高等院校物理学习辅导丛书
Exercise Series in Physics for Higher Education

大学物理学习辅导

西安通信学院物理教研室　编

清华大学出版社

高等院校物理学习辅导丛书
Exercise Series in Physics for Higher Education

大学物理学习辅导

西安通信学院物理教研室　编

主　　编：朱　峰
组　　长：官亦兵
编写成员：肖胜利　路铁牛　郑好望　任文辉

清华大学出版社
北京

内容简介

本书是根据教育部“高等学校非物理专业物理课程教学基本要求”编写的.它以西安通信学院物理教研室编写的主教材《大学物理》为蓝本，按主教材各章顺序编排.全书共13章，内容包括力学、热学、电磁学、振动和波、波动光学、狭义相对论和量子物理基础.每章分为基本要求、基本内容、典型例题、习题精解等四个模块.书中还包括六套阶段自我检测题和两套综合自我检测题，书后附有自我检测题答案.本书旨在帮助学生深入理解物理概念，用活所学知识，熟练掌握大学物理课程的基本理论、重点及解题的方法和技巧，全面提高学习成绩.

本书适合作为普通高等学校和高职类院校理工科学生学习大学物理的辅导用书，也可作为教师参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习辅导/西安通信学院物理教研室编.—北京：清华大学出版社，2004.8
(高等院校物理学习辅导丛书)
ISBN 7-302-08816-0

Ⅰ.大…　Ⅱ.西…　Ⅲ.物理学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 055491 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
责任编辑：朱红莲
印 刷 者：北京市人民文学印刷厂
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　本：185×260　**印张**：13.5　**字数**：310 千字
版　次：2004 年 8 月第 1 版　2004 年 8 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-08816-0/O・365
印　数：1～3000
定　价：18.00 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：(010)62770175-3103 或(010)62795704

前言

FOREWORD

大学物理是高等学校学生的一门重要基础课.为了帮助学生学好大学物理课程的基本理论和解题方法,我们以西安通信学院物理教研室编的教材《大学物理》为蓝本,结合长期教学研究和教学改革的实践经验编写了这本学生辅导用书.本书也可供教师参考.

本书与主教材同步配套,按主教材各章顺序编排,难易适度,知识点覆盖全面;注意对学生综合、类比、联想能力的培养,启发学生多角度开放式思维,注重对学生进行关于物理学中科学思维方法的训练,而这种科学思维方法的训练,是学习自然科学必不可少的.

全书共13章,每章分为基本要求、基本内容、典型例题、习题精解四个模块,另外还编写了六套阶段自我检测题和两套综合自我检测题,书后附有自我检测题答案.基本要求指出了本章的知识点,有利于学生在学习中分清主次,抓住要点;基本内容指出了本章的基本概念、规律和方法;典型例题列举了本章经典的各类型习题,加深学生对基本概念和原理的理解,掌握常规各类型习题的解题方法;习题精解有利于学生灵活应用概念,提高分析问题和解决问题的能力;阶段自我检测题和综合自我检测题有利于培养学生的自学能力,检验前一段学习成果,进一步加深对知识点的理解和掌握,全面提高学习成绩.

本书1～3章由肖胜利执笔,路铁牛审阅;4～5章由郑好望执笔,朱峰审阅;6～8章由朱峰执笔,任文辉审阅;9～10章由路铁牛执笔,肖胜利审阅;11章由任文辉执笔,郑好望审阅;12章由路铁牛执笔,肖胜利审阅;13章由肖胜利执笔,路铁牛审阅;综合检测题和附录由朱峰执笔.全书由朱峰

统稿.

清华大学出版社、西安通信学院、西安工程科技学院、西安工业学院和西安通信学院物理教研室对本书的编写和出版给予了大力支持和帮助,编者在此表示衷心感谢.

由于编者水平有限,书中难免有不恰当之处,请读者不吝指正.

编 者

2004 年 7 月

目录

CONTENTS

第1章

质点运动学

一、基本要求

1. 掌握描述质点运动的4个物理量，深刻理解这4个物理量的矢量性和瞬时性，并了解它们的相对性.

