

全国中等农业学校教材

数 学

湖南省长沙农业学校主编

农学、园艺、畜牧兽医等专业用

农 业 出 版 社

全国中等农业学校教材

数 学

湖南省长沙农业学校主编

江苏工业学院图书馆

藏书章

农学、园艺、畜牧兽医等专业用

农业出版社

主 编 张秋墀 湖南省长沙农业学校
副主编 徐广久 江苏省苏州农业学校
编写者 刘 荣 陕西省汉中农业学校
陈宝庆 浙江省台州农业学校
审定者 马福贤 黑龙江省牡丹江农业学校
刘毅生 四川省温江农业学校
邢 访 上海农业学校
郑建民 湖南省零陵农业学校
姚京生 山东省烟台地区农业学校
徐国苏 贵州省黔东南农业学校

全国中等农业学校教材

数 学

湖南省长沙农业学校主编

* * *

责任编辑 李耀辉

农业出版社出版 (北京朝阳区枣营路)

新华书店北京发行所发行 农业出版社印刷厂印刷

787×1092mm 32 开本 17 印张 347 千字

1989年9月第1版 1989年9月北京第1次印刷

印数 1—22,000册 定价 3.00 元

ISBN 7-109-00596-8/O·21

前 言

本书是根据农牧渔业部教育司关于制定和修订农业中专教学计划的原则意见和“农业中专数学教材研讨会”后所制订的“全国中等农业学校数学教学大纲”而编写的；同时，在部教育司“关于制定教学大纲和编写教材的指导思想、原则和基本要求”的文件下达后，又进一步作了局部的调整与修改。

本书适用于招收初中毕业生的农学、园艺、畜牧兽医等专业；也可供农业技术学校作为数学教学用书。教学时数为200学时。

为了适应农业中专有关专业教学的实际需要，充分体现农业中专的针对性、实践性、应用性强的特点和农村劳动致富的要求，本书在内容的选择上，从讲求实效出发，力求尽可能地使之有利于理论联系实际、学以致用、智力开发和技能培养，以便通过学习，把所学到的数学知识转化为解决专业实际问题的有用工具。为此，我们从代数、三角、解析几何、微积分、概率、线性代数、线性规划和优选法等课程中，筛选出较基本的实用性较强的内容，结合专业加工改写，编辑成册，并配有足够的实用性较强的例题与习题。

长沙铁道学院李慰宣副教授审阅了原稿，并提出了极为有益的修改建议，另外还有许多同志对本书提供了不少建设

性意见，对此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，编写时间又仓促，教材中一定有许多不妥之处，望读者批评指正，不胜感谢。

编 者

1986.10.

目 录

前言

第一章 集合与函数	1
一、集合	1
1.1 集合	1
1.2 集合间的关系与运算	4
二、函数	14
1.3 映射	14
三、幂函数、指数函数和对数函数	19
1.4 幂函数	19
1.5 单调函数	24
1.6 奇函数和偶函数	26
1.7 反函数	27
1.8 互为反函数的函数图象间的关系	28
1.9 指数函数	31
1.10 对数函数	33
1.11 对数换底公式	35
习题	37
第二章 三角函数与反三角函数	41
一、任意角的三角函数	41
2.1 角的概念的推广	41
2.2 弧度制	44
2.3 任意角的三角函数	47
2.4 同角三角函数间的关系	53

2.5 诱导式	57
二、三角函数的图象和性质	63
2.6 正弦函数、余弦函数、正切函数的图象和性质	63
三、两角和与差的三角函数	71
2.7 两角和与差的三角函数公式	71
2.8 二倍角的正弦、余弦、正切	76
2.9 半角的正弦、余弦、正切	78
2.10 三角函数的积化和差与和差化积	81
四、反三角函数	89
2.11 反三角函数	89
2.12 基本初等函数与初等函数	94
习题	96
第三章 排列、组合和二项式定理	103
一、排列与组合	103
3.1 两个基本原理	103
3.2 排列	105
3.3 组合	112
二、二项式定理	118
3.4 二项式定理	118
习题	122
第四章 直线与二次曲线	126
一、定比分点	126
4.1 线段的定比分点	126
二、曲线与方程	129
4.2 充要条件	129
4.3 曲线与方程	130
三、直线	134
4.4 直线的倾斜角和斜率	134
4.5 直线的方程	136
4.6 两条直线交点的坐标	141
4.7 两条直线的夹角	143

