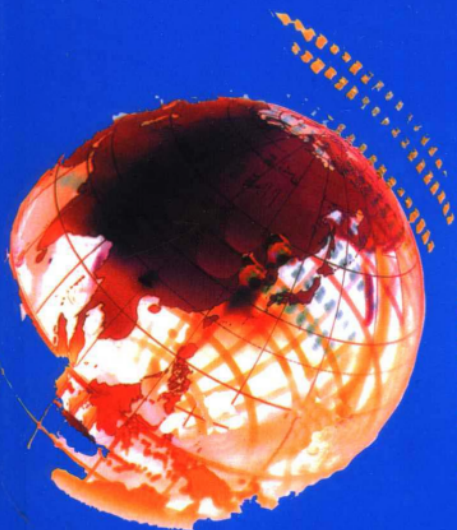


七^年级



本册主编 单 罴

总主编 单 罴 熊 斌

奥数教程

华东师范大学出版社

冠主编 单 樽 熊 斌

奥数教程

(第三版)

• 七年级 •

本册主编 单 樽

编写者 张新华 顾继玲



华 东 师 范 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 七年级/单增主编. —上海:华东师范大学出版社, 2000. 10

ISBN 7-5617-2310-5

I. 奥... II. 单... III. 数学课—中学—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48993 号

奥数教程·七年级·

(第三版)

总主编 单增 熊斌

本册主编 单增

策划组稿 倪明 徐惟简

责任编辑 徐惟简

封面设计 高山

版式设计 蒋克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

门市(邮购)电话 021-62869887

门市地址 华东师大校内先锋路口

业务电话 上海地区 021-62232873

华东 中南地区 021-62458734

华北 东北地区 021-62571961

西南 西北地区 021-62232893

业务传真 021-62860410 62602316

http://www.ecnupress.com.cn

社址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印刷者 江苏句容市排印厂

开本 890×1240 32 开

印张 9

字数 258 千字

版次 2006 年 1 月第 3 版

印次 2006 年 1 月第 25 次

书号 ISBN 7-5617-2310-5/G·1086

定价 13.00 元

出版人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)。

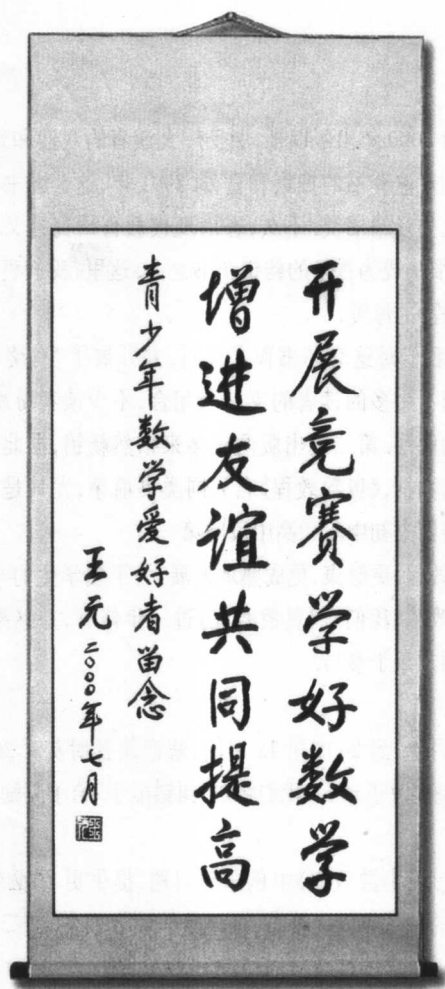
本书荣获
第十届全国教育图书展
优秀畅销图书奖

《奥数教程》编委会

顾 问	王 元
主 编	单 墀 熊 斌
编 委	(按姓氏笔画为序)
	冯志刚 刘诗雄
	江兴代 余红兵
	单 墀 杭顺清
	胡大同 赵雄辉
	倪 明 葛 军
	熊 斌



单 墀 1943年11月生. 现任南京师范大学数学系教授, 广州大学教育软件所研究员, 中国科学技术大学兼职教授. 主要研究领域是数论与组合, 发表论文数十篇. 同时, 在数学的普及与数学竞赛方面做了大量工作. 著作有《趣味的图论问题》、《覆盖》、《棋盘上的数学问题》、《组合几何》、《对应》、《数学竞赛史话》、《数学竞赛研究教程》、《国际数学竞赛中的解题方法》、《概率与期望》等20多种, 主编《数学奥林匹克系列图书》、《初等数学名题题典》、《几何不等式在中国》、《华罗庚数学奥林匹克丛书》等, 译著有《几何不等式》、《近代欧氏几何学》等.