2. 理解运动方程的物理意义，掌握应用运动方程确定质点的位置矢量、位移、速度和加速度的方法，及已知质点的加速度和初始条件求速度、位置矢量的方法.

3. 对平面运动中圆周运动的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度能进行简单的计算.

二、基本内容

1. 描写质点运动的4个物理量

位置矢量：描述质点在空间的位置情况.

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

位移：描述质点位置的改变情况.

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

速度：描述质点位置变动的快慢和方向.

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\boldsymbol{r}} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

加速度：描述质点速度的变化情况.

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

上述 4 个物理量均具有矢量性、瞬时性和相对性.

2. 圆周运动的速度和加速度

(1) 线量描述

线速度 $\boldsymbol{v}$：方向沿切向，大小为其运动的速率，即 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.

切向加速度 $\boldsymbol{a}_\tau$：方向沿切向（当 $a_\tau>0$，$\boldsymbol{a}_\tau$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向，加速；当 $a_\tau<0$，$\boldsymbol{a}_\tau$ 与 $\boldsymbol{v}$ 反向，减速），大小为 $a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$：方向指向圆心，大小为 $a_n=\frac{v^2}{R}$.

线加速度 $\boldsymbol{a}$：方向指向轨迹凹的一侧.

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n,\quad a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2},\quad \tan(\boldsymbol{a},\boldsymbol{v})=\frac{a_n}{a_\tau}$$

(2) 角量描述

角位置：$\theta(t)$

角速度：$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\dot{\theta}$

角加速度：$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=\ddot{\theta}$

(3) 线量与角量的关系

$$s=R\theta,\quad v=R\omega,\quad a_\tau=R\beta,\quad a_n=R\omega^2$$

三、典型例题

本章的典型例题为运动学的两类问题，一类为已知质点的运动方程，根据速度和加速度的定义，利用求导的方法求出质点在任意时刻的速度和加速度；另一类为已知质点运动的加速度（或者速度）及初始条件，利用求积分的方法求出质点在任意时刻的速度和位置. 这两类问题互为逆运算.

例 1-1 已知某质点在 $t=0$ 时刻位于 $\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$(m) 点处，且以初速 $\boldsymbol{v}_0=0$，加速度 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$($\mathrm{m\cdot s^{-2}}$) 运动. 试求：(1)质点在任意时刻的速度；(2)质点的运动方程.

解 (1)由题意可知

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\quad 即\quad \mathrm{d}\boldsymbol{v}=(3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

对其两边取积分有

$$\int_{\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{v}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t(3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

所以质点在任意时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=3t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}$$

（2）由 $\boldsymbol{v}=3t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=3t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}\quad 即\quad \mathrm{d}\boldsymbol{r}=(3t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

对其两边取积分有

$$\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(3t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t\quad 即\quad \boldsymbol{r}=\frac{3}{2}t^2\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{r}_0$$

所以代入 $\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$ 可得质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=\left(\frac{3}{2}t^2+2\right)\boldsymbol{i}+(2t^2+3)\boldsymbol{j}$$

例 1-2　已知某质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=(2t)\boldsymbol{i}+(3t^2+4)\boldsymbol{j}$(m)，试求：(1) $t=1$s 时切向加速度和法向加速度的大小；(2) $t=1$s 时的曲率半径.

