全国中等农业学校教材

数　学

湖南省长沙农业学校主编

农学、园艺、畜牧兽医等专业用

农　业　出　版　社

全国中等农业学校教材

数　　学

湖南省长沙农业学校主编

农学、园艺、畜牧兽医等专业用

农　业　出　版　社

主　编　张秋墀　湖南省长沙农业学校
副主编　徐广久　江苏省苏州农业学校
编写者　刘　荣　陕西省汉中农业学校
　　　　陈宝庆　浙江省台州农业学校
审定者　马福贤　黑龙江省牡丹江农业学校
　　　　刘毅生　四川省温江农业学校
　　　　邢　访　上海农业学校
　　　　郑建民　湖南省零陵农业学校
　　　　姚京生　山东省烟台地区农业学校
　　　　徐国苏　贵州省黔东南农业学校

全国中等农业学校教材
数　　学
湖南省长沙农业学校主编
・　・　・
责任编辑　李耀辉

农业出版社出版（北京朝阳区枣营路）
新华书店北京发行所发行　农业出版社印刷厂印刷

787×1092mm 32 开本　17 印张　347 千字
1989年 9 月第 1 版　1989年 9 月北京第 1 次印刷
印数　1—22,000册　定价 3.00 元
ISBN 7-109-00596-8/O・21

前　言

本书是根据农牧渔业部教育司关于制定和修订农业中专教学计划的原则意见和“农业中专数学教材研讨会”后所制订的“全国中等农业学校数学教学大纲”而编写的；同时，在部教育司“关于制定教学大纲和编写教材的指导思想、原则和基本要求”的文件下达后，又进一步作了局部的调整与修改。

本书适用于招收初中毕业生的农学、园艺、畜牧兽医等专业；也可供农业技术学校作为数学教学用书。教学时数为200学时。

为了适应农业中专有关专业教学的实际需要，充分体现农业中专的针对性、实践性、应用性强的特点和农村劳动致富的要求，本书在内容的选择上，从讲求实效出发，力求尽可能地使之有利于理论联系实际、学以致用、智力开发和技能培养，以便通过学习，把所学到的数学知识转化为解决专业实际问题的有用工具。为此，我们从代数、三角、解析几何、微积分、概率、线性代数、线性规划和优选法等课程中，筛选出较基本的实用性较强的内容，结合专业加工改写，编辑成册，并配有足够的实用性较强的例题与习题。

长沙铁道学院李慰宣副教授审阅了原稿，并提出了极为有益的修改建议，另外还有许多同志对本书提供了不少建设

性意见，对此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，编写时间又仓促，教材中一定有许多不妥之处，望读者批评指正，不胜感谢。

编　者

1986.10.

目　　录

第一章　集合与函数

函数是数学中的一个极其重要的基本概念，是近代数学研究的主要对象。集合又是近代数学中最一般的基本概念。掌握集合与函数的基础知识，对于继续学好数学具有重要意义。本章将简要地介绍集合基础知识，并用它来阐述函数的基本概念。

一、集　　合

1.1　集合

1. 集合　考察下面的例子：

（1）1，2，3，4，5；

（2）和一个角的两边距离相等的所有的点；

（3）所有的直角三角形；

（4）x^2，$3x+2$，$5y^3-x$，x^2+y^2；

（5）某农场所有的拖拉机。

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体组成的。我们说，每一组对象的全体形成一个**集合**（简称集）。集合里的每个对象叫做这个**集合的元素**。例如，（1）是由数1，2，3，4，5组成的集合，其中的对象1，2，3，4，5都是这个集合的元素。

含有有限个元素的集合叫做**有限集**；上面的（1），（4），（5）这三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做**无限集**。上面的（2）、（3）两个集合都是无限集。

对于一个给定的集合，集中的元素是确定的。这就是说，对于任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素。例如，由所有直角三角形组成的集合，内角分别为30°、60°、90°的三角形，是这个集合的元素，而内角分别为50°、60°、70°的三角形，就不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。就是说，在同一个集合里同一个元素不能重复出现。即几个完全相同的对象在一个集合中只能算作一个元素。

