 4 个小题，每一个小题都给出代号为$A$、$B$、$C$、$D$的四个结论，其中只有一个结论是正确的。试把每一小题的正确结论的代号填入题后的括号内：

(1) 数集$x=\{(2n+1)\pi,(n\in Z)\}$与数集$y=\{(4k\pm1)\pi,k\in Z\}$之间的关系是

(A) $x\subset y$，　(B) $x\supset y$，

(C) $x=y$，　(D) $x\neq y$。

(C)

(2) $\left(\log_2 9+\log_4\frac{1}{9}\right)\left(\log_3 2+\log_9 0.5\right)$的值是

(A) 1，　(B) $\frac{1}{2}$，

(C) 3，　(D) $\frac{1}{4}$。

(B)

(3) 已知 $a$，$b\in Q$，且$a>b$ $(a\quad\sqrt{2}b)^2=9-4\sqrt{2}$，那么$a$，$b$的值是

(A) $a=1$，$b=2$，　(B) $a=2$，$b=1$，

(C) $a=2$，$b=-2$，　(D) $a=-1$，$b=-2$。

(D)

(4) 如果$a+b+c=0$，那么$a^3(b-c)+b^3(c-a)$

$+c^{8}(a-b)$的值是

(A) 3, (B) 2,

(C) 1, (D) 0.

(D)

2. 化简：

(1) $|2a-1|-|2a+1|$；

(2) $\dfrac{|a+2|}{\sqrt{a^{2}+4a+4}}$，$(a\neq-2)$；

(3) $\dfrac{|4m^{2}-1|}{2m+1}$，$\left(m<\dfrac{1}{2}且m\neq-\dfrac{1}{2}\right)$；

(4) $\sqrt{(\log_{0.5}9+3)^{2}}$.

【解】(1)

$$原式=\begin{cases}(1-2a)-[-(2a+1)]=2,\left(a\leqslant-\dfrac{1}{2}\right);\\(1-2a)-(2a+1)=-4a,\ \left(-\dfrac{1}{2}<a<\dfrac{1}{2}\right);\\(2a-1)-(2a+1)=-2,\ \left(a\geqslant\dfrac{1}{2}\right).\end{cases}$$

(2) 原式$=\dfrac{|a+2|}{\sqrt{(a+2)^{2}}}=\dfrac{|a+2|}{|a+2|}=1$. $(a\neq-2)$.

(3) 原式$=\dfrac{|2m+1|\cdot|2m-1|}{2m+1}$

$$=\begin{cases}1-2m,\ \left(-\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{1}{2}\right);\\2m-1,\ \left(m<-\dfrac{1}{2}\right).\end{cases}$$

(4) ∵ $\log_{0.5}9=\log_{2^{-1}}9<\log_{2^{-1}}8=\log_{2^{-1}}(2^{-1})^{-3}=-3$,

则 $\log_{0.5}9+3<0$,

∴ 原式 $=-(\log_{0.5}9+3)$.

3. 计算:

(1) $|-5|-|-7^2|+\left|\frac{1}{3}\right|-|5\div(-6)|$;

(2) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2-\left|-6.5\right|\div\left[(-2)^2-\frac{3}{4}\right]+\left|-3\right|^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)$;

(3) $(\sqrt{10+\sqrt{51}}+\sqrt{10-\sqrt{51}})^2$;

(4) $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}$;

(5) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{0.5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{48}\right)$.

【解】

(1) 原式 $=5-49+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}=-44\frac{1}{2}$;

(2) 原式 $=\frac{100}{9}-\frac{13}{2}\div\frac{13}{4}+9\times\left(-\frac{2}{3}\right)=3\frac{1}{9}$;

(3) 原式 $=20+2\sqrt{10^2-(\sqrt{51})^2}=20+14=34$;

(4) 原式 $=-\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}=-\sqrt[3]{2}$;

(5) 原式 $=4\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{4}+4\sqrt{3}$

$$=\frac{17}{4}\sqrt{2}+\frac{10}{3}\sqrt{3}.$$

4. 分解因式:

(1) $5(x-y)^8-10(x-y)^7$;

(2) $mx^2-nx^2-nx+mx+m-n$;

(3) $a^2-10ab+25b^2-a+5b$;

(4) $x^3+3x^2+3x-7$;

(5) $x^4+4$;

(6) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$;

(7) $x^4y-x^2y^3+x^3y^2-xy^4$;

(8) $x^2-4\sqrt{2}x+4$;

(9) $(a^2-3a+2)x^2+(2a^2-4a+1)xy+(a^2-a)y^2$;

(10) $6x^2-7xy-3y^2-x+7y-2$.

