



大学本科小学教育专业教材

概率论与数理统计

GAILULUN YU SHULI TONGJI

宋立新 主编

人民教育出版社

大学本科小学教育专业教材

概率论与数理统计

人民教育出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/宋立新主编. - 北京:人民教育出版社, 2003

大学本科小学教育专业教材

ISBN 7-107-16725-1

I. 概…

II. 宋…

III. ①概率论-师范大学-教材②数理统计-师范大学-教材

IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 041969 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编:100009)

网址:<http://www.pep.com.cn>

北京市白帆印务有限公司印装 全国新华书店经销

2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷

开本:890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张:12.25

字数:310 千字 印数:0 001~5 000 册

定价:17.80 元

大学本科小学教育专业教材编写委员会

顾 问 顾明远 吴履平 马 立

主任委员 刘新成

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 康学伟 李全顺 林奇青

刘国权 刘克勤 刘立德 刘新成

马云鹏 唐京伟 王保才 王万良

王智秋 张启庸 赵宏义

秘 书 长 王智秋

秘 书 卢 冰 刘树信

本书编写人员

主 编 宋立新

副 编 刘克勤

特约审稿 杨晓云

大学本科小学教育专业教材编审委员会

主任委员 吕 达 王 岳

副主任委员 (以汉语拼音字母为序)

林奇青 刘立德 唐京伟 王 莉 邢克斌

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 林奇青 刘立德 吕 达

唐京伟 王 莉 王 岳 魏运华

邢克斌 诸惠芳 邹海燕

秘 书 长 刘立德

秘 书 韩华球

丛书责任编辑 刘立德

本书责任编辑 曾善玉

审 稿 王 岳

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版社联系调换。

(联系地址：北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编：100078)

大学本科小学教育专业教材

总 序

为了适应社会主义现代化建设和人民群众对教育需求不断增长的新形势，经国家教育部批准，全国各地相继成立了以培养大学本科学历小学教师为主要任务的初等教育学院（系），大学本科小学教育专业应运而生。该专业的设立是我国初等教育改革和发展的需要，是提高我国小学教师素质的重要举措，也是我国师范教育改革和发展的必然趋势。

《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》指出：建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的基本保障。目前，培养小学教师的现行课程、教材和教法，已不能完全满足全面推进素质教育的客观要求，受到了前所未有的挑战。新的课程教材建设势在必行。鉴于此，教育部师范教育司组织有关高等学校成立了“面向 21 世纪培养本科程度小学师资专业建设研究”的全国性总课题组，制订了大学本科小学教育专业培养目标和课程方案，在此基础上形成了“全国小学教育专业建设协作会”，对该专业课程教材建设进行了深入研究。

为了加强对教材编写工作的管理，教育部师范司、教育部课程教材研究所及有关高师院校的领导和专家组成了“大学本科小学教育专业教材编写委员会”。中国教育学会会长顾明远、教育部课程教材研究所原所长吴履平、教育部师范司司长马立为编写委员会顾问，首都师范大学副校长刘新成为编写委员会主任。编写委员会聘请具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各科教材主编，并聘请知名专家审核编写大纲和初稿。为了加强对这套教

材编审工作的领导、协调和统筹，人民教育出版社还成立了“大学本科小学教育专业教材编审委员会”。

本套教材的编写以“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”为指针，以党和国家的教育方针以及大学本科小学教育专业培养目标为依据，以思想性、科学性、时代性和师范性为原则，致力于培养未来小学教师的创新精神和实践能力，全面体现“大学本科程度”和“面向小学教育”的要求，力求建立合理的教材结构，以满足 21 世纪对新型小学教师素质结构的需要。

本套教材是从大多数地区的情况出发而编写的全国通用教材，主要供培养本科层次小学教师的高等院校使用，也可供培养专科层次小学教师的院校使用，还可供广大在职小学教师进修或自学使用。这套教材由人民教育出版社于新世纪第一年开始陆续推出。

本套教材的编写出版得到了教育部师范教育司、高等教育司、社会科学研究与思想政治工作司、课程教材研究所、人民教育出版社，以及部分省市教委（教育厅）和有关高等院校的领导和同志们的大力支持，谨在此一并致谢。

