

全国中小学教师继续教育

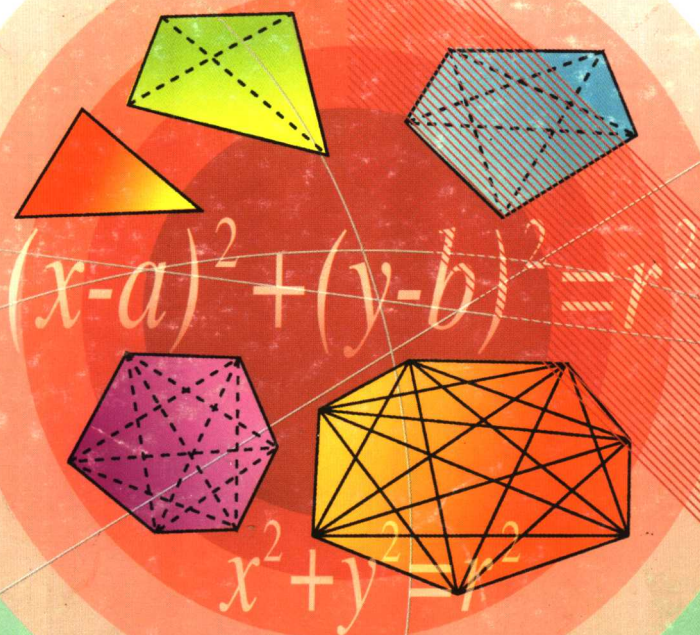
教材

中学数学变式教学 与能力培养

JIAOCAI

• 刘长春 张文娣 编著

教育部师范教育司组织评审



山东教育出版社



全国中小学教师继续教育教材

中学数学变式教学 与能力培养

刘长春 张文娣 编著

山东教育出版社

2001年·济南



全国中小学教师继续教育教材
中学数学变式教学与能力培养
刘长春 张文娣 编著

出 版 者：山东教育出版社
(济南市纬一路 321 号 邮编：250001)
电 话：(0531)2023919 传真：(0531)2050104
网 址：<http://www.sjs.com.cn>
发 行 者：山东教育出版社
印 刷：山东新华印刷厂
版 次：2001 年 12 月第 1 版
2001 年 12 月第 1 次印刷
印 数：1—3000
规 格：850mm×1168mm 32 开本
印 张：8.75 印张
字 数：189 千字
书 号：ISBN 7-5328-3350-X/G·3019
定 价：9.90 元

(如印装质量有问题,请与印刷厂联系调换)

前 言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”,提高教师素质,是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育,课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程,编写一批继续教育教材。在教材编写方面,我司采取了以下几种做法:

(1)组织专家对全国各省(区、市)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审,筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书。

(2)组织专门的编写队伍,编写了 61 种教材,包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材;小学语文、数学,中学英语、物理、化学、生物,小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材,已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]60 号)的形式向全国推荐。

(3)向全国 40 余家出版社进行招标,组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选,初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材,这批教材,目前正在编写过

程中,将于2001年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐,供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中,我们遵循了以下原则:

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度,在课程体系中,加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合,用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例,从理论和实践两个方面,总结教学经验,帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性,并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发,提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求,以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程,尚处在起步阶段,缺乏足够的经验,肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中,有什么问题和建议,请及时告诉我们,以便改进工作,不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

序

随着科技、信息的高速发展,迫切要求中学数学教学不应仅局限于知识的传授,更应教会学生会学数学、会用数学,培养学生善于创新的精神。为此,探索并采用有效的教学策略和教学方法,形成实用高效的课堂教学模式,已成为中学数学教学研究和改革的重要内容。但是,长期以来,受“应试教育”的影响,“掐头去尾烧中段”的“题海战术”不仅严重困扰着中学数学教学,而且已成为导致学生厌学,扼制学生学习主动性、积极性和探索创新精神的主要根源。如何解决这个问题?本书介绍的变式教学及其模式,也许是达到这一目的的一个有效途径。这种方法不但可应用于课堂教学,而且在数学课外活动中也具有更为广泛的价值,更是当前大力倡导的开展研究性学习的重要途径。

变式教学以现代教育理论为指导,以精心设计问题、引导探索发现、展现形成过程、注重知识建构、摒弃题海战术、提高应变能力、优化思维品质、培养创新精神为基本要求,以知识变式、题目变式、思维变式、方法变式为基本途径,遵循目标导向、启迪思维、暴露过程、主体参与、探索创新等教学原则,深入挖掘教材中蕴涵的变式创新因素,努力培养学生的求异思维、创新意识和创造能力。

