初中代数自学纲要

第 三 册

周 继 光 编

科学技术文献出版社

初中代数自学纲要

（第三册）

周 继 光 编

科学技术文献出版社

初中代数自学纲要

（第 三 册）

周继光　编

科学技术文献出版社出版
中国科学技术情报研究所印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
开本 787×1092　1/32　印张 7.25　字数 157,000
1987 年 9 月第 1 版　1987 年 9 月第 1 次印刷
印数 1—40,000 本

统一书号：7176·71　　定价：1.30 元

ISBN 7-5023-0014-7/G·7

内容提要

本书根据初中代数课程的基本要求，包括数的开方、二次根式、一元二次方程、指数等四章，并参照全日制普通中学的课堂教学顺序，分成八十七个课时，逐课给予学习指导。在本书中，每课均包括学习要点、练习指导和参考习题这样三个部分。本书注意帮助读者抓住学习重点、辨析难点，讲清学习过程中一些容易混淆的问题；针对一些主要类型的习题指导读者如何解题；每课均有适量练习，以便熟练、巩固所学到的知识。每一单元之后还有自我检查题，书末附有答案，供读者随时检查自学效果。结合本书自学，或是重温、复习初中代数，犹如身临课堂，聆听优秀教师的授课，以期得到更好的学习成绩。此外，本书对普通中学初中二年级的学生以及职工业余中学的学生在学习初中代数时也有指导作用，对家长指导、检查子女的学习也有参考作用。

本书作者周继光是上海市特级教师。

目　录

第 九 章

数 的 开 方

9.1 平 方 根

1 **[学习要点]** 1. 如果一个数的平方等于 a，这个数就叫做 a 的**平方根**，也叫做 a 的**二次方根**。也就是说，如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根。

一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根。

正数 a 的两个平方根分别为 $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$，也常常合起来记作 $\pm\sqrt{a}$。

2. 求一个数的平方根的运算，叫做**开平方**，这个数叫做**被开方数**。

开平方和平方互为逆运算。

[练习指导] 1. 根据定义，求出一个数的平方根。例如求64的平方根，可以通过平方运算 $(\pm 8)^2=64$，求得64的平方根为 ± 8。

注意：① 一个正数有两个平方根，不要漏掉负的那个平方根。

② 表示一个数的平方根的写法常见的有两种，例如表示36的平方根

格式一：　　36的平方根是 ± 6。

格式二：　　$\pm\sqrt{36}=\pm 6$。

读者在解题中应熟练掌握这二种写法，防止出错。

注意：如果要求一个带分数的平方根，应将这个带分数先化成假分数。

2．判别一个数有没有平方根。这只要依据正数和零都有平方根,负数没有平方根这一性质即可。例如 -49是负数,所以 -49没有平方根。

［**参考习题**］

1．填空：

(1) $(\quad)^2=0.81$， 0.81的平方根是______。

(2) $(\quad)^2=\dfrac{49}{64}$， $\dfrac{49}{64}$ 的平方根是 ______。

(3) $(\quad)^2=1\dfrac{15}{49}$， $1\dfrac{15}{49}$ 的平方根是 ______。

2．求下列各数的平方根(把结果写在后面的括弧里)：

2.25,(　　)；　4.41,(　　)；　0.0121,(　　)；

$\dfrac{49}{361}$,(　　)；　$\dfrac{169}{196}$,(　　)；　$5\dfrac{1}{16}$,(　　)；

35^2,(　　)；　$(-35)^2$,(　　)。

3．(1) 如果正数 a 的一个平方根是 b,那么 a 的另一个平方根是什么?为什么?

(2) 如果一个数有两个平方根,那么它们的和是多少?为什么?