开展竞赛学
好数学
增进友谊
共同提高

青少年数学爱好者留念

王元二〇〇〇年七月



著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生致青少年数学爱好者

前言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”。但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好。的确,数学是中国人擅长的学科,如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属。

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势。

中国人能用一只手表示 $1\sim 10$,而很多国家非用两只手不可。

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有12进制,60进制的残余)。

中国文字都是单音节,易于背诵,例如乘法表,学生很快就能掌握,再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”。但外国人,一学乘法,头就大了。不信,请你用英语背一下乘法表,真是佶屈聱牙,难以成诵。

圆周率 $\pi = 3.14159\cdots$ 。背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了。可是俄国人为了背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个,……要背 π 先背诗,我们看来简直自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法。

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色。从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生学习兴趣,启迪学生智慧。例如:

“一百个和尚一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解。中国却有多种算术解法,如将每个大和尚“变”成9个小和尚,100个馒头表明小和尚是300个,多出200个和尚,是由于每个大和尚变小和尚,多变出8个,从而 $200 \div 8 = 25$ 即是大和尚人数。小和尚自然是75人,或将一个大和尚与3个小和尚编成一组,平均每人吃一个馒头。恰好与总体的平均数相等。所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少,即大和尚是 $100 \div (3 + 1) = 25$ 人。

中国人善于计算,尤其善于心算.古代还有人会用手指计算(所谓“掐指一算”).同时,中国很早就有计算的器械,如算筹、算盘.后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中,我国的优势显然,所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理,在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算,我国有不少论著),比希腊人稍逊一筹.但是,中国人善于向别人学习.目前我国中学生的几何水平,在世界上遥遥领先.曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班,他们认为所教的几何内容太深,学生不可能接受,但听课之后,不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解,而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著.在国际数学竞赛中,我国选手获得众多奖牌,就是最有力的证明.从1986年我国正式派队参加国际数学奥林匹克以来,中国队已经获得了11次团体冠军.成绩骄人.当代著名数学家陈省身先生曾对此特别赞赏.他说“今年一件值得庆祝的事,是中国在国际数学竞赛中获得第一.……去年也是第一名.”(陈省身1990年10月在台湾成功大学的讲演“怎样把中国建为数学大国”)

陈省身先生还预言:“中国将在21世纪成为数学大国.”

成为数学大国,当然不是一件容易的事,不可能一蹴而就,它需要坚持不懈的努力.我们编写这套丛书,目的就是:(1)进一步普及数学知识,使数学为更多的青少年喜爱,帮助他们取得好的成绩;(2)使喜爱数学的同学得到更好的发展,通过这套丛书,学到更多的知识和方法.

“天下大事,必作于细.”我们希望,而且相信,这套丛书的出版,在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用.本丛书初版于2000年,2003年修订过一次,现根据课程改革的要求对各册再作不同程度的修订.

著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词,我们表示衷心的感谢.还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生,没有他们,这套丛书不会是现在这个样子.

单 堦 熊 斌

2005年11月

目 录

基础篇

第 1 讲	有理数的加减	1
第 2 讲	有理数的巧算	8
第 3 讲	绝对值	18
第 4 讲	一元一次方程	26
第 5 讲	一次方程组	33
第 6 讲	一次方程组的应用	41
第 7 讲	列方程(组)解应用题	48
第 8 讲	一次不等式(组)	58
第 9 讲	整式的乘除	69
第 10 讲	线段	76
第 11 讲	角	88
第 12 讲	相交线和平行线	100
第 13 讲	轴对称	111
第 14 讲	生活中的数学	118

提高篇

第 15 讲	“设而不求”	127
第 16 讲	待定系数法	135
第 17 讲	综合除法和余数定理	143
第 18 讲	代数式的化简与求值	152
第 19 讲	三角形内角和	161
第 20 讲	面积	172
第 21 讲	整除	186

第 22 讲	奇数和偶数	193
第 23 讲	质数和合数	200
第 24 讲	二元一次不定方程	206
第 25 讲	加法原理和乘法原理	214
第 26 讲	抽屉原理	222
综合测试题(一).....		230
综合测试题(二).....		233
习题解答.....		236

第1讲

有理数的加减



一、知识要点和基本方法

有理数的加减法,是有理数最基本的运算,必须熟练掌握.

有理数加法法则为:同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加;异号两数相加,绝对值相等时和为0,绝对值不等时,取绝对值较大的数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;一个数与零相加,仍得这个数.

加法的运算规律有:

加法交换律: $a + b = b + a$.

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

有理数减法法则为:减去一个数,等于加上这个数的相反数.

在运算时应理解有理数的加法和减法可以相互转化,体会对立统一观点.



