中国科普佳作精选

ZHONGGUO
KEPU JIAZUO
JINGXUAN

数学百草园

谈祥柏　著

湖南教育出版社

中国科普佳作精选
数学百草园
谈祥柏　著
责任编辑：孟实华
出版发行：湖南教育出版社
（长沙市韶山北路643号　邮编：410007）
经　　销：湖南省新华书店
印　　刷：湖南省新华印刷二厂

870×960　20开　印张：8.2　字数：130000
1999年8月第1版　2000年6月第2次印刷
印数3001－7500

ISBN 7－5355－2941－0/G·2936
定价：18.10元（精）14.00元（平）

总序

杨叔子

科学是人类进步的阶梯。人类迄今数千年的文明发展史，也是科学技术发展演进和日益显示巨大威力的历史：人们生产工具的改进，对自然之谜的破解，生活水平的提高……无一不是科学技术发展的结晶。特别是在人类社会即将进入 21 世纪的今天，高科技成果的推广与应用，正在成为推动现代生产力发展的最活跃的因素，极大地改变着世界的面貌和人类的生活，深刻地影响着人类社会的未来走向。科学技术的发展水平，已经成为决定一个国家的综合国力和国际地位的主要因素之一。

建国 50 年来，特别是改革开放 20 年来，党和政府一贯重视科学技术的发展。邓小平同志于 1988 年提出了“科学技术是第一生产力”的著名论断。党的十四大以来，以江泽民同志为核心的党中央又提出“科教兴国”战略。一个空前规模和意义深远的科教新高潮正在到来。

实施“科教兴国”战略，要努力加速科技进步和提高国民、特别是青少年素质。科学技术普及工作是科技工作的重要组成部分，在向国民宣传和普及科学知识、科学精神、科学思想、科学方法，破除愚昧和迷信，批驳各种伪科学、反科学的歪理邪说，提高全

民族的科技意识和科学文化素质等方面，起着极其重要的作用。因此，在实施“科教兴国”战略的同时，中共中央及时颁发了《关于加强科学技术普及工作的若干意见》。新闻出版署把创作、引进、翻译和出版优秀科普图书，作为落实中央精神的一项重要举措，并在制订国家“九五”重点图书规划时，专门设立了科普读物出版的子规划。《中国科普佳作精选》系列丛书的出版，就是这一规划的成果之一，并作为出版工作者向中华人民共和国成立50周年献上的一份礼物。

我国的科学家和科普作家长期以来在科普园地中辛勤耕耘，倾注了大量的精力和心血，创作了许多科普读物。《中国科普佳作精选》所收入的作品，正是其中的佼佼者。这些佳作的共同特点，一是不只局限于对科学知识的阐述，而是注重弘扬科学精神，宣传科学思想和科学方法；二是通俗易懂，引人入胜，做到了科学性、可读性、趣味性的统一。作家们娓娓动听的叙述，生动形象地反映了科学家们追求真理的探索精神，一丝不苟的科学态度，给读者以深刻的启示。正如“润物细无声”的春雨，滋润着渴求知识的广大读者的心田。

应该看到，我国的科普图书出版工作，不论从数量上看还是从质量上看，与它所肩负的重任都还很不适应，任重而道远。希望《中国科普佳作精选》的出版，能为促进我国科普读物的繁荣，作出应有的贡献。

1999年8月2日

前言

谈祥柏

材料、能源和信息是现代文明的三大支柱。然而，丰富的能源和物质材料不过是现代社会的血肉之躯，信息网络才是它的神经系统。

人们预料，要不了几年工夫，计算机工业的产值就会超过钢铁工业和汽车工业，爬上老大的宝座。人类正在智力解放的道路上迅猛前进。据报道，美国目前计算机一年内所完成的工作量，相当于二千亿人年。计算机与人工处理的信息量之比已经是50∶1。20世纪90年代社会发展的必然结果是：电子计算机将变成像食物、衣服、住房、车子那样的生活必需品。

计算机植根于深厚的数学土壤之中。马克思的真知灼见，早就洞察了这一点。按照他的见解，任何一门科学，只有在它成功地应用了数学的时候才能看作是真正发展了的。

从测绘制图到工程建筑，从航天遥感到原子内部，从医学诊断到家畜饲养，从飞机设计到地质勘探，从天气预报到昆虫生态，从军事运输到情报检索，都已经或正在兴起“数字化”的革命，这场革命甚至还波及文学艺术与体育文娱的领域。人脑在电脑的帮助下，将会变得更加聪明，更富于创造性，从而在客观上为共产

主义社会的到来准备条件。

各国数学界人士纷纷认识到，扩展视野，了解数学在各行各业的应用（其中包括一些极不寻常的应用），乃是新一代数学工作者必不可少的素养。为此，许多工业先进国家已经出版大量优秀读物，其中有的甚至是跨越世纪的、经久不衰的杰作。

作者正是本着这样一种愿望来编写本书的。因此取材比较广泛，当然难免有些芜杂不精的地方。不过这也不要紧，神农氏正是遍尝百草而治病的。

按照写文章的规矩，“草”与“花”相比，总是望尘莫及的。限于作者的学力与水平，书中所谈的一些问题可能都是比较浅陋的知识。此书所以取名为“百草园”，正是考虑了这一层意思。