(3) 已知某数只有一个平方根，求这个数。

4．下列结论是否正确，正确的打上“√”，错误的打上“×”，并加以改正：

(1) 任何数都有一个平方根是正数。　(　　)

(2) $\sqrt{-7}$ 是 -7 的一个平方根。　(　　)

(3) a^2的平方根是 $\pm a$。　(　　)

(4) $|-a|$的平方根是 $\pm\sqrt{a}$。　　　　　　　(　　)

5. 求下列各式中的 x：

(1) $x^2=5\frac{4}{9}$。　　　　　　*(2) $3x^2-5=1$。

9.2 算术平方根

2

[**学习要点**] 正数 a 的正的平方根，叫做 a 的**算术平方根**，记作$\sqrt{a}$。

零的算术平方根仍旧是零；负数没有算术平方根。

[**练习指导**] 1. 明确平方根和算术平方根概念的联系和区别。

对此，应能回答诸如下列问题：

(1) 81 的平方根是什么？81 的算术平方根呢？

(2) $\sqrt{16}$表示什么？$\sqrt{16}=\pm 4$ 对吗？为什么？

(3) 怎样用算式表示 121 的算术平方根是 11？

(4) 怎样用算式表示 121 的一个平方根是 -11？

2. 求一个正数的算术平方根。

这里，问题的提法通常有两种，例如：

(1) 求$(-15)^2$的算术平方根

(2) 计算　$\sqrt{(-15)^2}$，$-\sqrt{15^2}$。

说明：任何一个非负数都有唯一的算术平方根，并且算术平方根总是一个非负数。应通过计算加深认识算术平方根是非负数这一性质。

[**参考习题**]

1. 填表：

被开方数	100	121	144	169	196	225	256	289
平方根								
算术平方根								
被开方数	324	361	400	441	484	529	576	625
平方根								
算术平方根								

2．填空：

（1）0 的平方根是____，0 的算术平方根是____。

（2）169 的算术平方根是____，169 的负的那个平方根是____。

（3）把 5 平方，再求所得的幂的平方根，结果是____。

（4）把 -5 平方，再求所得的幂的算术平方根，结果是____。

3．下列结论对不对？如有错，请加纠正。

（1）$\sqrt{625}=\pm 25$。　　（2）$-\sqrt{8.1}=-0.9$。

（3）$\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=-\frac{3}{4}$。　　（4）$\sqrt{9\frac{1}{4}}=3\frac{1}{2}$。

（5）算术平方根总是正数。

（6）$\sqrt{a^2}$ 表示 a^2 的平方根。

4．求下列各数的算术平方根（把结果写在后面的括弧里）：

900，（　　）；　　$\frac{196}{289}$，（　　）；

$1\frac{9}{16}$，（　　）；　　$(-25)^2$，（　　）。

5．计算

$\sqrt{1}=$______；$-\sqrt{81}=$______；$\sqrt{\frac{4}{9}}=$______；

$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=$______；　$\sqrt{(-7)^2}=$______；

$-\sqrt{7^2}=$______；　$(-\sqrt{7})^2=$______；

$\sqrt{(-0.3)^2}=$______；　$-\sqrt{0.09}=$______。

6.（1）什么数的平方根等于它本身？

（2）什么数的算术平方根等于它本身？

9.3 平 方 根 表

3

［**学习要点**］ 通过查平方根表，可以求出任意一个具有四个数位的数的算术平方根的近似值。

在平方根表中，可直接查得算术平方根的数（即**表内数**）的范围是 1.000 到 99.99。应首先掌握“表内数”平方根的查法，方法与“平方表”查法一样。

［**练习指导**］ 1. 使用平方根表左侧的“主表”，查1.00到99.9之间只有三个数位的数的算术平方根。例如，会查表求$\sqrt{1.35}$、$\sqrt{13.5}$。

与平方表的查法作比较，1.35^2 和 13.5^2 是在平方表中同一位置查得，但$\sqrt{1.35}$和$\sqrt{13.5}$却要在平方根表的不同位置才能查得。

