制度经济学研究

第十辑

Research of Institutional Economics

黄少安／主编

经济科学出版社

制度经济学研究

第十辑

黄少安　主编

经济科学出版社

责任编辑：吕　萍　于海汛
责任校对：董蔚挺
版式设计：代小卫
技术编辑：邱　天

制度经济学研究

第十辑

黄少安　主编
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
北京天宇星印刷厂印刷
海跃装订厂装订
787×1092　16 开　15.375 印张　300000 字
2005 年 12 月第一版　2005 年 12 月第一次印刷
印数：0001—3000 册
ISBN 7-5058-5257-4/F·4524　定价：25.00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

制度经济学研究

Research of Institutional Economics

目　　录

CONTENTS

博弈规则与制度的等价性*

——基于均衡概念的探索

古志辉**

【摘　要】本文主要以均衡概念为基础研究经济博弈规则的定义及其与制度的等价性，首先从博弈均衡出发来研究其决定因素，并将均衡由策略空间推广到了支付函数空间，然后研究市场规则与一般均衡的关系，接着从支付空间和偏好空间两个角度就均衡选择问题进行分析，最后给出了一个博弈规则的定义，并且认为它与新制度经济学中制度定义具有等价性。

【关键词】**博弈规则　制度　多重均衡**
中图分类号：**F224**　文献标示码：**A**

引　言

本文旨在尝试建立一个分析制度及其变迁的博弈论分析框架，出发点在于回答与博弈论和制度变迁理论相关的科学问题。在诺斯（North，1990）的著作《制度、制度变迁与经济绩效》中将制度定义为“制度是一个社会的博弈规则，更规范地说，它们是为决定人们的相互关系而人为设定的一些制约。制度构造了人们在政治、社会或经济方面发生交换的激励结构”①。但是，将制度看做博弈规则的理由和博弈规则的要素作者在著作中没有明确

* 本文获得南开大学国际商学院齐寅峰教授主持的国家自然科学基金重点资助项目资助（70232020）。

** 古志辉，管理学博士，南开大学国际商学院讲师，主要研究方向包括：博弈论与数理经济学，中国经济转轨问题，公司财务学；地址：南开大学国际商学院财务管理系（300071）；电话：022－23508308（O），022－23494075（H），13820410309；E-mail：xiaofei90@163.com。

① North，1990，*Institutions，Institutional Change，and Economic Performance*，Cambridge，MA：Cambridge University Press，P. 1.

给出，而仅仅通过历史研究方法和案例研究方法进行了制度分析。如果没有一个令人信服的、逻辑完备的说明，可能会使运用博弈论方法研究制度及制度变迁陷入困境，因此论文研究的首要出发点在于研究“制度与博弈规则的等价性”这个问题。虽然，日本经济学家青木昌彦（Aoki Masahiko，2001）试图建立一个博弈论的分析框架用于比较制度分析，他将制度概括为“关于博弈是怎样进行的共有信念”，又将纳什均衡视作“当参与人的信念与其行动规则形成一致时”的状态，而行动规则是“参与人依靠这些浓缩的信息得出自己在域的各状态下的行动规则”①。但是很遗憾的是，从纳什（Nash，1951）的论文中反映的信息看，纳什均衡的概念并非如此，而海萨尼（Harsanyi，1967）的论文也没有这样定义贝叶斯—纳什均衡。这就不得不慎重思考青木昌彦的博弈论分析框架是否适用于制度分析，毕竟纳什均衡是博弈的核心概念之一。在核心概念方面与经典论文有出入的话，采用他的分析框架可能会使研究的结果难以与经典的博弈论理论相容。因此，论文首先需要探索博弈规则与制度的等价性，如果博弈规则与制度的定义等价，那么以博弈论的经典文献为基础研究制度及其变迁就是一个自然而然的科学过程。

同时，以阿罗一般可能性定理（Arrow，1951）为逻辑基础，社会选择理论领域的学者也就制度选择问题进行研究；而以科斯定理（Coase，1960）为逻辑基础，新制度经济学也就制度及其变迁问题进行研究。如果阿罗一般可能性定理与科斯定理具有兼容性的话，那么在研究方法的选择和研究框架的设计方面就可以根据研究对象的不同而采取抽象的数理研究方法，再运用案例研究方法去检验；或者运用案例的研究方法对问题进行研究，在此基础上建立抽象的数理模型获得一般性的结果，由此获得的结论如果正确的话，不仅仅能够给予研究对象一个科学合理的解释，而且为博弈论在制度经济学中的广泛运用提供了方法论基础。