1983年2月于上海

目录

数学小品·随笔

丁丁东东的数学

杭州的有名风景点九溪十八涧，林木葱茏，泉水淙淙。曾有许多文人墨客，在此留下了不少抒情写景的佳句。清末大文豪俞曲园先生（近代文学家俞平伯先生的曾祖父）写过一首脍炙人口的五言绝句，其中有一节是这样写的：

重重叠叠山，
曲曲环环路；
丁丁东东泉，
高高下下树。

这首诗经书法家恭楷书写，至今还挂在杭州西泠印社吴昌硕先生纪念堂里。有趣的是，当我们吟过这首诗后，如果再改写成下面的竖式加法形式，竟然还是成立的：

$$\begin{array}{r} \text{重} \\ +\text{重叠} \\ \hline \text{叠山} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{曲} \\ +\text{曲环} \\ \hline \text{环路} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{丁} \\ +\text{丁东} \\ \hline \text{东泉} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{高} \\ +\text{高下} \\ \hline \text{下树} \end{array}$$

以上一共有四个加法等式，每个汉字都代表一个阿拉伯数字。要求在同一个式子中，凡相同的汉字表示相同的数字，不同的汉字表示不同的数字。那么请想一想，能否通过简单的分析方法，求出这四个等式的答案呢？

可以看出，这四个加法算式，都可以用一个统一的模式来表示，即：

$$\begin{array}{r} A \\ +AB \\ \hline BC \end{array}。$$

按照十进位表示法，二位数 AB，实际上就是 $10A+B$ 的意思，比如 98 就是 $9\times10+8$，于是上面的竖式便可写成：

$$A+10A+B=10B+C。$$

移项整理后，我们得到下面的简单不定方程，即：

$$11A=9B+C。$$

这里的 A 与 B 必须是不同的数字，故 $A\neq B$，经过试验可知，本问题只可能有四组解答，即：

$A=5$，　　$B=6$，　　$C=1$；

$A=6$，　　$B=7$，　　$C=3$；

$A=7$，　　$B=8$，　　$C=5$；

$A=8$，　　$B=9$，　　$C=7$。

于是原来的四句五言诗，便对应着下列四个算术等式：

$$\begin{array}{r} 5 \\ +56 \\ \hline 61 \end{array}；\quad \begin{array}{r} 6 \\ +67 \\ \hline 73 \end{array}；\quad \begin{array}{r} 7 \\ +78 \\ \hline 85 \end{array}；\quad \begin{array}{r} 8 \\ +89 \\ \hline 97 \end{array}。$$

诗句竟然有算式与它对应，这恐怕是连作者本人——当年的俞樾（曲园）先生本人也梦想不到的吧！

事情虽小，倒也能生动地说明数学的思想、方法、观点是可以渗透到各个领域中去的。有句名言说，“数学是大千世界的语言”，它像泉水一样，也是丁东作响的。

最会精打细算的昆虫

伟大的生物学家达尔文说过："蜂房的精巧构造十分符合需要，如果一个人看到蜂房而不倍加赞扬，那他一定是个糊涂虫。"德国数学家杜娄（Heinrich Dürer）收集了有史以来最著名的100个数学问题（其中有许多问题至今未能解决），蜂房问题便是其中之一。我国著名数学家华罗庚不但为这个题材作了一次专题讲演，而且还写了一本科普读物——《谈谈与蜂房结构有关的数学问题（1964年1月）》，（上海教育出版社出版），书中有一幅说明蜂房的插图，从图的正面看，蜂房是由一些正六边形组成的，每一个内角都是120°，这样的排列已很令人惊奇了。更有趣的是蜂房的底部，原来蜂房并非六角棱柱体，它的底部是由三个全等的菱形拼起来的，而整个蜂巢就是由两排这样的蜂房，底部和底部相嵌接而构成。

蜂房为什么要采取这样的形状？18世纪初，法国学者马拉尔琪曾去测量过蜂窝。他发现所有蜂房底部菱形的一个钝角都是109°28′，另一个锐角是其补角，即70°32′。

法国物理学家列奥缪拉跑去请教巴黎科学院院士克尼希，后者从理论上算出，它的角度应该是109°26′和70°34′，与蜂房的角度仅仅相差2分之微。

后来，苏格兰数学家马克劳林又去重新计算了一次，得出的结果竟和实测的蜂房角度完全一样，原来是那位法国院士算错了，因为他所使用的是一本印错而没有被校对出来的对数表。

通过数学计算表明，这种奇特的形状和角度，可使建造蜂房的蜂蜡用得最少，而又能适合于蜜蜂生长及酿蜜的需要。小小蜜蜂，真是昆虫世界最会"精打细算"的建筑师呢！

立体的七巧板

七巧板是我国古代劳动人民的创作，有人叫它智慧板。它是用一块正方形的木板或厚纸裁成七块而制成的。用这七块板可以拼成各种形状。清代有一位名叫王其沅的人，编了一本《七巧八分图》，全书共有八册，载了七巧板所拼成的图形与文字达几百幅之多，有日用器具、动植物、人事、风景等，内容非常丰富。外国人把七巧板称做“唐图”，据说是在唐朝时传到欧洲去的（但也有人反对这种说法，认为“唐”不过是代表中国的意思），现在毫无疑问，在世界的各个角落里，七巧板仍在吸引着无数的业余爱好者。