2. 使用“修正值表”，查1.000到99.99之间有四个数位的数的算术平方根。例如，会查表求 $\sqrt{1.354}$、$\sqrt{14.02}$、$\sqrt{71.236}$。

平方根表的修正值的使用方法与平方表相同。查表的具体步骤是：i. 按“被开方数”的前三位，查“主表”；ii. 按它的第四位查得“修正值”，加到第一步得数的末位上。

如果被开方数具有四个以上数位时，先四舍五入成四个数位的数，再查表。

[参考习题]

1. (1) 利用平方表，计算：

$2.6^2=$________，　　$7.4^2=$________，

$7.45^2=$________，　　$99.9^2=$________。

(2) 利用(1)的结果，计算：

$\sqrt{6.76}=$________，　　$\sqrt{54.76}=$________，

$\sqrt{55.5}=$________，　　$\sqrt{99.8}=$________。

(3) 再利用平方根表，计算上面各题。

2. (1) 如果被开方数只有一位整数，那么它的算术平方根有几位整数？

(2) 如果被开方数有两位整数，那么它的算术平方根有几位整数？

3. 不查表，估计下列各数的整数部分(把结果写在后面的括弧里)：

(1) $\sqrt{7.86}$，(　　)。 (2) $\sqrt{7.86}$，(　　)。

(2) $\sqrt{4.853}$，(　　)。 (4) $\sqrt{48.53}$，(　　)。

4. 查表求下列各数的算术平方根(把结果写在后面的括弧里)：

59.8，(　　)。 5.98，(　　)。 7，(　　)。40，(　　)。

59.89，(　　)。 5.989，(　　)。 53.012，(　　)。

38.896，(　　)。 $1\frac{7}{8}$，(　　)。 $44\frac{4}{9}$，(　　)。

5. 查表求下列各式的值(精确到0.01)：

$\sqrt{8}=$________。　　$\sqrt{80}=$________。

$-\sqrt{2.28}=$________。　　$\sqrt{22.8}=$________。

$-\sqrt{98.05}=$______。 $\sqrt{9.805}=$______。

$-\sqrt{58\frac{1}{40}}=$______。 $-\sqrt{5.1396}=$______。

6. 查表求下列各数的平方根(把结果写在后面括弧里)：

2.837,( )。 28.37,( )。

87.295,( )。 $55\frac{5}{9}$,( )。

7. (1) 一个正方形的边长是 6.8cm,这个正方形的面积是多少?

(2) 一个正方形的面积是 6.8cm²,它的边长是多少?

8. 一个正方形水池,容积是 6.05立方米,池深 0.8米,求水池每边的长(精确到厘米)。

4

[学习要点] 被开方数的小数点向右或向左移动两位，它的算术平方根的小数点相应地向右或向左移动一位。

利用上述小数点移动法则，可以通过平方根表求**表外数**(即小于 1 或大于100的数)的算术平方根。

[练习指导] 1. 掌握查平方根表求“表外数”的算术平方根的方法。

例如，查表求$\sqrt{0.236}$、$\sqrt{23600}$的值，应先把被开方数的小数点两位两位地移动,使之成为“表内数”,即 0.236→23.6、23600→2.36；查表得 $\sqrt{23.6}=4.858$、$\sqrt{2.36}=1.536$;再将查得的结果按上述被开方数和算术平方根的小数点的移动法则，得$\sqrt{0.236}=0.4858$、$\sqrt{23600}=153.6$。

注意:在被开方数和算术平方根的小数点移动法则中,小数点是依相同方向移动的，具体体现在$\sqrt{23.6}=4.858$ 和

$\sqrt{0.236}=0.4858$中；如果在 0.236→23.6和4.858→0.4858之间来看“表外数”的算术平方根的查法，则小数点要依相反方向移动——就是说，被开方数的小数点每移动两位，查得的算术平方根的小数点应该向相反方向移动一位。