编写出版大学本科小学教育专业系列教材，是我们贯彻国家教育部师范教育课程教材改革精神、全面落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》的初步尝试，如有不当之处，敬请广大师生不吝指正，以使本套教材日臻完善。

大学本科小学教育专业教材编写委员会

2000 年 12 月

本书前言

本书是根据大学本科小学教育专业的需要而编写的《概率论与数理统计》课程教材，供培养具有本科学历的小学教师使用。

开设这门课程的主要目的是培养小学教师掌握基本的数学基础知识，训练小学教师应具备的抽象思维能力和逻辑推理能力，体会数学的思想方法，提高数学专业素质。具体地是培养小学教师掌握处理随机现象的思想方法，并为下一步学习《小学教育统计与测量》做理论上和方法上的准备。

本书在内容的选择和安排上，注意了理论与实践相统一的原则，既强调了理论的严谨性，又注重了基本方法的应用性。在尽可能的情况下，以教育现象为具体实例，尽量做到通俗、易懂，介绍的统计方法便于操作。

全书共分为九章，可视为两个部分。第一部分为概率论部分，共为五章。从概率论的研究对象和学科性质入手，介绍了算术概率论、代数概率论和分析概率论的基本内容。这种叙述体现了概率论理论发展的历史沿革，由浅入深地介绍了事件、概率、随机变量、数字特征、大数定律和中心极限定理的基本理论，为下一步学习数理统计奠定了基础。本书把随机变量分为离散型和连续型两部分分别介绍，目的是使学生对离散型随机变量有一个较完整的概念，同时也为进一步学习连续型随机变量提供比较直观的类比材料。第二部分是数理统计部分，在介绍了数理统计的基本概念和基本思想之后，详细地讨论了费歇尔称之为数理统计三大基本问题：抽样分布、参数估计和假设检验，然后介绍了方差分析和回归分析方法。

本书的最后有一个附录。根据排列和组合知识在概率论中的地位和学习概率论的需要,介绍了排列和组合的内容,并研究了一些灵活运用的方法。

考虑到本门课程具有的丰富的思想性和方法的应用性的特点。作者尽量强调每一个概念的直观意义和思想内涵,介绍内容的历史起源和发展概况以及方法的实际背景和应用场合,期望读者对所学内容有一个比较全面系统的了解。

本书由吉林师范大学数学系宋立新主编,首都师范大学刘长虹任副主编。刘长虹编写了概率论部分的内容,宋立新编写了数理统计和附录的内容。宋立新对全书的结构做了统一的设计构想,并承担了全书的修订和统稿、定稿工作。

本书计划约 90 学时授完。使用本书的同志也可根据学时要求及读者的实际需要,在教学时可以对书中内容作适当选择。例如把非参数检验和多元线性回归的内容略去,这样本书 80 学时即可讲完。

吉林大学的杨晓云教授对本书的写作大纲和书稿做了认真审阅,提出许多宝贵的意见,使本书增色不少。在此,作者表示衷心的感谢。

作者
2002 年 3 月

目 录

绪 论	(1)
第一节 随机现象	(1)
第二节 概率统计发展简史	(3)
第一章 事件与概率	(5)
第一节 随机事件	(5)
一、随机事件与样本空间	(5)
二、事件的关系与运算	(8)
第二节 古典概型	(14)
一、概率的统计定义	(14)
二、古典概型	(17)
三、几何概率*	(23)
四、概率的性质	(27)
第三节 条件概率	(31)
一、条件概率、乘法公式	(31)
二、全概率公式、贝叶斯公式	(34)
第四节 事件的独立性与独立重复试验序列	(38)
一、事件的独立性	(38)
二、独立重复试验序列	(44)
习题一	(48)
第二章 离散型随机变量	(56)
第一节 随机变量	(56)