二、例题精讲

例1 计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right); \quad (2) (-10.8) + (+10.7);$$

$$(3) (-6) + 0; \quad (4) 52\frac{4}{7} + \left(-52\frac{4}{7}\right).$$

解 (1) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$ (同号相加)

$$= -\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \quad (\text{取相同的符号, 并把绝对值相加})$$

$$= -1.$$

$$(2) \quad (-10.8) + (+10.7) \quad (\text{异号相加})$$

$$= -(10.8 - 10.7) \quad (\text{取绝对值大的数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值})$$

$$= -0.1.$$

$$(3) \quad (-6) + 0 \quad (0 \text{ 与任何数相加, 仍得这个数})$$

$$= -6$$

$$(4) \quad 52\frac{4}{7} + \left(-52\frac{4}{7}\right) \quad (\text{互为相反数的两数相加, 和为 } 0)$$

$$= 0.$$

说明 对有理数进行加法运算时, 可以先判断这两个数是同号还是异号, 然后判断结果是正号还是负号, 最后判断是算绝对值的和还是绝对值的差.

计算:

$$(1) \quad 6 - (-3); \quad (2) \quad 0 - (-2);$$

$$(3) \quad (-7) - (-5); \quad (4) \quad (-2) - 0.$$

解 $(1) \quad 6 - (-3) = 6 + 3 = 9.$

$$(2) \quad 0 - (-2) = 0 + 2 = 2.$$

$$(3) \quad (-7) - (-5) = (-7) + 5 = -2.$$

$$(4) \quad (-2) - 0 = -2.$$

说明 减去一个数, 等于加上这个数的相反数.

计算:

$$(1) \quad (+59.8) - \left(-\frac{2}{5}\right) + (-12.8) + \frac{63}{5};$$

$$(2) (-2) + \left(-2\frac{3}{8}\right) - 3 - 8\frac{1}{4} + \left(+3\frac{1}{3}\right).$$

解 (1) 原式 $= [(+59.8) + (-12.8)] + \left(\frac{2}{5} + \frac{63}{5}\right)$
 $= 47 + 13 = 60.$

(2) 原式 $= (-2) + \left[\left(-2\frac{3}{8}\right) + \left(-8\frac{1}{4}\right) \right] +$
 $\left[(-3) + \left(+3\frac{1}{3}\right) \right]$
 $= (-2) + \left(-8\frac{5}{8}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$
 $= -\frac{101}{8} + \frac{1}{3} = -\frac{295}{24}.$

说明 这是一组加减混合运算的问题,注意合理运用加减运算法则和运算规律,进行计算.

计算:

(1) $\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(31\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-31\frac{2}{5}\right);$

(2) $\left(+7\frac{2}{7}\right) + \left(-4\frac{2}{5}\right) + \left(2\frac{5}{7}\right) + \left(-5\frac{3}{5}\right).$

解 (1) 原式 $= \left[\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) \right] + \left[\left(31\frac{2}{5}\right) + \left(-31\frac{2}{5}\right) \right]$
 $= -1 + 0$
 $= -1.$

(2) 原式 $= \left[\left(+7\frac{2}{7}\right) + \left(2\frac{5}{7}\right) \right] + \left[\left(-4\frac{2}{5}\right) + \left(-5\frac{3}{5}\right) \right]$
 $= 10 + \left[-\left(4\frac{2}{5} + 5\frac{3}{5}\right) \right]$
 $= 10 - 10 = 0.$

说明 利用运算律,有时可以简化计算.

在数 $\frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$ 的前面分别添加“+”或“-”，使它们的和为 1. 你能想出多少种方法？

分析这 8 个有理数的分母都是 10，只要 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这 8 个整数的代数和为 10 即可，而 $2+3+\cdots+9=44$ ，所以添加“+”或“-”后，正数的和应为 27，负数的和应为 -17.

解 方法很多. 如：

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$-\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} + \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} - \frac{3}{10} + \frac{4}{10} - \frac{5}{10} + \frac{6}{10} + \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} - \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{8}{10} + \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} - \frac{7}{10} + \frac{8}{10} + \frac{9}{10} = 1 \text{ 等}.$$

说明 这是一道开放性问题，答案不惟一，你能否再找出一些方法呢？试一试.

一个水井，水面比井口低 3 米，一只蜗牛从水面沿着井壁往井口爬，第一次往上爬了 0.5 米后又往下滑了 0.1 米；第二次往上爬了 0.42 米，却又下滑了 0.15 米；第三次往上爬了 0.7 米，却又下滑了 0.15 米；第四次往上爬了 0.75 米，却又下滑了 0.1 米；第五次往上爬了 0.55 米，没有下滑；第六次又往上爬了 0.48 米，问蜗牛有没有爬出井口？

解 因为 $0.5 - 0.1 + 0.42 - 0.15 + 0.7 - 0.15 + 0.75 - 0.1 + 0.55 + 0.48$
 $= 2.9 < 3.$

所以 蜗牛没有爬出井口.