当然，纳什、阿罗和德布鲁等经济学家已经建立起来了 N 人博弈均衡、纳什均衡和一般均衡分析框架②，如果对其中证明逻辑进行深入细致的分析研究，可能有助于理解博弈规则和制度的内涵，为研究博弈规则和制度的等价性提供逻辑基础。基于这样的研究思路，本文将分以下几个部分探讨博弈规则与制度的等价性：第一部分是关于博弈均衡以及纳什均衡的概念以及其证明的逻辑，在理解其逻辑的基础上论文将扩展 N 人博弈均衡和纳什均衡

① ［日］青木昌彦著：《比较制度分析》，周黎安译，上海远东出版社 2001 年版，中文版致谢辞，第 12～13 页。

② 阿罗和德布鲁（Arrow 和 Debreu，1954）关于一般均衡存在性的证明逻辑基础是纳什（Nash，1950）的论文，详细情况见 Arrow and Debreu，1954，“Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy”，*Econometrica*，22：pp. 265－290。

的概念，并证明了其存在性，由此使探讨博弈规则的范围有所扩大；此外，在这个部分我们将以纳什（Nash，1951）论文中扑克牌的例子为基础讨论博弈规则问题，由此为理解博弈规则提供逻辑基础。第二部分是关于一般均衡的证明逻辑中的一些细节，明确这样一些细节问题有助于理解市场规则是什么、市场规则的重要性等问题；在此基础上我们将讨论规则应该基于什么样的概念或者范式去定义这样一个问题；虽然本文基于均衡的概念去探讨它，但是可能去定义规则的时候仅仅运用均衡的概念远远不够。第三部分将仔细地探讨关于规则是什么和为什么的问题；在这个部分还将探讨稳定的博弈均衡点的个数，在此基础上结合博弈论和社会选择理论的相关研究结论去研究均衡不惟一时均衡的选择问题。第四部分将对论文获得的相关结果进行讨论，在这个部分，论文将根据博弈论和制度变迁理论的经典文献分析博弈规则和制度的等价性并给出博弈规则的定义。最后一部分则是论文的研究结论和展望，在这个部分论文将对研究中国经济转轨问题提供一个较为新颖的视角。

一、N 人博弈均衡存在性的逻辑及扩展

纳什以角谷不动点定理（Kakutani，1941）为基础探讨 N 人博弈均衡点的存在性和策略选择问题，本文在这个部分将探讨其中的一些细节问题。首先来定义一个博弈：

定义 1（N 人博弈）：一个 N 人博弈可以表示为：

$$G=\{N,\ S_i,\ f_i,\ R\}$$

其中 N 为局中人集合，$N=\{1,\ 2,\ \cdots i\cdots,\ n\}$；$S_i$ 为局中人 i 的策略集，为欧氏空间中的紧凸集，也可以看做是一个以纯策略为基的单型；f_i 为局中人 i 的支付函数：

$$f_i\colon S_i\cdot S_{N\setminus\{i\}}\rightarrow R \tag{1}$$

且在这里本文将局中人 i 的支付函数看做是定义在其策略集上的线性泛函①。

在明确 N 人博弈的定义后，可以将纳什（1950）关于 N 人博弈均衡存在性的定理描述为：对于一个 N 人博弈，若对于任意一个局中人 $i(i\in N)$，其策略集 S_i 为欧氏空间中的非空紧凸子集，且他的支付函数 $f_i\colon S=\prod_{i\in N}S_i\rightarrow R$ 为

① 一般文献中均将支付函数定义为凹的或者拟凹的连续函数，但纳什（1950，1951）原文中支付函数为线性泛函，德布鲁（1982）进行综述时对此问题进行了重点说明，见 Debreu，1982，"Existence of Competitive Equilibrium"，in Arrow and Intriligator Ed.，*Handbook of Mathematical Economics*，Vol. II，North-Holland，pp. 697 – 744.