一、随机变量	(56)
二、离散型随机变量	(57)
三、随机变量的分布函数	(59)
四、常见分布	(61)
五、离散型随机变量函数的分布	(68)
第二节 离散型随机向量	(71)
一、随机向量	(71)
二、离散型随机向量的联合分布列和边缘分布 ...	(71)
三、随机变量的独立性	(75)
四、离散型随机向量函数的分布列	(76)
第三节 数学期望的定义和性质、方差的定义和性质	(79)
一、数学期望	(79)
二、方差	(89)
习题二	(94)
第三章 连续型随机变量	(100)
第一节 连续型随机变量	(100)
一、概率密度函数与分布函数	(100)
二、常见分布	(103)
第二节 连续型随机向量	(108)
一、连续型随机向量、联合分布密度和联合分布函 数、性质、边缘分布密度和边缘分布函数 ...	(108)
二、连续型随机变量的独立性	(112)
三、随机变(向)量函数的分布*	(114)
第三节 连续型随机变(向)量的数字特征	(124)
一、数学期望与方差	(124)
二、协方差与相关系数	(133)
三、原点矩与中心矩	(138)

习题三	(140)
第四章 大数定律与中心极限定理	(147)
第一节 大数定律	(147)
一、切比雪夫不等式与切比雪夫大数定律	(147)
二、伯努利大数定律	(150)
三、辛钦大数定律	(152)
第二节 中心极限定理	(153)
一、林德柏格—列维中心极限定理	(154)
二、棣美佛—拉普拉斯中心极限定理	(157)
习题四	(161)
第五章 数理统计的基本概念和抽样分布	(164)
第一节 总体和样本	(164)
一、总体与样本	(166)
二、经验分布函数与频率直方图	(168)
第二节 统计量与子样矩	(173)
一、统计量	(173)
二、子样矩	(174)
第三节 常见的统计分布	(176)
一、 χ^2 分布	(176)
二、 t 分布	(178)
三、 F 分布	(180)
四、顺序统计量及其分布	(181)
第四节 正态总体子样分布	(182)
一、正态总体子样线性函数的分布	(183)
二、抽样基本定理	(183)
三、分位数	(186)
习题五	(189)

第六章 参数估计	(193)
第一节 参数的点估计	(194)
一、矩法	(194)
二、最大似然估计法	(198)
三、评价估计量优劣的优良性原则	(203)
第二节 参数的区间估计	(208)
一、参数区间估计的方法	(208)
二、一个正态总体的均值与方差的区间估计	(211)
三、两个正态总体的均值差与方差比的区间估计 ...	(216)
四、单侧置信限	(222)
习题六	(225)
第七章 假设检验	(231)
第一节 假设检验的基本概念	(231)
第二节 参数的假设检验	(240)
一、一个正态总体参数的假设检验	(240)
二、两个正态总体参数的假设检验	(251)
三、非正态总体未知参数的假设检验 *	(262)
第三节 非参数假设检验 *	(266)
一、 χ^2 拟合优度检验	(266)
二、列联表的独立性检验	(272)
三、符号检验	(275)
四、秩和检验	(277)
五、柯尔莫哥洛夫检验	(279)
六、斯米尔诺夫检验	(281)
习题七	(284)
第八章 方差分析与回归分析	(291)
第一节 方差分析	(291)
一、一元方差分析	(292)

二、二元方差分析	(298)
第二节 一元线性回归分析	(303)
一、一元线性回归模型	(305)
二、回归直线方程计算表格化	(308)
三、回归效果的检验	(310)
四、利用线性回归方程进行预测和控制	(317)
第三节 一元非线性回归分析	(322)
一、可化为线性回归的一元非线性回归分析	(322)
二、多项式回归	(328)
第四节 多元线性回归分析 *	(330)
习题八	(337)
附录 排列和组合	(342)
附表 1 泊松分布表	(354)
附表 2 标准正态分布表	(356)
附表 3 χ^2 分布表	(361)
附表 4 t 分布表	(363)
附表 5 F 分布表	(364)
附表 6 符号检验表	(372)
附表 7 秩和检验表	(373)
附表 8 柯尔莫哥洛夫—斯米尔诺夫检验表	(374)
附表 9 相关系数检验表	(375)
参考文献	(376)

绪 论

第一节 随机现象

在人们的实践活动中，会遇到各种各样的现象。为研究方便，把这些现象分为两类。

一类现象是，在一定的条件下，必然会出现某种确定的结果。例如，在一个标准大气压下，水的温度达到 100°C 时就会沸腾，我们把这类现象称为确定性现象（或必然现象）。相同的，（根据牛顿定律）任何物体没有受到外力作用时，必定保持其原有的静止或匀速直线运动状态；导线通电后，必定会发热等等，也都是确定性现象。确定性现象实际上就是事前可以预言结果的现象。