解　(1) 因为 $\boldsymbol{r}=(2t)\boldsymbol{i}+(3t^2+4)\boldsymbol{j}$

所以质点在任意时刻的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+6t\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=6\boldsymbol{j}$$

故质点在任意时刻速度的大小即速率为

$$v=\sqrt{2^2+(6t)^2}=2\sqrt{1+9t^2}$$

于是质点在任意时刻切向加速度的大小为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(2\sqrt{1+9t^2})=\frac{18t}{\sqrt{1+9t^2}}$$

由此可知，质点在 $t=1$s 时切向加速度的大小为

$$a_\tau=\frac{18}{\sqrt{1+9}}=5.69(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

质点在 $t=1$s 时法向加速度的大小为

$$a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=\sqrt{6^2-(5.69)^2}=1.91(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

（2）因为质点在 $t=1$s 时速度的大小为

$$v=2\sqrt{1+9\times1^2}=2\sqrt{10}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

所以 $t=1$s 时的曲率半径为

$$R=\frac{v^2}{a_n}=\frac{40}{1.91}=21(\mathrm{m})$$

四、习题精解

1-1　某质点的速度为 $\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{i}-8t\boldsymbol{j}$，已知 $t=0$ 时它过点 $(3,-7)$，则该质点的运动方程

为(　).

A. $2t\boldsymbol{i}-4t^2\boldsymbol{j}$　　B. $(2t+3)\boldsymbol{i}-(4t^2+7)\boldsymbol{j}$　　C. $-8\boldsymbol{j}$　　D. 不能确定

解　本题答案为 B.

因为
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$
所以
$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=(2\boldsymbol{i}-8t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$
于是有
$$\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t(2\boldsymbol{i}-8t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$
即
$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0=2t\boldsymbol{i}-4t^2\boldsymbol{j}$$
亦即
$$\boldsymbol{r}-(3\boldsymbol{i}-7\boldsymbol{j})=2t\boldsymbol{i}-4t^2\boldsymbol{j}$$
故
$$\boldsymbol{r}=(2t+3)\boldsymbol{i}-(4t^2+7)\boldsymbol{j}$$

1-2　一质点在平面上作曲线运动，t_1 时刻位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1=-2\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$，$t_2$ 时刻的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2=2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，求：(1) 在 $\Delta t=t_2-t_1$ 时间内质点的位移矢量式；(2)该段时间内位移的大小和方向；(3)在坐标图上画出 $\boldsymbol{r}_1$，$\boldsymbol{r}_2$ 及 $\Delta\boldsymbol{r}$.(题中 r 以 m 计，t 以 s 计)

解　(1) 在 $\Delta t=t_2-t_1$ 时间内质点的位移矢量式为
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})(\mathrm{m})$$

(2) 该段时间内位移的大小为
$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{4^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}(\mathrm{m})$$
该段时间内位移的方向与 x 轴的夹角为
$$\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{-2}{4}\right)=-26.6^\circ$$

(3) 坐标图上的表示如图 1.1 所示.

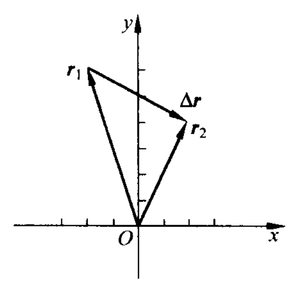

图　1.1

1-3　某质点作直线运动，其运动方程为 $x=1+4t-t^2$，其中 x 以 m 计，t 以 s 计. 求：(1)第 3s 末质点的位置；(2)头 3s 内的位移大小；(3)头 3s 内经过的路程.

解　(1) 第 3s 末质点的位置为
$$x(3)=1+4\times3-3^2=4(\mathrm{m})$$

(2) 头 3s 内的位移大小为
$$x(3)-x(0)=3(\mathrm{m})$$

(3) 因为质点做反向运动时有 $v(t)=0$，所以令 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$，即 $4-2t=0$，$t=2\mathrm{s}$，因此头 3s 内经过的路程为
$$|x(3)-x(2)|+|x(2)-x(0)|=|4-5|+|5-1|=5\ (\mathrm{m})$$

1-4　已知某质点的运动方程为 $x=2t$，$y=2-t^2$，式中 t 以 s 计，x 和 y 以 m 计.(1)计算并图示质点的运动轨迹；(2)求出 $t=1\mathrm{s}$ 到 $t=2\mathrm{s}$ 这段时间内质点的平均速度；(3) 计

算 1s 末和 2s 末质点的速度；(4)计算 1s 末和 2s 末质点的加速度.