一实值函数且对于局中人 i 的策略集 S_i 为一线性函数，那么这样一个博弈 $(S_i, f_i)_{i\in N}$ 存在均衡点。

在纳什的论文《N 人博弈的均衡点》中，他证明每一个人追求自己获得最大化的支付意味着 N 人博弈的整体策略空间 $S=\prod_{i\in N} S_i$ 为一闭集，而且考虑混合策略其必然为凸集，且在其上由其他局中人 $N\setminus\{i\}$ 策略空间到任一局中人 i 的策略空间上的对抗函数为上半连续的，那么由 S 到 S 的对抗函数必然是上半连续的，由此使角谷不动点定理得以适用，在 N 人博弈中存在均衡点。而阿罗和德布鲁（Arrow 和 Debreu，1954）引用此文时也给出来一个数理逻辑完备的证明，其证明的逻辑是在 N 人博弈中如果每一个局中人都追求支付最大化，那么对于任一局中人 i 而言，他所面临的其他局中人的对抗函数是上半连续的，也就是说 i 的策略选择集为：

$$\varphi_i(s_{N\setminus\{i\}}) = \{s_i \in S_i \mid f_i(s_i, s_{N\setminus\{i\}}) = \max_{t_i\in S_i} f_i(t_i, s_{N\setminus\{i\}})\} \tag{2}$$

$$s_{N\setminus\{i\}} \in S_{N\setminus\{i\}} = \prod_{j\in N-\{i\}} S_j$$

而 $\varphi_i(s_{N\setminus\{i\}})$ 为一上半连续的凸值映射，那么有：

$$\varphi: S\to S$$

$$\varphi = \prod_{i\in N} \varphi_i \tag{3}$$

φ 为上半连续的凸值映射，由此在策略空间 S 上存在不动点，即为这个 N 人博弈的均衡点。由此再来理解上半连续的对抗函数其中的逻辑，当任何一个局中人 i 参加某种博弈的时候，如果给定他人均追求最大化的支付，那么他追求自己最大化支付的过程意味着他所面临的对抗函数将是上半连续的，也就是说他的选择依赖于其他人的选择，而同时他的选择又与 $N\setminus\{i, j\}$ 一起决定了局中人 j 的选择，那么在局中人 i 追求自己支付最大化就意味着一个上半连续的对抗函数 $\varphi_i(s_{N\setminus\{i\}})$ 决定了他的策略选择范围。在对纳什 1950 年论文清晰理解的基础很容易理解纳什均衡的逻辑，根据纳什 1951 年的论文纳什均衡存在性可以表述为：在 N 人非合作博弈中（不存在串谋），若每个局中人都追求获得最大化的支付，且任一局中人 i 的支付函数为自己策略集的线性函数，那么在这样一个非合作博弈中对于任一局中人而言存在着最优的策略选择，如果其他局中人不改变自己的策略选择，那么局中人 i 没有动机改变自己的最优策略选择；而且如果将任一局中人 i 的策略空间看做是一个以纯策略为基组成的单型的话，那么单型上纯策略之间不同的排列组合并不能改变均衡点的性质。

由上述纳什均衡存在性可知，在纳什均衡中每一个人所选择的是对自己而言最有利的策略，由此形成了一个 N 人的均衡策略选择（$s_i^* \mid s_i^* \in S_i$，$i\in N$），其中 s_i^* 为第 i 个局中人的在其他局中人对抗函数作用下的最优策略选

