

# 连续时间金融 (修订版)

Continuous-Time Finance  
(Revised Edition)

[美] 罗伯特·C·默顿 / 著

Robert C. Merton

中国人民大学出版社



金融学译丛

# 连续时间金融 (修订版)

Continuous-Time Finance  
(Revised Edition)

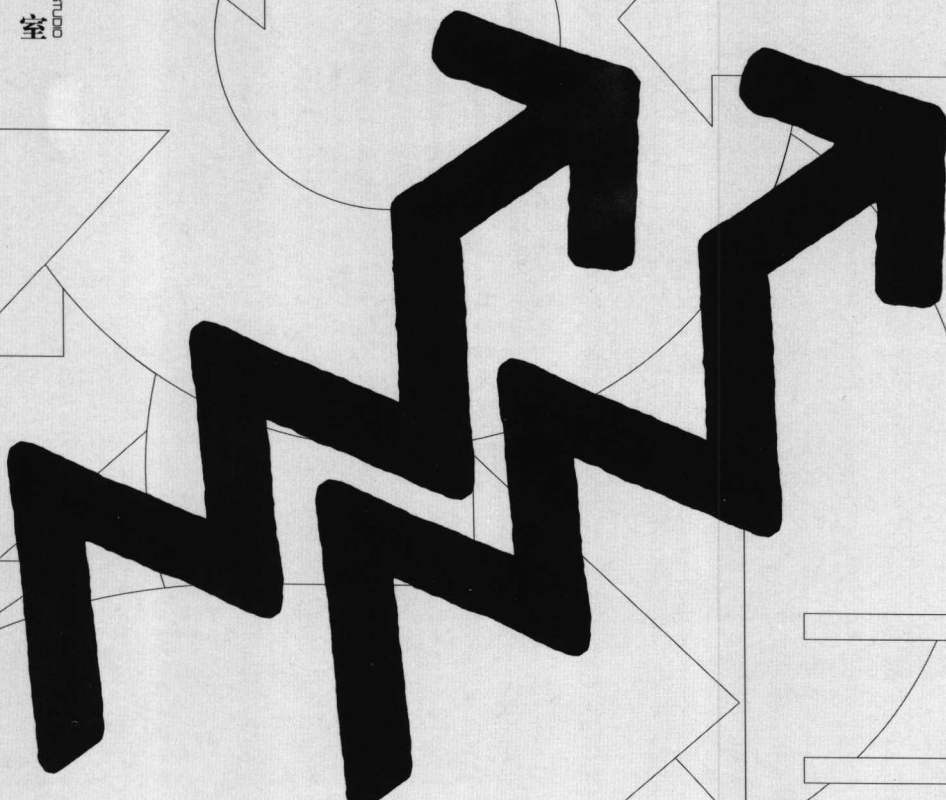
[美] 罗伯特·C·默顿 / 著  
Robert C. Merton

郭多祚 杜两省 / 校  
郭多祚 王远林 徐占东 / 译

中国人民大学出版社



梁晶  
工  
作  
室  
LIANGJING PUBLISHING STUDIO



金融学译丛

图书在版编目(CIP)数据

连续时间金融. 修订本/(美)默顿著; 郭多祚等译.  
北京: 中国人民大学出版社, 2005  
(金融学译丛)

ISBN 7-300-06363-2

- I. 连…
- II. ①默… ②郭…
- III. 金融学-研究
- IV. F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 018783 号

金融学译丛

**连续时间金融 (修订版)**

[美] 罗伯特·C·默顿 著  
郭多祚 杜两省 校  
郭多祚 王远林 徐占东 译

---

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080  
电 话 010-62511242(总编室) 010-62511239(出版部)  
010-82501766(邮购部) 010-62514148(门市部)  
010-62515195(发行公司) 010-62515275(盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>  
<http://www.ttrnet.com>(人大教研网)