解　(1) 由质点运动的参数方程 $x=2t, y=2-t^2$ 消去时间参数 t 得质点的运动轨迹为

$$y = 2 - \frac{x^2}{4} \quad (x > 0)$$

运动轨迹如图 1.2.

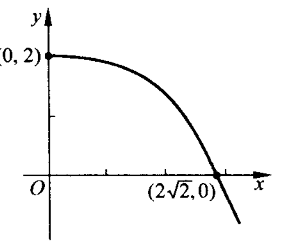

图　1.2

(2) 根据题意可得质点的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = (2t)\boldsymbol{i} + (2-t^2)\boldsymbol{j}$$

所以 $t=1$s 到 $t=2$s 这段时间内质点的平均速度为

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(2)-\boldsymbol{r}(1)}{2-1} = 2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

(3) 由位置矢量求导可得质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}} = 2\boldsymbol{i} - (2t)\boldsymbol{j}$$

所以 1s 末和 2s 末质点的速度分别为

$$\boldsymbol{v}(1) = 2\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}}) \quad 和 \quad \boldsymbol{v}(2) = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

(4) 由速度求导可得质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = -2\boldsymbol{j}$$

所以 1s 末和 2s 末质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}(1) = \boldsymbol{a}(2) = -2\boldsymbol{j}(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

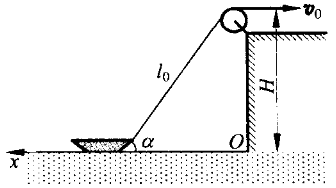

图　1.3

1-5　湖中有一小船，岸边有人用绳子跨过离河面高 H 的滑轮拉船靠岸，如图 1.3 所示. 设绳子的原长为 l_0，人以匀速 $\boldsymbol{v}_0$ 拉绳，试描述小船的运动.

解　建立坐标系如图 1.3 所示. 按题意，初始时刻 ($t=0$)，滑轮至小船的绳长为 l_0，在此后某时刻 t，绳长减小到 l_0-v_0t，此时刻船的位置为

$$x = \sqrt{(l_0 - v_0 t)^2 - H^2}$$

这就是小船的运动方程，将其对时间求导可得小船的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\frac{(l_0 - v_0 t)v_0}{\sqrt{(l_0 - v_0 t)^2 - H_2}} = -\frac{v_0}{\cos\alpha}$$

将其对时间再求导可得小船的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_0^2 H^2}{\sqrt{[(l_0 - v_0 t)^2 - H^2]^3}} = -\frac{v_0^2 H^2}{x^3}$$

其中负号说明了小船沿 x 轴的负向(即向岸靠拢的方向)做变加速直线运动，离岸越近(x 越小)，加速度的绝对值越大.

1-6 大马哈鱼总是逆流而上，游到乌苏里江上游去产卵，游程中有时要跃上瀑布.这种鱼跃出水面的速度可达 32km·h^{-1}.它最高可跃上多高的瀑布？和人的跳高记录相比如何？

解 鱼跃出水面的速度为 $v=32\text{km}\cdot\text{h}^{-1}=8.89\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，若竖直跃出水面，则跃出的高度

$$h=\frac{v^2}{2g}=4.03(\text{m})$$

此高度和人的跳高记录相比较，差不多是人所跳高度的两倍.

1-7 一人站在山坡上，山坡与水平面成 α 角，他扔出一个初速为 $\boldsymbol{v}_0$ 的小石子，$\boldsymbol{v}_0$ 与水平面成 θ 角，如图 1.4所示.(1)若忽略空气阻力，试证小石子落到了山坡上距离抛出点为 S 处，有 $S=\dfrac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$.(2)由此证明对于给定的 $\boldsymbol{v}_0$ 和 α 值时，S 在 $\theta=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}$ 时有最大值 $S_{\max}=\dfrac{v_0^2(\sin\alpha+1)}{g\cos^2\alpha}$.