2.*集合的表示方法* 常用的集合表示法，有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**。

例如，由数1，3，5，7，9组成的集合，可以表示为

$$\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序，如集合$\{a, b, c, d, e\}$，可以表示为$\{c, d, e, a, b\}$，也可以表示为$\{b, a, e, d, c\}$，等等。

应该注意，a与$\{a\}$是不同的；a表示一个元素，$\{a\}$表示一个集合，这个集合只有一个元素a。只含一个元素的集合叫做**单元素的集合**（简称单元素集）。

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**。这时常常在大括号内先写上这

个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性。例如，由抛物线 $y=x^2$ 上所有点的坐标组成的集合，可以表示为

$$\{(x, y) \mid y=x^2\}$$

由不等式 $x-3>2$ 的所有的解组成的集合（即 $x-3>2$ 的解的集），可以表示为

$$\{x \mid x-3>2\}$$

在不引起混淆的情况下，为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分。如所有的直角三角形组成的集合，可以表示为

{直角三角形}

例如，全体惰性气体的集合，用列举法可表示为{氦、氖、氩、氪、氙、氡}，用描述法可表示为{惰性气体}。

集合通常用大写的拉丁字母 A、B、C……等表示，而集合的元素通常用小写的拉丁字母 a、b、c……等表示。如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）。例如 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，那么

$$5 \in A \qquad 4 \notin A$$

全体自然数的集合通常简称**自然数集**，记作 N；

全体整数的集合通常简称**整数集**，记作 Z；

全体有理数的集合通常简称**有理数集**，记作 Q；

全体实数的集合通常简称**实数集**，记作 R。

为了方便起见，有时我们还用 R^+ 表示正实数集，用 R^- 表示负实数集，等等。

例如，集合 $\{x \mid 0<x<2 \ x \in Q\}$ 表示所有大于零而小于

2 的有理数所组成的集合。集合 $\{x|x\leqslant 1000\quad x\in N\}$，表示不大于1000的自然数所组成的集合。

为了方便起见，我们把具有某种特定性质的一切对象所构成的集合，叫做**全集**，用I来表示，而不含任何元素的集合叫做**空集合**，简称**空集**。记作ϕ或$\{\ \}$。例如{小于零的正整数}$=\phi$。

空集ϕ与集合$\{0\}$是两个不同的概念。前者是指不包括任何元素的集合$\{\ \}$；而后者是指由一个元素 0 所组成的单元素集，显然它不是空集。

1.2 集合间的关系与运算

1.集合与集合的关系　常见的有以下几种。

（1）子集　我们知道，任何一个自然数都是一个整数，就是说自然数集N的任何一个元素都是整数集Z的一个元素。同样，自然数集N的任何一个元素都是有理数集Q的一个元素。对于集合间的这种关系，给出如下定义：

设两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么**集合A叫做集合B的子集**，记作

$$A\subseteq B\ （或B\supseteq A）$$

读作“A包含于B”（或“B包含A”）。例如

$$N\subseteq Z\quad N\subseteq Q\quad R\supseteq Z\quad R\supseteq Q$$

当A不是B的子集时，可以记作

$$A\nsubseteq B\ （或B\nsupseteq A）$$

读作“A不包含于B”（或B不包含A）。

对于任何一个集合A，因为它的任何一个元素都属于集合A本身，所以

$$A\subseteq A$$

也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

按规定空集是任何集合的子集。也就是说，对于任何集合A，有$\phi \subseteq A$。

例1 设集合$S=\{0, 1, 2\}$，写出S的所有子集。

解 集合S的所有子集是

ϕ $\{0\}$ $\{1\}$ $\{2\}$ $\{0, 1\}$ $\{0, 2\}$ $\{1, 2\}$ $\{0, 1, 2\}$

（2）真子集、集合的相等 如果集合A是集合B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A叫做**集合B的真子集**，记作$A \subset B$（或$B \supset A$）。当A不是B的真子集时，记作$A \not\subset B$（或$B \not\supset A$）。例如，自然数集N是N的子集，但不是N的真子集；所以$N \subseteq N$，但$N \not\subset N$；N是实数集R的子集，也是R的真子集，所以，$N \subset R$。