择。而基于上述关于 N 人博弈均衡点存在性的说明，我们可以这样理解博弈均衡：基于任何一个局中人 i 既定的支付函数，这样的支付函数使局中人面临着一个上半连续的对抗函数，这个对抗函数决定了局中人 i 策略选择的区域，局中人 i 在这个区域内选择自己的最优策略，由此使自己获得最大的支付；而最优策略选择是基于支付的可比性来获得评价的。但是这个上半连续的对抗函数是否与博弈规则有关也需要慎重考虑，延续纳什 1951 年论文中四人扑克牌的例子，我们考虑任意一局“拱猪”的牌局。每个人手中的黑桃、方块、梅花和红桃都是既定的，如果第一个出牌的人出黑桃牌，且假设其他人有黑桃那么必然出黑桃，这是规则所要求的，因此规则决定了每一个局中人策略集的选择范围，而任一人手中的黑桃是有限张，每张都可以看做是纯策略，由此在混合策略条件下其策略集为紧凸集，而规则决定了混合策略的选择范围仅仅是黑桃牌，且规则是由紧凸集到紧凸集的映射，根据闭图像定理其为上半连续的映射①，而最终的结果是存在均衡。如果换一种打法，大家加一副牌开始打“双升”，规则事实上也意味着策略选择需要限制在一定范围内，而每一次出牌都是一个均衡的结果，不同的是“拱猪”中四个局中人不存在串谋，因此其均衡为纳什均衡，而“双升”中四个局中人分为对抗的两方，因此其为多人博弈的均衡。但是，无论是多人均衡还是纳什均衡，规则事实上与对抗函数的关系密不可分，因此需要深入考察博弈规则与上半连续对抗函数的关系。

另一方面，在纳什、阿罗和德布鲁的论文中人为地设定了局中人的支付函数或效用函数，仅仅考虑的是局中人的策略选择而没有考虑其支付函数的选择。事实上，对于任何一个局中人如果其策略集为有限维欧氏空间上的基，那么定义在其策略集上的支付函数为线性函数，而这样的线性函数并不惟一，在其策略集的共轭空间上构成一个紧空间，那么需要考虑的问题便是如果局中人既能选择其策略也能够选择其支付函数，均衡是否存在，换言之，局中人的支付函数是先验地结果还是博弈均衡选择的结果。同理，在阿罗和德布鲁的论文中任何一个消费者，其效用函数为其消费选择集的拟凹连续函数，为其他消费者消费选择集的连续函数，但是对于一个紧凸非空的消费选择集这样的函数也同样不惟一，而是属于一个紧凸空间。而效用函数事实上代表着某种心理感受，那么需要考虑的是这种感受是先验给定的还是经过博弈之后选择的结果。现在先假设纳什论文中定义的支付函数、阿罗和德布鲁论文中定义的效用函数为博弈均衡的结果，也就是说某种支付方式或者心理感受并不能先验地给定，而是博弈均衡的结果，因此，先基于线性函数

① 闭图像定理是 Banach 空间理论的一个重要定理，见定光桂：《Banach 空间引论》，科学出版社 1999 年版，第 322 页。

给出下列扩展博弈均衡的定义。

定义 2：所谓扩展博弈均衡是指在 N 人博弈中，给定任一局中人 i 的策略空间为一由其纯策略为基组成的单型，若给定他选择的某种支付函数，存在一个纳什意义上的博弈均衡，如果他所选择的支付函数或者说获得收益的手段并不惟一，那么博弈均衡中局中人最优的策略选择在不同的支付函数作用下可能不同，因此扩展博弈均衡为一个三元组：

$$\{s^*, \varphi^*, f^* \mid s^* = (s_1^*, \cdots s_i^*, \cdots s_N^*), \\ \varphi^* = (\varphi_1^*, \cdots \varphi_i^*, \cdots \varphi_N^*), f^* = (f_1^*, \cdots f_i^*, \cdots f_N^*)\} \tag{4}$$

这样一个三元组揭示了扩展博弈均衡的所有信息。如果这个博弈不存在串谋，那么博弈均衡就是扩展纳什均衡。

定理 1：在 N 人博弈中，如果任一局中人 i 的策略集为欧氏空间上的单型，且任一局中人都追求最大化的支付，那么扩展博弈均衡必然存在于这样一个博弈中。如果这个博弈中不存在串谋，那么获得的扩展博弈均衡就是扩展纳什均衡。

证明：对于任何一个局中人 i 而言，其决策目标可以表达为：

$$\max_{s_i} f_i(s_i, s_{N\setminus\{i\}}) \tag{5}$$

$$s.t. \quad s_i \in \varphi_i(s_{N\setminus\{i\}}), \text{且 } \varphi_i(\cdot) \text{ 为上半连续的凸值映射}$$