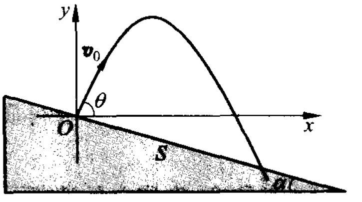

图 1.4

解 (1) 建立如图 1.4 所示的坐标系，则小石子的运动方程为

$$\begin{cases}x=(v_0\cos\theta)t\\ y=(v_0\sin\theta)t-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

当小石子落在山坡上时，有

$$\begin{cases}x=S\cos\alpha\\ y=-S\sin\alpha\end{cases}$$

联立以上四个方程，求解可得小石子在空中飞行的时间(即从抛出到落在山坡上时所经历的时间)t 所满足的方程为

$$t^2-\frac{2v_0}{g}(\sin\theta+\tan\alpha\cos\theta)t=0$$

解之得

$$t=\frac{2v_0}{g}(\sin\theta+\tan\alpha\cos\theta)$$

但 $t=0$ 是不可能的，因 $t=0$ 时小石子刚刚抛出.所以小石子落在山坡上的距离为

$$S=\frac{x}{\cos\alpha}=\frac{(v_0\cos\theta)t}{\cos\alpha}=\frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos^2\alpha}$$

(2) 给定 $\boldsymbol{v}_0$ 和 α 值时，有 $S=S(\theta)$，求 S 的最大值，可令 $\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\theta}=0$，即

$$\frac{2v_0^2\cos(2\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}=0$$

亦即
$$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}$$

此时$\frac{d^2S}{d\theta^2}<0$,所以 S 有最大值,且最大值为

$$S_{max}=\frac{v_0^2(\sin\alpha+1)}{g\cos^2\alpha}$$

1-8　一人扔石子的最大出手速度为 $v_0=25\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 他能击中一个与他的手水平距离为 $L=50\mathrm{m}$,高为 $h=13\mathrm{m}$ 处的目标吗？在这个距离上他能击中的最大高度是多少？

解　设抛射角为 θ，则已知条件如图 1.5 所示，于是石子的运动方程为

$$\begin{cases}x=(v_0\cos\theta)t\\ y=(v_0\sin\theta)t-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

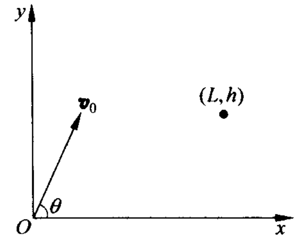

图 1.5

可得石子的轨迹方程为

$$y=x\tan\theta-\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

假若石子在给定距离上能够击中目标,可令 $x=L$

此时有

$$y=L\tan\theta-\frac{gL^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$$

即

$$y=-\frac{gL^2}{2v_0^2}\tan^2\theta+L\tan\theta-\frac{gL^2}{2v_0^2}$$

以 $\tan\theta$ 为函数,令$\frac{dy}{d(\tan\theta)}=0$,有 $\tan\theta=\frac{v_0^2}{gL}$,此时$\frac{d^2y}{d(\tan\theta)^2}<0$,即在给定已知条件及给定距离上能够击中目标的最大高度为 $y_{max}=12.3\mathrm{m}$,故在给定距离上他不能击中 $h=13\mathrm{m}$ 高度处的目标.

1-9　如果把两个物体 A 和 B 分别以初速度$\boldsymbol{v}_{0A}$和$\boldsymbol{v}_{0B}$抛出去. $\boldsymbol{v}_{0A}$与水平面的夹角为 α，$\boldsymbol{v}_{0B}$与水平面的夹角为 β,试证明在任意时刻物体 B 相对于物体 A 的速度为常矢量.

解　两物体在忽略风力的影响之后,将在一竖直面内做上抛运动,如图 1.6 所示.则两个物体的速度分别为

$$\boldsymbol{v}_A=(v_{0A}\cos\alpha)\boldsymbol{i}+(v_{0A}\sin\alpha-gt)\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{v}_B=(v_{0B}\cos\beta)\boldsymbol{i}+(v_{0B}\sin\beta-gt)\boldsymbol{j}$$

所以在任意时刻物体 B 相对于物体 A 的速度为

$$\boldsymbol{v}_{B} - \boldsymbol{v}_{A} = (v_{0B}\cos\beta - v_{0A}\cos\alpha)\boldsymbol{i} + (v_{0B}\sin\beta - v_{0A}\sin\alpha)\boldsymbol{j}$$

它是与时间无关的常矢量.