本书采用理论与实践相结合的方式,比较系统地介绍了变式教学的基本内容、理论指导和教学原则,比较详细地论述了数

学变式的方法和途径,分课型总结出了变式教学的五种课堂教学模式。我们期望,本书在驾驭教材、改进教法、指导学法等方面对数学教师有所帮助,能够促进教师教学能力、教学水平的提高,能够成为广大数学教师的益友。但由于我们水平所限,不足和谬误之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2001.2

目 录

第一章 变式教学简介	1
§ 1.1 变式教学及其内容	1
§ 1.2 变式教学的理论指导	4
§ 1.3 变式教学的教学原则	7
第二章 数学变式的基本方法	11
§ 2.1 数学概念变式	11
§ 2.2 定理、公式变式	32
§ 2.3 数学语言变式	67
§ 2.4 例题、习题变式	76
第三章 变式教学的基本模式	147
§ 3.1 概念课教学模式	147
§ 3.2 定理课教学模式	180
§ 3.3 例题(习题)课教学模式	216
§ 3.4 复习课教学模式	231
§ 3.5 讲评课教学模式	251

第一章 变式教学简介

素质教育是 21 世纪中国教育的主旋律,课堂教学是实施素质教育的主阵地.作为实现中小学教育目标重要途径的中学数学教育,优化课堂教学,构建以全面提高学生的基本素质和培养学生的创新精神为根本目的,以尊重学生的主体地位和主动精神、开发其智能潜力、培养其健全个性为根本特征的中学数学课堂教学操作模式,是实施数学素质教育的关键.作为众多教学模式中的一种,本书将全面介绍中学数学变式教学模式的理论与实践.

§ 1.1 变式教学及其内容

一、变式教学的涵义

变式是指相对于某种范式(即数学教材中具体的数学思维成果,含基本知识、知识结构、典型问题、思维模式等)的变化形式,就是不断变更问题的情境或改变思维的角度,在保持事物的本质特征不变的情况下,使事物的非本质属性不断迁移的变化方式.变式有多种形式,如“形式变式”、“内容变式”、“方法变式”等.变式是模仿与创新的中介,是创新的重要途径.变式既是一种重要的思想方法,又是一种重要的教学途径.通过变式

方式进行技能和思维的训练叫做变式训练;采用变式方式进行教学叫做变式教学.变式教学要求在课堂上通过变式展示知识发生、发展、形成的完整的认知过程,因此,变式教学有利于培养学生研究、探索问题的能力,是“三基”教学、思维训练和能力培养的重要途径.

二、变式教学的基本内容

“变式教学”的基本内容包括知识形成过程中的问题设计;基本概念辨析型变式;定理、公式的深化变式、多证变式和变式应用;例题、习题的一题多解、一法多用、一题多变、多题归一;教法、学法的切换等.

1. 概念、定理、公式的变式教学

(1)知识形成过程中的问题设计.

在知识形成过程的教学,不应直接将现成结论教给学生,而应充分利用实验、特例、电化教学等手段,设计系列问题,增加辅助、探索环节,引导学生从直观想像出发去发现、猜想,然后给出验证或理论证明,从而形成一个完整的认知过程,使学生逐步掌握认识事物、发现规律和真理的方式、方法,并从中培养创造能力.

(2)基本概念辨析型变式.

在概念形成后,不应急于应用概念解决问题,而应引导学生多角度、多方位、多层次地探索概念变式,透过现象看本质.一方面,可针对概念的内涵与外延设计变式问题,在弄清其内涵与外延的过程中,进行深刻思维,从而培养思维的深刻性;另一方面,可针对一些数学概念、公式、定理因内容相近或形式相似,易造成混淆的情况,在教学中设计辨析型变式问题,使学生在错综

复杂的事物联系中发现事物的本质,学会客观地评价事物,加深对事物的理解。

(3)定理、公式的深化变式。

若干公式、定理的推导、证明方法具有典型性,往往代表了一类典型的解题方法或思想,对它们的证明及推导方法加以探索,有利于学生解题思想方法的形成,巩固、深化已学过的知识,培养求异思维、创新意识。

(4)“语言”变式。

即对数学中的一些概念、定理、公式、命题进行文字语言、图形语言、符号语言这三种数学语言之间的转换,对一些重要的代数定理、公式,探求它们的几何意义,从而培养学生的“语言”转换能力和运用数形结合思想分析问题、解决问题的能力。

(5)图形变式。

教材中反映概念的图形,通常以标准形态给出。由于标准图形的特殊性,容易诱导学生机械识记而导致思维的呆滞。因此,在教学中应尽可能利用图形位置的变化和衬托背景的变换,反复变更概念的非本质属性,突出且保持概念的内涵特征,帮助学生形成正确的概念思维。

(6)公式变用。

即引导学生对一些重要公式进行变式应用,掌握其潜在的意义,使之不局限于原有的表面现象,而是透表求里,运用其思想实质来解题,从而培养学生思维的广阔性。

2. 例题、习题的变式教学

(1)一题多解变式。

即引导学生对同一问题从不同角度加以思考,探求不同的解答方案,从而拓宽思路,培养思维的敏捷性。

(2)一法多用变式.