显然，空集是任何非空集合的真子集。

集合之间的关系可以用图形表示，称为文氏图。文氏图用平面上的一个区域代表一个集合，如图1—1。集合内的元素以区域内的点表示。集合B与它的真子集A之间的关系如图1—1 d 所示

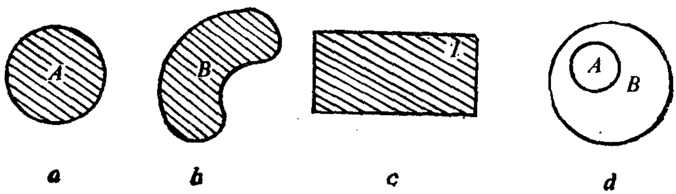

图1—1

对于两个集合A、B，如果$A \subseteq B$，同时$B \subseteq A$，则说**集合A和集合B相等**，并记为

$$A=B$$

读作"A等于B"。

例如，$A=\{x|x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1, -2\}$，则$A=B$。

对于集合A，B，C，如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$。这是因为，设x是集合A的一个任意元素，由于$A\subseteq B$，所以$x\in B$，又由于$B\subseteq C$，所以$x\in C$，从而$A\subseteq C$。

同样，对于集合A，B，C，如果$A\subset B$，$B\subset C$，那么$A\subset C$。

2.集合的运算 集合之间可以运算，这种运算可用文氏图直观解释。

（1）交集 由既属于集合$A=\{a,b,c,d,e\}$，又属于集合$B=\{c,d,e,f\}$的所有元素（即A、B的公共元素）可组成一个集合$C=\{c,d,e\}$。对于这样的集合，有如下定义：

设A和B是两个集合，把既属于A又属于B的所有元素（即A、B的公共元素）组成的集合，叫做**A与B的交集**。记作$A\cap B$(读作"A交B")。即

$$A\cap B=\{x|x\in A\quad 且 x\in B\}$$

如图1—2的阴影部分所示。

上面的集合C就叫做集合A和B的交集。记作$C=A\cap B$。

由交集定义容易推出，对于任何集合A，B，有

$$A\cap A=A\quad A\cap\phi=\phi$$

$$A\cap B=B\cap A$$

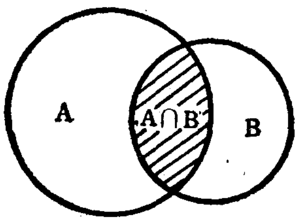

图 1—2

例 2 设$A=\{x|0\leqslant x\leqslant$

2}, $B=\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$，求$A\cap B$。

解 $A\cap B=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}\cap\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$

$=\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$

如图1—3所示。

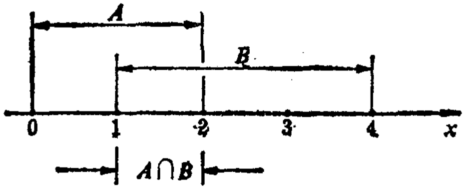

图 1—3

形如$2n$ $(n\in Z)$ 的全体偶数和形如$2n+1(n\in Z)$的全体奇数所成的集合分别叫做偶数集和奇数集。

例3 已知A为奇数集，B为偶数集，Z为整数集，求$A\cap Z$，$B\cap Z$，$A\cap B$。

解 $A\cap Z=\{$奇数$\}\cap\{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$

$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap\{$整数$\}=\{$偶数$\}=B$

$A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\phi$

（2）并集 由集合$A=\{a,b,c,d,e\}$和$B=\{c,b,d,f\}$的元素合并起来（相同元素只取一个）可以组成一个集合$C=\{a,b,c,d,e,f\}$，也就是说集合C是属于A或者属于B的所有元素所组成的，对于这样的集合，有如下的定义：

设A和B是两个集合，把属于A或属于B的所有元素组成的集合，叫做A与B的**并集**，记作$A\cup B$（读作“A并B”），即

$$A\cup B=\{x|x\in A \quad \text{或} x\in B\}$$

如图1—4 a或b的阴影部分所示。