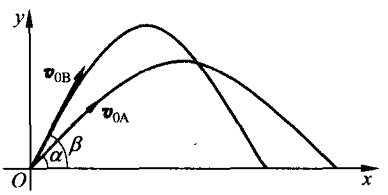

图 1.6

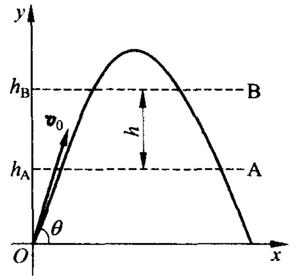

图 1.7

1-10 如果已测得上抛物体两次从两个方向经过两个给定点的时间,即可测出该处的重力加速度.若物体沿两个方向经过水平线 A 的时间间隔为 Δt_A,而沿两个方向经过水平线 A 上方 h 处的另一水平线 B 的时间间隔为 Δt_B,设在物体运动的范围内重力加速度为常量,试求该重力加速度的大小.

解 设抛出物体的初速度为$\boldsymbol{v}_0$,抛射角为 θ,建立如图 1.7 所示的坐标系,则

$$\begin{cases} h_A = (\boldsymbol{v}_0\sin\theta)t_A - \dfrac{1}{2}gt_A^2 \\ h_B = (\boldsymbol{v}_0\sin\theta)t_B - \dfrac{1}{2}gt_B^2 \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} t_A^2 - \dfrac{2v_0\sin\theta}{g}t_A + \dfrac{2h_A}{g} = 0 \\ t_B^2 - \dfrac{2v_0\sin\theta}{g}t_B + \dfrac{2h_B}{g} = 0 \end{cases}$$

于是有

$$\begin{cases} \Delta t_A = \sqrt{(t_{A1}+t_{A2})^2 - 4t_{A1}t_{A2}} = \sqrt{\dfrac{4v_0^2\sin^2\theta}{g^2} - \dfrac{8h_A}{g}} \\ \Delta t_B = \sqrt{(t_{B1}+t_{B2})^2 - 4t_{B1}t_{B2}} = \sqrt{\dfrac{4v_0^2\sin^2\theta}{g^2} - \dfrac{8h_B}{g}} \end{cases}$$

此二式平方相减可得

$$g = \frac{8(h_B - h_A)}{\Delta t_A^2 - \Delta t_B^2} = \frac{8h}{\Delta t_A^2 - \Delta t_B^2}$$

注意此方法也是实验测量重力加速度的一种方法.

1-11 以初速 v_0 将一物体斜向上抛,抛射角为 θ,不计空气阻力,则物体在轨道最高

点处的曲率半径为(　).

A. $\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$　　B. $\dfrac{g}{v_0^2}$　　C. $\dfrac{v_0^2\cos^2\theta}{g}$　　D. 不能确定

解　本题正确答案为 C.

因以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 将一物体斜向上抛,抛射角为 θ,不计空气阻力时,物体在轨道最高点处的速率为 $v=v_0\cos\theta$,而此时物体仅有法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$,且 $a_n=g=\dfrac{v^2}{R}$,所以物体在轨道最高点处的曲率半径为 $R=\dfrac{v^2}{g}=\dfrac{v_0^2\cos^2\theta}{g}$.

1-12　一质点从静止出发沿半径为 $R=1\text{m}$ 的圆周运动,其角加速度随时间的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$(SI),试求该质点的角速度 ω 和切向加速度 a_τ.