说明 把往上爬的距离用正数表示，下滑的距离用负数表示，这

样问题就转化为有理数的加减法运算了.

练 习 题

A 组

一、计算题

1 计算:

(1) $3.2 + (-4.2)$;

(2) $(-\frac{2}{5}) + (-\frac{3}{5})$;

(3) $(-382.4) + (+382.4)$;

(4) $0 + (-24.1)$;

(5) $(-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{6})$.

2 计算:

(1) $(-3) - (-5)$;

(2) $(-7) - 5$;

(3) $0 - 4.2$;

(4) $(-4.2) - 0$;

(5) $(-20) - 3 - (-30) - 5$;

(6) $0 - 3 - (-4) - 5 - (-6)$.

3 计算:

(1) $-0.2 + (-0.3) - (-0.4) + (-0.5)$;

(2) $10 - (-8) + (-6) - (-4) + (-2)$;

(3) $\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{6}$;

(4) $0 - (-\frac{1}{5}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{10}$.

4 潜水艇原来在水下 200 米处,若它先下潜 50 米,接着又上浮 130 米,问这时潜水艇在水下多少米处?

- 5** 数轴上点 A 表示 -5, 将 A 点向左移动 3 个单位后又向右移动 8 个单位, 求此时 A 点表示的数是多少?

B 组

判断题:

- (1) 若两个数的和为负数, 则这两个数都是负数. ()
- (2) 若两个数的差为正数, 则这两个数都是正数. ()
- (3) 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. ()
- (4) 零减去一个有理数, 差必为负数. ()
- (5) 如果两个数互为相反数, 则它们的差为 0. ()

7 计算:

- (1) $(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6+(-7)+8$;
- (2) $0-4\frac{3}{7}+\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-1\frac{1}{7}\right)+1\frac{3}{5}$;
- (3) $\left(-1\frac{3}{7}\right)+4\frac{2}{3}-\left(-2\frac{3}{7}\right)+\left(-2\frac{2}{3}\right)$;
- (4) $(-3)+\left(-3\frac{5}{6}\right)-2-4\frac{1}{3}+\left(-1\frac{1}{5}\right)$.

- 出租车司机小王某天下午营运全是在东西走向的人民路上进行的, 如果规定向东为正, 向西为负, 这天下午他行车里程(单位: 千米)如下:**

+15, -2, +5, -1, +10, -3, -2, +12, +4, -5, +6.

- (1) 将最后一名乘客送到目的地时, 小王距下午出车时的出发点多远? 在什么方向?
- (2) 若汽车耗油量为 0.1 升/千米, 这天下午小王共耗油多少升?

- 9** 请在数 1, 2, ..., 2004, 2005 前适当添加上“+”或“-”号, 使它们的和的绝对值最小.

测 试 题

1 计算:

- (1) $(+4)+(+6)$;

$$(2) \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$(3) (-9) + (+7);$$

$$(4) (-8) + \left(-1\frac{1}{3}\right);$$

$$(5) (-2) - (+3);$$

$$(6) (+7) - \left(-2\frac{1}{4}\right);$$

$$(7) (-2.5) - (+4);$$

$$(8) 0 + (-4.3);$$

$$(9) 0 - (-2.7).$$

计算:

$$(1) \left(+\frac{13}{17}\right) + (-3.5) + 2.5 + \left(+\frac{14}{17}\right);$$

$$(2) \left(-\frac{1}{2}\right) + (-12) + 8 + (+0.5) + (+4);$$

$$(3) \left(-3\frac{5}{7}\right) - (-15.5) + \left(-16\frac{2}{7}\right) + \left(-5\frac{1}{2}\right);$$

$$(4) 1 - 5\frac{1}{2} - \left(-3\frac{1}{3}\right) - \left|2\frac{1}{3} - \left(-4\frac{1}{2}\right)\right| + 1 - 3\frac{3}{4} - \left(-4\frac{1}{3}\right).$$

3 某天早晨的温度为 5°C , 到中午上升了 7°C , 晚上又下降了 6°C , 求晚上的温度.

要测量 A, B 两地的高度差, 但又不能直接测量, 找了 D, E, F, G, H 5 个中间点, 测量结果如下表(单位: 米).

$D-A$	$E-D$	$F-E$	$G-F$	$H-G$	$B-H$
3.2	-4.1	-0.3	2.6	3.7	-5.4

问: A, B 两地哪处高? 高多少?