4.8 两条直线的垂直	144
4.9 两条直线的平行	145
4.10 点到直线的距离	148
四、二次曲线	149
4.11 圆	149
4.12 椭圆	154
4.13 双曲线	160
4.14 抛物线	166
习题	169
第五章 数列、极限和连续	175
一、数列	175
5.1 数列的概念	175
5.2 等差数列	181
5.3 等比数列	186
5.4 和号“ Σ ”的意义及性质	190
二、函数的极限	194
5.5 无穷大量与无穷小量	194
5.6 函数的极限	202
5.7 极限的运算	208
5.8 无穷小量的比较	215
三、函数的连续性	217
5.9 函数的增量	217
5.10 函数的连续与间断	219
5.11 初等函数的连续性	225
习题	222
第六章 导数和微分	235
一、导数概念	235
6.1 导数的定义	235
6.2 导数的几何意义	244
6.3 函数的可导性与连续性之间的关系	245
二、求导方法	247

6.4 函数的和、差、积、商的求导法则	247
6.5 复合函数的求导法则	251
6.6 高阶导数	259
三、函数的微分	260
6.7 微分的概念	260
6.8 微分的运算	263
四、导数的应用	266
6.9 中值定理	266
6.10 函数的单调性及其判定法	268
6.11 函数的极值及其求法	271
6.12 最大值、最小值问题	276
6.13 曲线的凹凸与拐点	279
6.14 函数图形的描绘	282
习题	288
第七章 积分及其应用	295
一、不定积分	295
7.1 不定积分的概念与性质	295
7.2 求不定积分的基本方法	303
7.3 积分表的使用	311
二、定积分	314
7.4 定积分的概念与性质	314
7.5 微积分基本公式	323
7.6 定积分的计算方法	329
7.7 广义积分	333
7.8 定积分的应用	336
习题	344
第八章 概率初步	350
一、事件及其概率	351
8.1 事件及其运算	351
8.2 概率的定义	357
8.3 概率的基本运算法则	363

8.4 伯努利概型	370
二、随机变量及其分布	375
8.5 随机变量及其分布的概念	375
8.6 常见的离散型分布	382
8.7 连续型随机变量	392
8.8 随机变量的数字特征	404
习题	412
第九章 数学在农业上的某些应用	419
一、矩阵	419
9.1 矩阵的概念	419
二、线性方程组的解法	435
9.2 用高斯消去法解线性方程组	435
9.3 用高斯—约当消去法求逆方阵	441
9.4 线性方程组的非唯一解	453
三、直线回归	450
9.5 矩阵方法在直线回归上的应用	450
四、线性规划	473
9.6 线性规划的图解法	473
9.7 线性规划问题的单纯形解法	485
五、优选法	498
9.8 单因素优选法	498
习题	510
附表一 积分表	517
附表二 泊松分布 $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ 的数值表	530
附表三 正态分布密度函数 $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 的 数值表	532
附表四 正态分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 的 数值表	533

第一章 集合与函数

函数是数学中的一个极其重要的基本概念，是近代数学研究的主要对象。集合又是近代数学中最一般的基本概念。掌握集合与函数的基础知识，对于继续学好数学具有重要意义。本章将简要地介绍集合基础知识，并用它来阐述函数的基本概念。

一、集 合

1.1 集合

1. 集合 考察下面的例子：

- (1) 1, 2, 3, 4, 5;
- (2) 和一个角的两边距离相等的所有的点;
- (3) 所有的直角三角形;
- (4) x^2 , $3x+2$, $5y^3-x$, x^2+y^2 ;
- (5) 某农场所有的拖拉机。

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体组成的。我们说，每一组对象的全体形成一个集合（简称集）。集合里的每个对象叫做这个集合的元素。例如，(1) 是由数 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合，其中的对象 1, 2, 3, 4, 5 都是这个集合的元素。

含有有限个元素的集合叫做有限集；上面的(1),(4),(5)这三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做无限集。上面的(2)、(3)两个集合都是无限集。