解　因为
$$\beta=12t^2-6t$$
所以
$$\mathrm{d}\omega=(12t^2-6t)\mathrm{d}t$$
于是有
$$\int_0^\omega \mathrm{d}\omega=\int_0^t(12t^2-6t)\mathrm{d}t$$
故质点的角速度为
$$\omega=4t^3-3t^2$$
切向加速度为
$$a_\tau=R\beta=12t^2-6t$$

1-13　一质点做圆周运动的方程为 $\theta=2t-4t^2$(θ 以 rad 计,t 以 s 计).在 $t=0$ 时开始逆时针旋转,问:(1) $t=0.5\text{s}$ 时,质点以什么方向转动;(2)质点转动方向改变的瞬间,它的角位置 θ 等于多大?

解　(1) 因质点做圆运动角速度方向改变瞬时,
$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=0\quad 即\quad 2-8t=0,\ t=0.25\text{s}$$
所以 $t=0.5\text{s}$ 时,质点将开始以顺时针方向转动.

(2) 质点转动方向改变的瞬间,它的角位置为
$$\theta(0.25)=2\times0.25-4\times(0.25)^2=0.25(\text{rad})$$

1-14　质点从静止出发沿半径 $R=3\text{m}$ 的圆周作匀变速运动,切向加速度 $a_\tau=3\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.问:(1)经过多少时间后质点的总加速度恰好与半径成 45°角?(2)在上述时间内,质点所经历的角位移和路程各为多少?

解　因为 $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3$

所以
$$\mathrm{d}v=3\mathrm{d}t\quad 即\quad \int_0^v\mathrm{d}v=\int_0^t3\mathrm{d}t$$
故质点做圆周运动的瞬时速率为 $v=3t$.

质点的法向加速度的大小为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(3t)^2}{3} = 3t^2$$

其方向恒指向圆心.于是总加速度为

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau = (3t^2)\boldsymbol{n} + 3\boldsymbol{\tau}$$

其中 $\boldsymbol{n}$ 为沿半径指向圆心的单位矢量，$\boldsymbol{\tau}$ 为切向单位矢量.

(1) 设总加速度 $\boldsymbol{a}$ 与半径的夹角为 α，如图 1.8 所示，则

$$a\sin\alpha = a_\tau, \quad a\cos\alpha = a_n$$

当 $\alpha=45°$ 时有 $a_n=a_\tau$，即 $3t^2=3$，$t=1$(负根舍去)，所以 $t=1\text{s}$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与半径成 45°角.

(2) 因为 $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v=3t$，所以 $\int_0^s \mathrm{d}s = \int_0^1 (3t)\mathrm{d}t$

故在这段时间内质点所经过的路程为 $s=1.5\text{m}$，角位移为 $\Delta\theta=\frac{s}{R}=\frac{1.5}{3}=0.5(\text{rad})$.

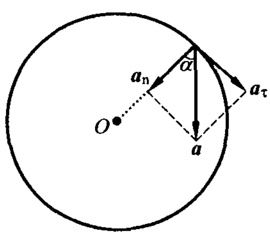

图 1.8

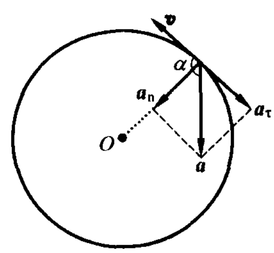

图 1.9

1-15 汽车在半径为 $R=400\text{m}$ 的圆弧弯道上减速行驶.设某一时刻，汽车的速率为 $v=10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，切向加速度的大小为 $a_\tau=0.2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.求汽车的法向加速度和总加速度的大小和方向.

解 已知条件如图 1.9 所示.汽车的法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{400} = 0.25(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

汽车的总加速度为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(0.25)^2 + (0.2)^2} = 0.32(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

所以 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau=0.25\boldsymbol{n}+(-0.2)\boldsymbol{\tau}(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$，故加速度 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的夹角为

$$\alpha = 180° - \arctan\left(\frac{\boldsymbol{a}_n}{\boldsymbol{a}_\tau}\right) = 180° - \arctan\left(\frac{0.25}{0.2}\right) = 128°40'$$