由于 $f_i(s_i, s_{N\setminus\{i\}})$ 为关于 s_i 的线性泛函，因此，根据 Hahn-Banach 定理必然存在一个新的连续线性泛函 $\tilde{f}_i$①，使

$$f_i(s_i^*, s_{N\setminus\{i\}}^*) = \max_{s_i \in \varphi_i(S_{N\setminus\{i\}})} f_i(s_i, s_{N\setminus\{i\}}) = \max_{s_i \in \varphi_i(S_{N\setminus\{i\}})} \tilde{f}_i(s_i) = \tilde{f}_i(s_i^*) \tag{6}$$

而且我们知道局中人 i 的策略集为欧氏空间上的单型，那么其共轭空间为自共轭空间。若考虑局中人 i 一共有 n_i 种纯策略，那么 s_i^* 可以表达为 $s_i^* = \sum_{k=1}^{n_i} \pi_k s_i^k$，$s_i^k$ 为局中人 i 的第 k 个纯策略，又 $\sum_{k=1}^{n_i} \pi_k = 1$。则 $\tilde{f}_i(s_i^*)$ 可以表达为：

$$\tilde{f}_i(s_i^*) = \sum_{k=1}^{n_i} \tilde{f}_k \cdot (\pi_k s_k) \tag{7}$$

若局中人 i 的第 k 种纯策略所在的坐标表达为 $(0 \cdots 0, \overset{\text{第}k\text{个}}{1}, 0, \cdots, 0)$，即为 n_i 维单型第 k 维的坐标。若考虑策略空间的自反空间 S_i^{**}，有：

$$\tilde{f}_i(s_i^*) = M_i(\tilde{f}_i) \tag{8}$$

$$M_i \in S_i^{**}$$

由此可以将 $\tilde{f}_i$所在支付函数选择集看做是一个与 n_i 维单型同构的单型

① Hahn-Banach 定理为 Banach 空间理论的一个重要定理，见定光桂：《Banach 空间引论》，科学出版社 1999 年版，第 135 页。

$T_i(\tilde{f}_i \in T_i)$，那么我们又可以定义一个新的策略空间为 $W_i = S_i \cdot T_i$，而新的支付函数为：

$$g_i(w_i^*,\ w_{N\setminus\{i\}}^*) = \max_{w_i} g_i(w_i,\ w_{N\setminus\{i\}}) \tag{9}$$

$$s.\,t.\ w_i^* \in \varphi_i^*(w_{N\setminus\{i\}})$$

$$w_i = (s_i,\ \tilde{f}_i) \in W_i = S_i \cdot T_i$$

那么由角谷不动点定理和纳什论文知这样的 N 人博弈存在均衡点且在非合作条件下纳什均衡存在，且支付函数的值由前述分析知，可表达为：

$$\max_{(s_i f_i)} g_i((s_i,\ f_i),\ (s_{N\setminus\{i\}}^*,\ f_{N\setminus\{i\}}^*)) \tag{10}$$

$$= g_i((s_i^*,\ f_i^*),\ (s_{N\setminus\{i\}}^*,\ f_{N\setminus\{i\}}^*))$$

$$= \langle s_i^*,\ f_i^* \rangle$$

其中 $(s_i^*,\ f_i^*) \in \varphi_i^*(s_{N\setminus\{i\}}^*,\ f_{N\setminus\{i\}}^*)$，且 $\langle s_i^*,\ f_i^* \rangle$ 为向量积，$\langle s_i^*,\ f_i^* \rangle = \sum_{k=1}^{n_i} f_k^* \cdot s_k^*$；定理证毕。

根据纳什论文的定义，N 人博弈局中人策略集 S_i 是一个紧凸集，定义在其上的所有拟凹函数记作集合 $X^i(S_i)$，这样的一个集合构成泛函分析意义上的 Banach 空间，同时构成拓扑学意义上的紧集，这个集合中任何一个元素根据 Weierstrass 定理可以表述为多项式的形式，而任何一个多项式都可以在其定义域内任一的邻域内由线性函数逼近①，于是连续支付函数就可以在上述角谷不动点内涵的凸值映射的区域内获得线性表达，因此，又可以重复前述证明的逻辑来获得博弈均衡在支付函数空间上的推广。