即将解决某一问题的方法加以归纳、总结,形成技巧,并用以解决其它问题,通过这种变化,达到多题归一的目的,培养学生知识、方法的迁移能力.

(3)一题多变变式.

即从一道习题出发,运用逆向或横向思维,通过改变题目条件、变化题型、变数、变字母、变符号、一般化等手段,使原来的一道题变成一类题,再由一类题变为多类题,并通过对变式题的研究、解决,形成完整的知识结构,培养学生思维的灵活性、创造性,达到举一反三、触类旁通的效果.

3. 教法、学法变式

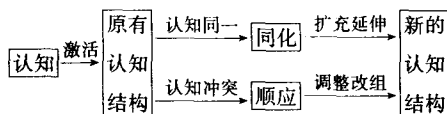
所谓教法、学法变式即在一堂课中,根据教学材料的特点,在贯穿启发式教学的同时,或讲授、或点拨、或讨论、或探索、或练习、或实验,运用多种教学手段,不断变换教与学的方法,充分发挥学生的主体作用,使教师的主导作用与学生的主体作用达到和谐统一,使课堂教学达到若干个高潮,以保证学生注意力集中,大幅度提高课堂教学效益.

§ 1.2 变式教学的理论指导

一、现代数学教育理论

1. 皮亚杰的认知发展理论认为,学习是一种能动的建构过程. 学生认知结构的发展是在其认识新知识的过程中伴随着同化和顺应的认知结构不断再建构的过程,是在新水平上对原有认知结构进行延伸、改组而形成的新系统. 学生只有通过积极

自觉的认知活动,来激活大脑中的原有认知结构,使具有逻辑意义的新知识与认知结构中的旧知识发生相互作用(同化与顺应),才能实现内化中的再建构。即



2. 建构主义的数学教学观认为,学习是学习者主动的建构活动,而不是对知识的被动接受。真正的数学教学应具有如下几个特征:(1)在学习目标方面,表现为对知识的深层次的理解;(2)在学习过程方面,表现为高水平的思维;(3)在学习的情境方面,表现为师生、生生之间的充分沟通、合作。教师应成为学习活动的促进者,在肯定学生主体地位的前提下,教师又应在教学活动中起主导作用。教师需要就学习内容设计出有思考价值的、符合学生认知发展水平的、具有挑战性的问题,创设平等、自由、相互接纳的学习氛围,充分开展师生、生生之间的交流与合作学习,引导学生通过持续的概括、分析、讨论、探索、假设、检验等高水平的思维活动,建构对知识的理解。

3. 波利亚的数学教育思想源于两个基本观点:(1)数学具有二重性,即数学既是演绎科学,又是归纳科学。(2)人类的后代学习数学与人类的祖先认识数学的历史是相似的。据此,波利亚创立了“数学教与学的三条原则”和“数学解题理论”。波利亚认为:学习任何东西的最好途径是自己去发现,为了有效地学习,学生应当在给定的条件下,尽量多地自己去发现要学习的材料(主动学习原则);学习材料的生动性和趣味性是学习的最佳刺激,强烈的心智活动所带来的愉快是这种活动的最好报偿,所以最佳学习动机是“学生应当对所学习的材料感兴趣,并且在学

习活动中找到乐趣”(最佳动机原则);学生必须学习有序,教师教学要有层次(阶段渐进原则)。

二、素质教育的创新观

1. 素质教育的创新观认为,创新教育是知识经济时代赋予教育的历史使命。创新教育是素质教育的核心。培养学生的创新精神、创新意识、创新思维和创新能力是实施素质教育的关键。中学阶段是培养学生创新能力的关键时期,在这一阶段的创新教育中,应根据学科教学特点和中学生的心理特点,注重激发学生的求知欲和创新欲,注意培养学生良好的学习习惯和学习能力,注重培养学生的创新意识和创造性思维能力。

2. 数学素质教育观认为,(1)数学素质应包含“知识观念”、“创造能力”、“思维品质”和“科学语言”四个层面。即数学素质是由数学意识、数学能力、数学应用和数学交流等基本成分所构成的基本品质。(2)“把学习数学的主动权交给学生”,“数学素质是学生从数学活动中获得的”。因此,数学教学中注重数学活动是实施数学素质教育的根本途径。要提倡问题解决,注重数学应用,培养数学意识,激发创新思维,让学生“数学地思维”,“把问题作为教学的出发点”,让学生主动参与,让学生在“作数学”和“用数学”的过程中掌握数学。