对于一个给定的集合，集中的元素是确定的。这就是说，对于任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素。例如，由所有直角三角形组成的集合，内角分别为 30° 、 60° 、 90° 的三角形，是这个集合的元素，而内角分别为 50° 、 60° 、 70° 的三角形，就不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。就是说，在同一个集合里同一个元素不能重复出现。即几个完全相同的对象在一个集合中只能算作一个元素。

2. 集合的表示方法 常用的集合表示法，有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做列举法。

例如，由数1, 3, 5, 7, 9组成的集合，可以表示为

$$\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序，如集合 $\{a, b, c, d, e\}$ ，可以表示为 $\{c, d, e, a, b\}$ ，也可以表示为 $\{b, a, e, d, c\}$ ，等等。

应该注意， a 与 $\{a\}$ 是不同的； a 表示一个元素， $\{a\}$ 表示一个集合，这个集合只有一个元素 a 。只含一个元素的集合叫做单元素的集合（简称单元素集）。

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做描述法。这时常常在大括号内先写上这

个集合的元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性。例如，由抛物线 $y = x^2$ 上所有点的坐标组成的集合，可以表示为

$$\{(x, y) | y = x^2\}$$

由不等式 $x - 3 > 2$ 的所有的解组成的集合（即 $x - 3 > 2$ 的解的集），可以表示为

$$\{x | x - 3 > 2\}$$

在不引起混淆的情况下，为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分。如所有的直角三角形组成的集合，可以表示为

$$\{\text{直角三角形}\}$$

例如，全体惰性气体的集合，用列举法可表示为 {氦、氖、氩、氪、氙、氡}，用描述法可表示为 {惰性气体}。

集合通常用大写的拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 等表示，而集合的元素通常用小写的拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 等表示。如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A ，记作 $a \notin A$ （或 $a \bar{\in} A$ ）。例如 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ，那么

$$5 \in A \quad 4 \notin A$$

全体自然数的集合通常简称自然数集，记作 N ；

全体整数的集合通常简称整数集，记作 Z ；

全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 Q ；

全体实数的集合通常简称实数集，记作 R 。

为了方便起见，有时我们还用 R^+ 表示正实数集，用 R^- 表示负实数集，等等。

例如，集合 $\{x | 0 < x < 2, x \in Q\}$ 表示所有大于零而小于

2 的有理数所组成的集合。集合 $\{x | x \leq 1000 \quad x \in N\}$, 表示不大于 1000 的自然数所组成的集合。

为了方便起见, 我们把具有某种特定性质的一切对象所构成的集合, 叫做全集, 用 I 来表示, 而不含任何元素的集合叫做空集合, 简称空集。记作 ϕ 或 $\{\}$ 。例如 $\{\text{小于零的正整数}\} = \phi$ 。

空集 ϕ 与集合 $\{0\}$ 是两个不同的概念。前者是指不包括任何元素的集合 $\{\}$; 而后者是指由一个元素 0 所组成的单元素集, 显然它不是空集。

1.2 集合间的关系与运算

1. 集合与集合的关系 常见的有以下几种。

(1) 子集 我们知道, 任何一个自然数都是一个整数, 就是说自然数集 N 的任何一个元素都是整数集 Z 的一个元素。同样, 自然数集 N 的任何一个元素都是有理数集 Q 的一个元素。对于集合间的这种关系, 给出如下定义:

设两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 叫做集合 B 的子集, 记作

$$A \subseteq B \quad (\text{或 } B \supseteq A)$$

读作 “ A 包含于 B ” (或 “ B 包含 A ”)。例如

$$N \subseteq Z \quad N \subseteq Q \quad R \supseteq Z \quad R \supseteq Q$$

当 A 不是 B 的子集时, 可以记作

$$A \not\subseteq B \quad (\text{或 } B \not\supseteq A)$$

读作 “ A 不包含于 B ” (或 B 不包含 A)。

对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身, 所以

$$A \subseteq A$$

也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

按规定空集是任何集合的子集。也就是说，对于任何集合 A ，有 $\phi \subseteq A$ 。

例1 设集合 $S = \{0, 1, 2\}$ ，写出 S 的所有子集。

解 集合 S 的所有子集是

$\phi \{0\} \{1\} \{2\} \{0, 1\} \{0, 2\} \{1, 2\} \{0, 1, 2\}$

(2) 真子集、集合的相等 如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A ，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$)。当 A 不是 B 的真子集时，记作 $A \not\subset B$ (或 $B \not\supset A$)。例如，自然数集 N 是 N 的子集，但不是 N 的真子集，所以 $N \subseteq N$ ，但 $N \not\subset N$ ； N 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，所以， $N \subset R$ 。