定理 2： 如果在 N 人博弈中任何一个局中人的支付函数为其策略集的连续拟凹函数，为其他博弈局中人策略集的连续函数，定理 1 的结果仍然成立。

证明： 对于任一局中人 i 其策略集 S_i 为欧氏空间上的紧凸集，在其上所有的拟凹连续函数：

$$\tilde{f}_i: S_i \to R \tag{11}$$

所组成的集合定义为 $X^i(S_i)$，由 Weierstrass 定理知 $X^i(S_i)$ 中的任何一个元素在 S_i 的任一邻域内可以表示为线性泛函 $\{\tilde{f}_i^j\}$ 和的形式，对于其中的任一线性泛函可以由 Hahn-Banach 定理知存在定义在 S_N 上的另一线性泛函与之相等。因此对于任意定义在 S_i 上的连续函数而言，存在一个连续函数：

$$f_i: S_N \to R \tag{12}$$

① Weierstrass 定理是 Banach 空间理论的一个定理，见定光桂：《Banach 空间引论》，科学出版社 1999 年版，第 35 页。

在某一邻域内与其相等。而对于逼近其的线性泛函组合中的任一线性泛函可以重复前述定理1的证明过程证明均衡存在，由此定理2成立。

说明：定理1和定理2的证明逻辑涉及拓扑学和Banach理论的内容，这里不作重点说明，现在阐述其经济学含义。如果认为的设定支付函数或者效用函数，事实上是将研究者的先验判断强加在研究对象身上，而没有考虑支付函数或者效用函数形成的原因。如果将支付函数看做是某种生产模式，效用函数看做是某种心理感受，从经济史的角度看不同国家不同地域生产模式和人的心理感受并不完全相同，而定理1和定理2的结论则意味着某种生产模式或者心理感受的形成事实上是均衡的结果。因此，角谷不动点定理成立所要求的上半连续的凸值映射不仅仅决定了经济局中人策略的选择范围，而且决定了他们支付函数的选择范围，关于这些问题论文将在第五部分进行深入探讨，下面来看一般均衡的逻辑与市场规则。

二、一般均衡的证明逻辑与市场规则

（一）阿罗—德布鲁一般均衡的逻辑

这里仅仅考虑的是自由处置均衡（free disposal-equilibrium）的存在性，因为一般均衡的存在性仅仅是在其基础上进行的一些改善，如果能够很好地理解这个均衡存在的话，那么理解一般均衡的存在性并不是一件困难的事情。下面将阿罗和德布鲁（Arrow 和 Debreu，1954）关于竞争均衡存在性中关于自由处置均衡存在问题的证明作一些说明。在纳什运用角谷不动点定理证明 N 人博弈存在均衡点之后，德布鲁（1952）参照纳什的方法证明了社会经济系统中均衡的存在性，他的定理可以描述为：对于一个 N 人的社会系统中的任一代理人 i 而言，若其某种行动的选择集 A_i 为欧氏空间中的非空紧凸子集，而 i 的支付函数为一连续的实值函数 f_i，且对于 i 的选择集 A_i 而言 f_i 为其上的拟凹函数，而且若存在一个连续的凸值映射：

$$\varphi: {}_iA = \prod_{i \in N} A_i \rightarrow A_i \tag{13}$$

那么这样一个社会系统 $(A_i, f_i, \varphi_i)_{i \in N}$ 存在均衡。

根据德布鲁的证明逻辑，原先的上半连续的对抗函数变成了连续的对抗函数，其他的并没有发生变化；而事实上如果一个映射即使上半连续的也是下半连续的，那么这个映射就是连续映射，因此，可以将上述经济系统的均衡看做博弈均衡的特例讨论。下面将讨论自由处置均衡的存在性的定理，由

此可以明确上述连续映射的经济学内涵。

定理 3（Arrow 和 Debreu，1954）：对于一个自由处置的经济均衡而言，若对于每一个消费者 i，其消费选择集 X_i 为 l 维实空间中的紧凸子集；在可达消费集 $\hat{X}_i$ 存在一个非饱和消费；且集合 $\{(x, x') \in X_i \cdot X_i \mid x \leqslant_i x'\}$ 为一闭集（式中 $\leqslant_i$ 代表弱偏好关系）；且若 x 和 x' 分别为消费选择集中的两个元素且 $x <_i x'$（式中 $<_i$ 代表严格偏好关系），若存在一个实数 r，$r \in [0,1)$，则 $x <_i rx + (1-r)x'$，而在 X_i 中存在一个 x_i^0 且 x_i^0 远小于其初始禀赋 e_i。而对于每一个厂商 j 而言，其生产可能性集 Y_j 为 l 维实空间中包含原点的紧凸子集，那么在自由处置的经济中存在瓦尔拉斯均衡，即剩余需求的价值为 0 的均衡存在。