另一类现象是，在一定的条件下，可能会出现各种不同的结果。也就是说，在完全相同的条件下，进行一系列观测或实验，却未必出现相同的结果。例如，掷一粒骰子，当骰子落到地面上，朝上的一面可能是 1 点，也可能是 2 点、3 点、……、6 点中的一个，掷之前我们不能预知究竟出现哪一点，而且抛掷多次，结果也可能不一样，我们把这类现象称为随机现象（或偶然现象）。相同的，抛掷一枚硬币，观察出现正面还是反面，实际上结果可能是正面，也可能是反面；射击运动员一次射击，可能击中 10 环，也可能击中 9 环、8 环、……、甚至脱靶。这些也都是随机现象。

随机现象，从表面上看，人们事先不能确定会出现哪一种结果，似乎是不可捉摸的；其实不然，人们通过实践观察到并且证明了，在相同的条件下，对随机现象进行大量的重复实验（观测），其结果总能呈现出某种规律性。例如，多次重复抛一枚硬币，正面朝上和反面朝上的次数几乎相等；对新出生婴儿的性别作统计研究，会发现男女婴比例也是有规律的^①，等等。我们把随机现象的这种规律称为统计规律性。

在上面的例子中，抛一枚硬币一次，无论出现正面还是反面，我们都可以认为是一种偶然性的表现，而进行大量的重复后，结果呈现出的某种规律性却能表现出必然性的特点，如下表：

几个历史上抛硬币实验的结果统计数字

试 验 者	试验次数 n	发生正面的次数 μ_n
德·摩根	2 048	1 039
布丰	4 040	2 048
皮尔逊	12 000	6 019
皮尔逊	24 000	12 012

其中的统计数字表明，在大量的重复实验中，“正面出现次数与反面出现次数（几乎）相等”。

概率统计包括概率论与数理统计。概率论研究随机现象的统计规律性；数理统计则是以概率论的理论为基础，研究样本数据的搜集、整理、分析和推断的各种统计方法。

① 拉普拉斯（1794—1827）对伦敦、彼得堡、柏林和整个法国的广大人口统计资料进行了研究，得出了那些地区的男孩出生的频率约等于 $\frac{22}{43} \approx 0.512$ ；克拉美（1893—1985）引用瑞典 1935 年的官方统计资料，表明女婴的出生频率稳定在 0.482，那么男孩出生的频率约等于 $1 - 0.482 = 0.518$ 。

第二节 概率统计发展简史

赌博活动非常典型地体现了随机现象及其规律性,因此早期的概率研究多集中于赌博问题.早在意大利文艺复兴时代,赌徒们为找出掷骰子取胜的办法,曾经向当时有名的学者如伽利略求教过有关问题.

大约在 17 世纪,欧洲的数学家就开始探索用等可能性分析(古典概率)来解决赌博中提出的一些问题,这期间帕斯卡与费尔马就有关问题的研究进行通信,形成了对概率的较系统的研究.他们的通信被惠更斯获悉,他独立地研究了这些问题,1657 年写成了《论掷骰子游戏中的计算》.这是迄今被认为概率论中最早的论著,因此可以说早期概率论的真正创立者是帕斯卡、费尔马和惠更斯,这一时间(17~18 世纪初)称为组合概率时期,主要是计算各种古典概率(相当多的问题是赌博中的概率问题).

18 世纪初,伯努利发现了大数定律,这是概率论中一个重要结果.从 18 世纪初到 19 世纪,母函数、特征函数引入概率论的研究中,成功地解决了许多问题,特别是对中心极限定理的研究,在这方面棣美佛、拉普拉斯、李雅普诺夫等都有出色的工作,这时期也称作分析概率时期.

1900 年皮尔逊(Pearson)发表了著名的 χ^2 统计量,用于检验经验分布与某个理论分布是否相符.

从 1900 年到 20 世纪中叶(1900~1940),概率论研究的主要工作,一方面是极限理论的发展,随机过程理论的建立;另一方面是系统地研究概率的基本概念,有许多人在这方面作过努力,特别是前苏联数学家柯尔莫哥洛夫于 1933 年发表“概率的公理化结构”的论文,为理论概率奠定了严格的逻辑基础.

从 1940 年开始,概率论有了自己的研究方法,重点是研究过