2．利用平方根表和平方表，进行数的计算，诸如

$\sqrt{0.2917}-\sqrt{376.2}+\sqrt{355.62}$、　$\sqrt{11.02^2+38.4^2}$

等计算，这些在掌握了查表求平方和算术平方根方法基础上是不难的。

［**参考习题**］

1．已知：$\sqrt{2.912}=1.707$、$\sqrt{29.12}=5.396$，求下列各式的值：

(1) $\sqrt{0.2912}=$______；(2) $\sqrt{2912}=$______；

(3) $\sqrt{291.2}=$______；(4) $\sqrt{0.02912}=$______。

2．利用平方根表，求下列各数：

(1) $\sqrt{368.5}=$______；$\sqrt{3685}=$______；

$\sqrt{0.3685}=$______；$\sqrt{0.03685}=$______。

(2) $\sqrt{9732}=$______；$\sqrt{97320}=$______；

$\sqrt{0.0973}=$______；$\sqrt{0.00973}=$______。

3．改正下列各题的解题错误：

(1) $\sqrt{20.71}=4.550+1=5.550$。

(2) $\sqrt{56.0849}\approx\sqrt{56.09}=7.483+0.006=7.849$。

(3) $\sqrt{0.7899}=\sqrt{78.99}=8.883+0.005=8.888$。

4．查表求下列各数的算术平方根（把结果写在后面的括弧里）：

325,(　　)；　3250,(　　)；　827.3,(　　)；

0.8273,(　　)；0.00002,(　　)；0.00074,(　　)；

9000,(　　)；　3456.3,(　　)。

5. 查表求下列各数的平方根：

6250,(　　)；　　　　0.036,(　　)；

$\frac{7}{11}$,(　　)；　　　　$161\frac{9}{98}$,(　　)。

6. 求下列各式中的x(精确到 0.01)：

(1) $x^2=160$。　　　　(2) $x^2-0.361=0$。

(3) $x^2-0.009=0$ (其中$x<0$)。

*7 利用平方根表和平方表，计算：

(1) $\sqrt{49.28}+\sqrt{157}+\sqrt{0.2025}=$________。

(2) $\sqrt{1111}-\sqrt{(-33.33)^2}=$________。

(3) $\sqrt{60.48}-\sqrt{16.89}+\sqrt{0.1109}=$________。

(4) $\sqrt{56.48^2-43.52^2}=$________。

*8 一个正方体的表面积是1440平方厘米，求这个正方体的棱长(精确到0.1厘米)。

9.4 立　方　根

5

[**学习要点**] 1.如果一个数的立方等于a，这个数就叫做a的**立方根**(也叫做a的**三次方根**)。也就是说，如果$x^3=a$，那么x叫做a的立方根。记作$x=\sqrt[3]{a}$。

一个数的立方根总是存在的。正数有一个正的立方根，负数有一个负的立方根，零的立方根是零。

如果 $a>0$，那么$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$，可见任何一个负数的立方根都可以化成一个正数(这个负数的相反数)的立方根的相反数。因此，这里只要着重研究正数的立方根就够了。

注意立方根与平方根概念和性质的区别。当a为任何数时，$\sqrt[3]{a}$都有意义，而$\sqrt{a}$并不是都有意义(只有当$a\geqslant 0$时

$\sqrt{a}$才有意义)。

2. 求一个数的立方根的运算，叫做**开立方**，这个数叫做**被开方数**。

开立方与立方互为逆运算。

[**练习指导**] 1.利用定义，求一个数的立方根。例如求27的立方根，通过立方运算 $3^3=27$，求得 27 的立方根为 3。

说明：求一个数的立方根的步骤与书写格式，与本书第 2 页上求一个数的平方根类似。

2. 利用立方根的定义、性质，计算含立方根的式子的值。例如计算 $-\sqrt[3]{-\frac{125}{216}}$、$\sqrt[3]{\frac{37}{64}-1}$ 。

注意：$\sqrt[3]{a}$ 与 a 的符号相同。

想一想：能否把式子$\sqrt{-a}$与$\sqrt[3]{-a}$中的“－”号移到根号外面?反过来，能否把$-\sqrt{a}$与$-\sqrt[3]{a}$中根号外面的“－”号移到根号里面?