说明：首先我们看到的关于消费者 i 的选择集 X_i 是商品空间 R^l 中的紧凸子集，我们可以将其看做一个 l 的单型；厂商 j 的生产选择集 Y_j 是商品空间 R^l 中包含原点的紧凸子集；而在其证明中还引入一个瓦尔拉斯代理人选择一个价格向量，这个价格向量所在的集合是 l 维实空间中的一个紧凸子集或者说是一个单型。事实上，从他们的证明逻辑中得到的信息是价格向量 p 事实上所在的空间是商品向量空间的共轭空间，由此可以将价格向量看做定义在商品空间上的有界线性泛函，有界性意味着连续性，因此存在一个连续的函数：

$$M_i: (R^l)^* \to R \tag{14}$$

$$M_i(p) = px_i,\ p \in (R^l)^*,\ x_i \in X_i \subset R^l$$

而函数 M_i 也可以看做是 R^l 自反空间中的某一元素使：

$$M_i(p) = p(X) \tag{15}$$

价格向量所在的单型 P 与消费者 i 的选择集 X_i 同构，而这样一种同构意味着一物一价的市场规则。其次，在他们根据任何一个局中人 i 的初始财富和既定的价格向量给出了一个从价格向量空间和初始禀赋空间到局中人选择集 X_i 上的连续凸值映射：

$$\beta_i: P \cdot W_i \to R^l \tag{16}$$

$$\beta_i(p, w_i) = \{x \in X_i \mid p \cdot x \leqslant w_i,\ p \in P,\ w_i \in W_i,\ W_i \subset R^l\}$$

W_i 为消费者初始禀赋所在的紧凸集

这样一种映射意味着每一个消费者将遵循收支平衡的规则行事。此后，他们将市场中的博弈局中人划分为消费者、厂商和瓦尔拉斯代理人，分别将消费者看成是追求效用最大化的行为人，厂商为追求自身利润最大化的行为人，而瓦尔拉斯代理人则是选择一个价格向量使市场供求平衡，而自己既不亏损也不盈利，由此使各方面临的对抗函数都是连续的，由此满足了前述关于社会经济博弈均衡的存在性定理，使均衡得以存在，而上述市场规则也就是一

物一价原则与收支平衡原则是对抗函数连续的充要条件，而对抗函数连续意味着角谷不动点定理适用，存在均衡点。因此根据角谷不动点定理和最大值定理可以得到以下结论：

定理4：在一物一价原则和收支平衡原则这样的规则作用下，市场博弈存在一个均衡点，这样一个均衡就是瓦尔拉斯均衡；反之，瓦尔拉斯均衡的存在也要求博弈各方面临一个连续的对抗函数，而这样的对抗函数意味着一物一价原则和收支平衡原则。

证明：由前述对阿罗和德布鲁关于自由处置均衡存在性证明逻辑的说明可知，定理的前半部分显然成立，下面证明定理的后半部分。首先需要阐述的是瓦尔拉斯均衡的定义：剩余需求的价值为0。这个定义包含两层意思，第一层是说剩余需求所在的集合不为空，其次才是其价值为0，第二个层次的理解是基于对第一个层次的清晰理解基础上的。剩余需求集不为空集意味着：

$$\{z \mid z = \sum x_i - \sum e_i - \sum y_j \leqslant 0\} \tag{17}$$

这样一个集合不空，而在均衡条件下 $p^* z^* = 0$。如果不存在预算约束的话，可能对于某些人 i 而言 $px_i > pe_i + \sum \theta_{ij} py_j$，且只有对某些人 k 而言 $px_k < pe_k + \sum \theta_{kj} py_j$，才可能存在均衡。考虑价格严格大于0，那么对于某些人 i 而言预算约束不存在，局部非饱和性意味着那些人 k 会使 $px_k \geqslant pe_k + \sum \theta_{kj} py_j$。由此，在价格大于0的条件下 $\{z \mid z = \sum x_i - \sum e_i - \sum y_j \leqslant 0\}$ 这样的集合不存在，也就是说不存在瓦尔拉斯均衡。因此，不存在预算约束，瓦尔拉斯均衡不存在。那么其逆否命题是瓦尔拉斯均衡存在意味着预算约束存在，而预算约束为连续映射。且一物一价原则如果不成立的话，显然无法计算预算约束，定理证毕。