【解】(1) 原式 $=5(x-y)^7(x-y-2)$;

(2) 原式 $=(m-n)x^2+(m-n)x+(m-n)$

$=(m-n)(x^2+x+1)$;

(3) 原式 $=(a-5b)^2-(a-5b)=(a-5b)(a-5b-1)$;

(4) 原式 $=x^3+3x^2+3x+1-8=(x+1)^3-2^3$

$=(x-1)(x^2+4x+7)$;

(5) 原式 $=x^4+4x^2+4-4x^2=(x^2+2)^2-(2x)^2$

$=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$;

(6) 原式 $=(a^2-b^2)^2-(2a^2+2b^2)c^2+c^4$

$=(a^2-b^2)^2-[(a+b)^2+(a-b)^2]c^2+c^4$

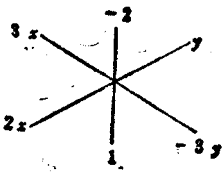
$=[(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]$

$=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$;

(7) 原式 $=xy(x^3+x^2y-xy^2-y^3)$

$=xy(x^2-y^2)(x+y)$

$=xy(x-y)(x+y)^2$;




(8) 原式 $=(x-2\sqrt{2})^2-4$

$=(x+2-2\sqrt{2})(x-2-2\sqrt{2})$;

(9) 原式 $=(a-1)(a-2)x^2+(2a^2-4a+1)xy$

$$+a(a-1)y^2$$

$$=[(a-1)x+ay][(a-2)x+(a-1)y];$$

(10) 利用三叉相乘法(见 4 页示意图)得：

原式 $=(3x+y-2)(2x-3y+1)$.

5．计算：

(1) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}-(3.142)^0-\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$;

(2) $\left[a^{\frac{3}{2}}\cdot(b^2)^{-1}\cdot(a\cdot b^{-8})^{\frac{1}{2}}\cdot\ (b^{\frac{1}{2}})^7\right]^{\frac{1}{3}}$;

(3) $3\ +\lg1.25-\lg2.28+\frac{1}{2}\lg8.1225-6\lg5$;

(4) $\log_{2\sqrt{2}}32\sqrt[5]{4}-100^{1-\lg\frac{5}{2}}$;

(5) $\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^{\log_{\sqrt{2}}3-1}}+\log_{\frac{1}{8}}81\times\log_9 2\sqrt{2}+$

$+\left(\frac{1}{2}\ \log_{\sqrt{2}}7\right)^{\log_{\sqrt{2}}1}$;

(6) $\lg\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$.

**【解】**

(1) 原式 $=\frac{3}{2}+100-1-\frac{3}{2}=99$;

(2) 原式 $=[a^2\cdot b^0]^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$;

(3) 原式 $=\lg\frac{10^3\times1.25\times\sqrt{8.1225}}{2.28\times5^6}=\lg\frac{5^3\times2850}{228\times5^6}$

$$=\lg\frac{1}{10}=-1;$$

(4) 原式 $=\log_{\sqrt{8}}\sqrt[5]{8^9}-100\div100^{\lg\frac{5}{2}}$

$=\log_{\sqrt{8}}(\sqrt{8})^{\frac{18}{5}}\quad-16$

$=\frac{18}{5}-16=-12\frac{2}{5}$;

(5) 原式 $=\sqrt{(\sqrt{2})^{-6(\log_{\sqrt{2}}3-1)}}+2\log_{\frac{1}{8}}9\times$

$\times\left(-\frac{1}{2}\right)\log_9\frac{1}{8}+1$

$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^6}+\log_{\frac{1}{8}}8+1=\frac{2\sqrt{2}}{27}$;

(6) 原式 $=\lg\left[\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2\right]^{\frac{5}{2}}$

$=\frac{5}{2}\lg10=\frac{5}{2}$.

6. 求证：数码和小于10的两位数与11的积，等于在个位数码与十位数码之间添写这两数码之和所得的数.

【证明】 设两位数的十位数码为$a$，个位数码为$b$，且$a+b<10$，则该两位数可写成$10a+b$.

于是$11(10a+b)=(10+1)(10a+b)$

$=100a+10(a+b)+b$.

所以，积的首位数码是$a$，个位数码是$b$，而中间数码是和 $(a+b)$，命题得证.

【注】 在研究整数性质时，应熟悉它的表示法，如题中的两位数应写成$10a+b$，不能写成$ab$. 一般地，各位数码依次为$a_1$、$a_2$、$a_3$、…、$a_n$的$n$位整数应写成：$a_1\cdot10^{n-1}+a_2\cdot10^{n-2}+$

$a_3 \cdot 10^{n-3} + \cdots + a_{n-1} \cdot 10 + a_n$.

7．已知：$a=169$，$b=961$，求下式的值：

$$\left[\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}+1}{b^{-1}-1}-\frac{a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{1}{2}}}{b-1}\right]\div\frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}-1}.$$

【解】 ∵ 原式$=\dfrac{(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)+(a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{1}{2}})}{1-b}\times\dfrac{b-b^{\frac{1}{2}}}{b}$

$$=\frac{b(b-1)(1+a^{\frac{1}{2}})}{b(1-b)}=-(1+a^{\frac{1}{2}}),$$

而 $a=169$,

∴ 原式$=-(1+169^{\frac{1}{2}})=-14$.