但是，我国民间还有一种与七巧板相类似的东西，它实际上是七巧板在三维空间的推广，知道它的人就比较少了。如图所示，它一共也有七块。要制造它是一点不难的，只要利用小孩子玩的现成积木，用胶水照图 1—1 中式样粘接起来，晾干后即可应用。

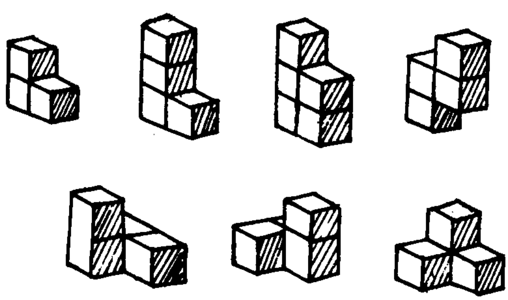

图 1—1

你可以先尝试一下，把七块东西拼成一个 3×3×3 的立方体，拼法是很多的，这里就不详细写出来了。但是对于初学者来说，一时倒也不容易下手，可以说是一种培养空间想像力的有益练习了。

熟练以后，请你尝试着去拼图 1—2 的六个图形。每一个图形

都有 27 个小立方体，它们全都是由同一套七块构件拼搭起来的。

这个游戏不知由何人在何时传入欧洲。后来在北欧斯堪的那维亚半岛国家相当流行。他们用塑料或有机玻璃制成玩具，涂上各种鲜艳颜色，摆在一只方盒子里，可以随时拿出来玩。

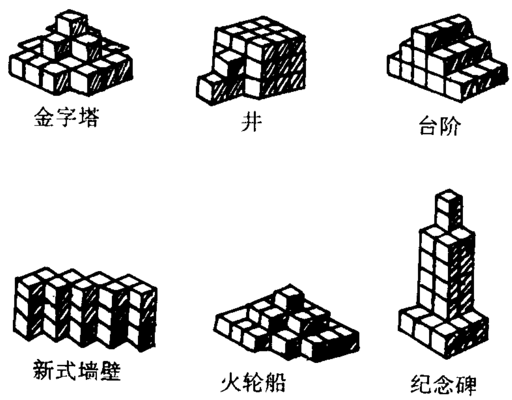

图 1—2

用这七块构件能拼出许多图形，可以同七巧板相媲美。

猜透出题者的本意

当代大数学家波利雅（Polya）有一句名言："你能一眼看到底吗？"一道难题解决以后，不应偃旗息鼓不想再前进了。通过认真的分析总结，去芜存菁，咀嚼消化，往往会对原来的题目有更深一层的理解，有时甚至还会找到更好的解法。

古生物学家在找到一些头盖骨或其他化石时，常常能够据以恢复原有的动物形象，例如恐龙等。

一个好的数学题目，往往蕴藏着拟题者的一片苦心。高明的解题者能够猜到拟题人的思路，揭示其真实意图。在这里，题目起了一块化石的作用。

下面举一个实例。原问题的提法如下：

如果

$$\frac{ac-b^2}{a-2b+c}=\frac{bd-c^2}{b-2c+d},$$

则这两个分式都等于 $\dfrac{ad-bc}{a-b-c+d}$。

通过繁复的计算是可以证明出结果来的，但对问题的实质了解却是无所裨益。

现在请注意，$ac-b^2=0$ 是 a、b、c 三数成等比数列的条件，而 $a-2b+c=0$ 是 a、b、c 三数成等差数列的条件。此外，还可以注意到分子上有 ad，分母上对应着 $a+d$；分子上有 $-bc$，分母上对应着 $-(b+c)$。对其他两个式子，这个性质也保持着，例如分子上有 $-b^2$，则分母上就有 $-2b$ 等等。

对这类问题，习惯上的解法是引入一个 k，即可设

$$\frac{ac-b^2}{a-2b+c}=k,$$

于是 $$\frac{bd-c^2}{b-2c+d}=k,$$

然后再求证 $$\frac{ad-bc}{a-b-c+d}=k。$$

对上式，一位人工智能研究家找出了好几种解法，但没有一种方法能使他感到满意。后来他注意到第一式 $\dfrac{ac-b^2}{a-2b+c}=k$ 可以化成

$$ac-k(a+c)=b^2-2bk,$$

式子的右边启发他要配方，这样一来他就得到

$$(a-k)(c-k)=(b-k)^2。$$

这就意味着，原来第一式所表示的真实用意是：$(a-k)$、$(b-k)$、$(c-k)$ 成等比数列。

于是不难看出，只要换换字母，第二式告诉我们的是：$(b-k)$、$(c-k)$、$(d-k)$ 成等比数列，因而就有 $(a-k)$、$(b-k)$、$(c-k)$、$(d-k)$ 成等比数列。