[**参考习题**]

1. (1) 填表

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^3												

(2) 利用上表，求下列各数的立方根（把结果写在后面的括弧里)：

125,(　　)；　　－729,(　　)；　　－1331,(　　)；

$\frac{27}{64}$,(　　)；　　$-1\frac{127}{216}$,(　　)。

2. 求下列各式的值：

$\sqrt[3]{8000}=$________，　　$-\sqrt[3]{0.008}=$________，

$\sqrt[3]{-\frac{125}{216}}=$______; $-\sqrt[3]{-343}=$______;

$\sqrt[3]{-1}=$______; $\sqrt[3]{(-1)^2}=$______;

$-\sqrt[3]{-\frac{729}{512}}=$______; $\sqrt[3]{\frac{37}{64}-1}=$______;

$\sqrt{5^2}=$______; $\sqrt[3]{5^3}=$______;

$\sqrt{(-5)^2}=$______; $\sqrt[3]{(-5)^3}=$______;

3. 求下列各式中的x：

(1) $x^3=729$。 (2) $x^2=729$。

(3) $\sqrt[3]{x}=4$。 (4) $\sqrt{x}=4$。

4. 求下列各式中的x：

(1) $64x^3+125=0$。

(2) $x^3+1=\frac{7}{8}$。

9.5 立方根表

6

[学习要点] 由立方根表，能查出任意一个有三个数位的数的立方根的近似值。

立方根表的查法，是与“平方根表”中的主表的查法相仿的，要注意立方根表没有修正值，“表内数”的范围是 0.100 到99.9。

查立方根表求表外数的立方根，要掌握被开方数和立方根的小数点移位法则：被开方数的小数点向右或向左移动三位，它的立方根的小数点相应地向右或向左移动一位。根据这一道理，被开方数的小数点必须三位三位地移动，使成为“表

内数”；并且被开方数的小数点每移动三位，查得的立方根的小数点应该向“相反方向”移动。

[**练习指导**] 1. 直接查立方根表，求 0.1～99.9 的数的立方根。

注意：如果一个数虽在 0.1～99.9 范围里，但多于三个有效数字，应该先行四舍五入，使之成为“表内数”。

2. 应用被开方数和立方根的小数点移动法则，求“表外数”的立方根。

[**参考习题**]

1. 查表求下列各式的值：

(1) $\sqrt[3]{0.5}=$______，$\sqrt[3]{5}=$______，$\sqrt[3]{50}=$______。

(2) $\sqrt[3]{0.169}=$________，$\sqrt[3]{1.69}=$________，

$\sqrt[3]{16.9}=$________。

(3) $\sqrt[3]{0.1254}=$________，$\sqrt[3]{1.254}=$________，

$\sqrt[3]{12.54}=$________。

2. 已知：$\sqrt[3]{32.8}=3.201$、$\sqrt[3]{3.28}=1.486$、$\sqrt[3]{0.328}=0.6896$，求下列各式的值：

$\sqrt[3]{32800}=$________，$\sqrt[3]{0.00328}=$________，

$\sqrt[3]{328000}=$________。

3. 查表求下列各式的值：

$\sqrt[3]{0.00808}=$________，$\sqrt[3]{-0.000084}=$________，

$\sqrt[3]{-3140}=$________。 $\sqrt[3]{2400000}=$________，

$-\sqrt[3]{0.0062584}=$________。

4. 查表求下列各数的立方根（把结果写在后面的括弧里）：

0.492，(　　)； −60.8，(　　)； 5.88，(　　)；