显然，空集是任何非空集合的真子集。

集合之间的关系可以用图形表示，称为文氏图。文氏图用平面上的一个区域代表一个集合，如图1—1。集合内的元素以区域内的点表示。集合 B 与它的真子集 A 之间的关系如图1—1 d 所示

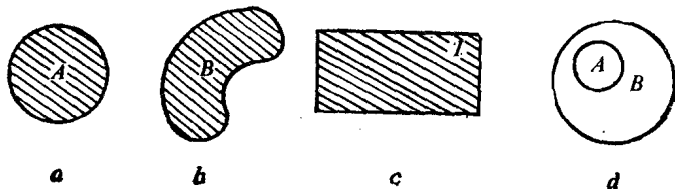


图 1—1

对于两个集合 A 、 B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，则说集合 A 和集合 B 相等，并记为

$$A = B$$

读作“ A 等于 B ”。

例如, $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{-1, -2\}$, 则 $A = B$ 。

对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ 。这是因为, 设 x 是集合 A 的一个任意元素, 由于 $A \subseteq B$, 所以 $x \in B$, 又由于 $B \subseteq C$, 所以 $x \in C$, 从而 $A \subseteq C$ 。

同样, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subset B$, $B \subset C$, 那么 $A \subset C$ 。

2. 集合的运算 集合之间可以运算, 这种运算可用文氏图直观解释。

(1) 交集 由既属于集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$, 又属于集合 $B = \{c, d, e, f\}$ 的所有元素 (即 A, B 的公共元素) 可组成一个集合 $C = \{c, d, e\}$ 。对于这样的集合, 有如下定义:

设 A 和 B 是两个集合, 把既属于 A 又属于 B 的所有元素 (即 A, B 的公共元素) 组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集。记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”)。即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

如图1—2的阴影部分所示。

上面的集合 C 就叫做集合 A 和 B 的交集。记作 $C = A \cap B$ 。

由交集定义容易推出, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cap A = A \quad A \cap \phi = \phi$$

$$A \cap B = B \cap A$$

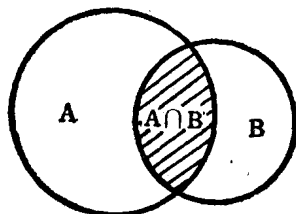


图1—2

例2 设 $A = \{x | 0 \leq x \leq$

2), $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 求 $A \cap B$ 。

$$\begin{aligned}\text{解 } A \cap B &= \{x | 0 \leq x \leq 2\} \cap \{x | 1 \leq x \leq 4\} \\ &= \{x | 1 \leq x \leq 2\}\end{aligned}$$

如图1—3所示。

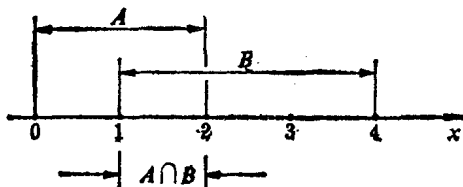


图1—3

形如 $2n$ ($n \in \mathbb{Z}$) 的全体偶数和形如 $2n+1$ ($n \in \mathbb{Z}$) 的全体奇数所成的集合分别叫做偶数集和奇数集。

例3 已知 A 为奇数集, B 为偶数集, Z 为整数集, 求 $A \cap Z$, $B \cap Z$, $A \cap B$ 。

$$\begin{aligned}\text{解 } A \cap Z &= \{\text{奇数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{奇数}\} = A \\ B \cap Z &= \{\text{偶数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{偶数}\} = B \\ A \cap B &= \{\text{奇数}\} \cap \{\text{偶数}\} = \phi\end{aligned}$$

(2) 并集 由集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 和 $B = \{c, b, d, f\}$ 的元素合并起来 (相同元素只取一个) 可以组成一个集合 $C = \{a, b, c, d, e, f\}$, 也就是说集合 C 是属于 A 或者属于 B 的所有元素所组成的, 对于这样的集合, 有如下的定义:

设 A 和 B 是两个集合, 把属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$ (读作“ A 并 B ”), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

如图1—4 a 或 b 的阴影部分所示。