8．在多项式$f(u)=u^3+2u^2-3u+5$作代换$u=x+2y-z$后，求$x^2$的系数.

【解】 ∵ $u^3=[x+(2y-z)]^3=x^3+3(2y-z)x^2+\cdots$,

$2u^2=2[x+(2y-z)]^2=2x^2+\cdots$

∴ 所求$x^2$的系数是：$6y-3z+2$.

9.已知实数$x$、$y$、$z$满足：$\dfrac{1}{2}\left|x-y\right|+\sqrt{2y+z}+z^2-z+\dfrac{1}{4}=0$，求$(y+z)^x$的值.

【解】 ∵ 题给等式化为：

$$\frac{1}{2}\left|x-y\right|+\sqrt{2y+z}+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=0,$$

只有：$\begin{cases} x-y=0, \\ 2y+z=0, \\ z-\dfrac{1}{2}=0. \end{cases}$

解得：$x=y=-\dfrac{1}{4}$，$z=\dfrac{1}{2}$，

$$\therefore\quad (y+z)^x=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{4}}=\sqrt{2}.$$

10．已知实系数多项式$x^4+ax^3-3x^2+x+b$被$x^2+1$除余1，求$a$，$b$的值．

【解】 设商式为$Q(x)$，依题意有：

$$x^4+ax^3-3x^2+x+b-1=(x^2+1)\cdot Q(x). \tag{1}$$

上式左边是四次多项式，所以$Q(x)$是二次多项式，观察最高项系数及常数项，可设：

$$Q(x)=x^2+mx+(b-1),$$

$$\therefore\quad (x^2+1)\cdot Q(x)=x^4+mx^3+bx^2+mx+(b-1). \tag{2}$$

比较(1)、(2)二式系数得：

$$\begin{cases}a=m,\\-3=b,\\1=m.\end{cases}$$

$\therefore\quad a=1$，$b=-3$．

11．已知$a:b=c:d$，求证：

$$(a^2+c^2):(a^2-c^2)=(ab+cd):(ab-cd).$$

【证明】 设$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=k$，

则 $a=bk$，$c=dk$，

于是 $\dfrac{a^2+c^2}{a^2-c^2}=\dfrac{(b^2+d^2)k^2}{(b^2-d^2)k^2}=\dfrac{b^2+d^2}{b^2-d^2}$，

$$\frac{ab+cd}{ab-cd}=\frac{(b^2+d^2)k}{(b^2-d^2)k}=\frac{b^2+d^2}{b^2-d^2},$$

$\therefore\quad (a^2+c^2):(a^2-c^2)=(ab+cd):(ab-cd)$.

12. 已知$x+\dfrac{1}{x}=a$，$a\geqslant 2$，求下列式子的值：

(1) $x^4+\dfrac{1}{x^4}$；　　(2) $x^4-\dfrac{1}{x^4}$.

**【解】** (1)
$$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^4-4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2$$
$$=a^4-4a^2+2.$$

(2)
$$x^4-\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$$
$$=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$$
$$=a\left(a^2-2\right)\left(\pm\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}\right)$$
$$=\pm a\left(a^2-2\right)\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4}$$
$$=\pm a(a^2-2)\sqrt{a^2-4}.$$

13. 已知$x\in R$，化简：$\dfrac{1-x-x^2+x^3}{1-2|x|+x^2}$.

**【解】** 原式$=\dfrac{(1-x)^2(1+x)}{1-2|x|+x^2}$

$$=\begin{cases}1+x, & (x\geqslant 0\text{且}x\neq 1);\\ \dfrac{(1-x)^2}{1+x}, & (x<0\text{且}x\neq -1).\end{cases}$$

14．证明：

$$\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2}+\frac{b^2-(c-a)^2}{(b+a)^2-c^2}+\frac{c^2-(a-b)^2}{(c+b)^2-a^2}=1.$$

【证明】 原式左边 $=\dfrac{(a-b+c)(a+b-c)}{(a+c-b)(a+c+b)}+$

$$+\frac{(b-c+a)(b+c-a)}{(b+a-c)(b+a+c)}+\frac{(c-a+b)(c+a-b)}{(c+b-a)(c+b+a)}$$

$=\dfrac{a+b-c}{a+b+c}+\dfrac{b+c-a}{a+b+c}+\dfrac{c+a-b}{a+b+c}=1=$原式右边。

∴ 原等式成立．

15．求证：

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)}+\frac{c-a}{(b-c)(b-a)}+\frac{a-b}{(c-a)(c-b)}$$

$$=\frac{2}{a-b}+\frac{2}{b-c}+\frac{2}{c-a}.$$

【证明】 ∵ $\dfrac{b-c}{(a-b)(a-c)}=\dfrac{1}{a-b}-\dfrac{1}{a-c}$

$$=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c-a},$$

同理 $\dfrac{c-a}{(b-c)(b-a)}=\dfrac{1}{b-c}+\dfrac{1}{a-b},$

$$\frac{a-b}{(c-a)(c-b)}=\frac{1}{c-a}+\frac{1}{b-c},$$