根据上述定理4可以看出市场规则事实上就是经济代理人消费或者生产选择集之间的连续映射，因此可以理解在 N 人博弈中上半连续的凸值映射与博弈规则存在某种联系，而这种连续在一般均衡中表现为凸值映射与市场规则的等价性，下面给出市场规则的定义。

定义3：所谓市场规则是指在市场处于瓦尔拉斯均衡的条件下，市场博弈的各方最优策略选择之间的关系，这样一种关系体现为一个连续的映射，这个映射意味着一物一价原则和收支平衡原则。

（二）一般均衡和市场规则的进一步讨论

首先需要明确的是阿罗—德布鲁一般均衡应该被称为确定性状态下的均衡还是完全信息条件下的均衡，因为在阿罗和德布鲁的论文中他们并没有假

设信息是完全的，而在德布鲁的论文《价值理论》中所区分的是确定性与不确定性均衡，现在用一个图来对他们的逻辑进行讨论（见图1）。在图1中，对于任何一个经济的参与人而言，在预算约束条件下他可以选择的无差异曲线分别为 U_1 和 U_2，都与预算约束线相切于 A 点。但是一般均衡存在的特征向量是（x^*，p^*，y^*），也就是说对于 n 个消费者而言存在一个最优的消费组合 $x^*=(x_1^*, \cdots, x_n^*)$，而对于 m 个厂商而言存在一个最优的生产组合 $y^*=(y_1^*, \cdots, y_m^*)$ 和 l 种商品的最优价格向量 $p^*=(p_1^*, \cdots, p_l^*)$，而且剩余需求的价值为0。这意味着阿罗—德布鲁一般均衡所省略的信息是关于经济参与人对于商品心理感受的信息，也就是说只要满足预算约束条件下任何一个拟凹的效用函数在最优的均衡点与预算约束在 A 点相切就可以了，并没有考虑边际效用的变化，即效用函数的二阶导数。阿罗—德布鲁一般均衡并不能称为完全信息条件下的市场均衡，他们的工作更多的是考虑到确定性条件下市场的博弈特性给出的，因此在不考虑自然状态的情况下阿罗—德布鲁一般均衡应该被称为确定性条件下的一般均衡，而不是完全信息条件下的一般均衡。

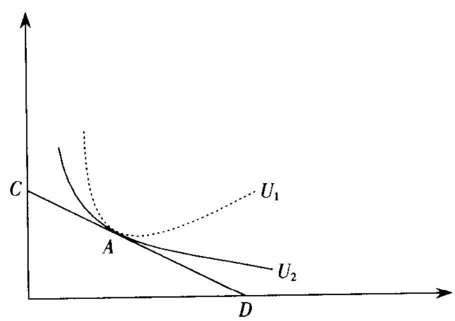

图1　不同无差异曲线相切于一点的情形

在将阿罗—德布鲁一般均衡的内涵和概念界定清楚以后，我们进一步讨论市场规则的内涵。通过上述分析可知，定义3所述的市场规则与瓦尔拉斯均衡具有等价性，而根据福利经济学第一定理和福利经济学第二定理，瓦尔拉斯均衡与帕雷托有效在一定条件下具有等价性，因此进一步讨论市场规则的福利因素可以进一步揭示市场的作用，由此深入理解市场规则。

首先，还是从一物一价原则开始讨论，先来看商品的分类。通过上述分析可知，商品空间是有限维的欧氏空间，在上文中表达为 R^l，但是划分商品空间维数的标准是什么却没有准确的回答。现在先考虑市场上存在 $l-1$ 种商品，那么第 l 种商品为什么会在市场上交易呢？先在市场博弈中任意一个局中人 i，在 $l-1$ 种商品交易的市场中其选择集或者说策略集 X_i 为 R^{l-1}