三、创造性思维教学理论

创造性思维教学理论认为,要实施创造性思维教育,应运用创造性思维教学的策略,提供创造的环境,激发学生的创造动机、创造潜能。在教学中,应努力作到以下几点:

(1)提供创造的环境;

- (2)发挥创造的潜能;
- (3)激发创造的动机;
- (4)培养创造的人格;
- (5)发展创造的技能;
- (6)鼓励创造的行为;
- (7)珍视创造的成果。

§ 1.3 变式教学的教学原则

课堂教学原则的确定,对于正确运用变式教学模式教学,掌握模式的精髓具有重要意义。运用变式教学模式进行教学,除应遵循一般的教学原则外,还必须贯彻以下几条重要原则:

一、目标导向原则

数学教学是师生围绕既定目标而进行的双向活动。因此,教师首先要根据教学内容和学生实际制定出具体的、明确、切实可行的教学目标,然后,在课堂教学过程中,采用变式教学模式,学生在教师启发、引导下完成既定的教学目标。作到教师为目标而教,学生为目标而学,教学目标是教学活动的出发点和归宿。

二、启迪思维原则

数学教学是思维活动的教学。学生思维的积极性和主动性依赖于教师的循循善诱、精心启发。运用变式教学模式教学,教师必须精心设计问题情境,“把问题作为教学的出发点”,“让问题处于学生思维水平的最近发展区”,引导学生逐步发现问题、提出问题、分析问题、解决问题。通过创设思维情境,设置思维

障碍,添设思维阶梯等手段激发学生的好奇心,唤起学生的求知欲。

三、暴露过程原则

数学教学是数学思维活动过程的教学。让学生看到思维过程,主动参与知识的发现,是提高学生学习积极性和发展其数学能力的有效措施。运用变式教学模式教学,应特别强调暴露数学思维过程。讲解概念要求构建情境,提供素材,揭示概念的形成过程;讲解定理(公式)要求模拟定理(公式)的发现过程;例题、习题的教学要求探索变式,拓广成果,对解题思路进行内化、深化探索,总结升华。也就是说,应注意数学概念、公式、定理、法则的提出过程,知识的形成、发展过程,解题思路的探索过程,解题方法和规律的概括过程,使学生在这些“过程”中展开思维,从而发展他们的能力。

四、主体参与原则

高质量的教学需要依赖于智力因素和非智力因素的共同作用,而主体参与是它们二者合谐互动的有效机制。只有当学生具有良好的学习动机,认知和情感都融入教学而实现自觉、自主的学习时,才能达到最优的教学效果。因此,主体参与有助于提高教学质量。可以使课堂充满活力,可以使学生真正成为学习的主人。运用变式教学模式教学,特别强调学生的主体地位与主动参与,注重让学生自己动脑、动口、动手,让他们主动地获取知识,在实践中去观察、探索、发现问题和解决问题。而教师一方面应努力创设启发引导的问题情境,营造民主、宽松、和谐的教学氛围,形成相互尊重、信任、理解、合作的人际关系,培养学

生主动参与的意识;另一方面应运用灵活新颖的教学方法来激发学生的主动性、创造性和求知欲,使学习成为真正意义上的学生个体的内在需要和追求,成为学习主体表现自我的自由方式。

五、探索创新原则

要使学生自主能动地学习,养成积极探索、勤于思考、勇于创新的良好学习习惯,就必须为学生创设自主学习、探索创新的激励氛围。教学民主是学生探索创新、发展创造性思维的土壤,只有构建起良好的课堂人际关系,形成民主和谐的教学氛围,实施全员参与的合作学习策略,才能激发学生的学习兴趣,培养他们积极的学习动机,提高他们的求知欲望,增强他们的探索精神和创新意识,使他们的创造性思维最大限度地活跃起来。因此,运用变式教学模式教学,必须遵循探索创新原则。在教学过程中,教师要善于运用创造性教学策略,包括设疑、启发、鼓励、指导、评价、总结的策略,教学生学会学习,使学生乐学、善学。对教师的具体要求是:(1)运用变式教学,发掘教材教法新意,激发学生学习的动机和兴趣。(2)营造民主、安全、幽默、开放、温暖、相互支持的创新学习氛围。(3)精心设计创造性的问题,对学生的探索创新进行启发、指导。(4)对于已具备基本探索意识和能力的学生,鼓励其抛开模式,自主创新。同时,学生作为教学活动的主体要积极主动地参与教育活动的全过程,培养独立思考,团结合作的学术精神,打破头脑中“唯书唯上”的旧观念,真正成为具有不迷信古人,不迷信名家,不迷信教师,不迷信书本,敢于质疑问难,敢于发表不同意见,敢于反驳老师观点的充满自信和探索创新精神的学习主人。