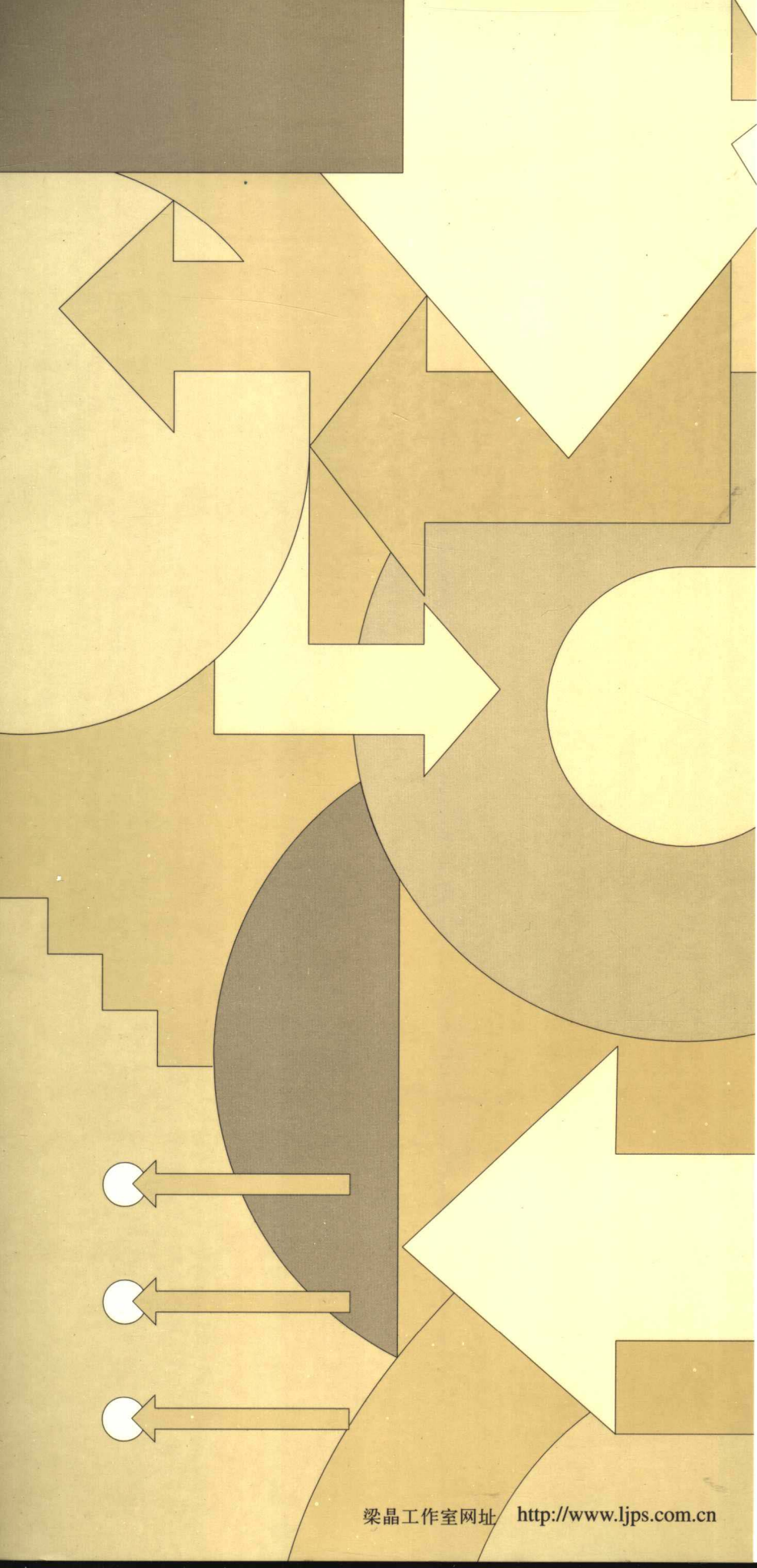
经 销 新华书店

印 刷 河北涿州星河印刷有限公司

开 本 787×1092 毫米 1/16 版 次 2005 年 4 月第 1 版  
印 张 40.5 插页 5 印 次 2005 年 4 月第 1 次印刷  
字 数 900 000 定 价 63.00 元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换





。策划。  
梁晶工作室

。责任编辑。  
何云 薛锋

。装帧设计。  
吕敬人  
+  
张朋 顾咏梅

。版式设计。  
徐力坚 赵星华

# 《金融学译丛》

## 推荐委员会名单

(按姓氏笔画排名)

- |     |  |
|-----|--|
| 王 江 | Professor of Finance, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology<br>麻省理工学院斯隆管理学院金融学教授                 |
| 许成钢 | Associate Professor of Economics, London School of Economics<br>伦敦经济学院经济学副教授   |
| 何 华 | Professor of Finance, School of Management, Yale University<br>耶鲁大学管理学院金融学教授   |
| 张 春 | Professor of Finance, Carlson School of Management, University of Minnesota<br>明尼苏达大学卡尔森管理学院金融学教授                            |
| 陈志武 | Professor of Finance, School of Management, Yale University<br>耶鲁大学管理学院金融学教授   |
| 周国富 | Associate Professor of Finance, John M. Olin School of Business, Washington University in St. Louis<br>圣路易斯·华盛顿大学奥林商学院金融学副教授 |
| 林毅夫 | Professor, China Center for Economic Research, Peking University<br>北京大学中国经济研究中心教授   |
| 钱颖一 | Professor of Economics, University of California, Berkeley<br>加利福尼亚州立大学伯克利分校经济学教授  |
| 曹全伟 | Associate Professor of Finance, Smeal College of Business, Pennsylvania State University<br>宾夕法尼亚州立大学斯米尔商学院金融学副教授            |
| 梅建平 | Associate Professor of Finance, Stern School of Business, New York University<br>纽约大学斯特恩商学院金融系副教授                            |
| 黄海洲 | Senior Economist, International Monetary Fund<br>国际货币基金组织高级经济学家  |

把无尽的爱、敬佩和感激献给

琼(June)、萨曼莎(Samantha)、F. 罗伯特(Robert F.)、

保罗(Paul)、苏珊娜(Suzanne)和 K. 罗伯特(Robert K.)

# 《金融学译丛》总序

金融学的核心问题是研究资本和资产的配置效率。在市场经济中，这种配置主要是通过金融市场来进行的。广义的金融市场包括证券市场、货币市场、各种形式的银行、储蓄机构、投资基金、养老基金、保险市场等等。市场的参与者包括个人、企业、政府和各种金融机构，他们在资本市场中的交易形成了资本和资产的供求关系，并决定其价格。而价格又指导着资本和资产的供求及其最终配置。资本作为经济活动和经济发展中的关键因素，其配置效率从根本上决定着一个经济的发展过程和前景。因此，一个国家或经济的金融市场的发达程度明确地标志着它的发展水平。

中国正处在创建和发展自己的金融市场的关键时期。在谋求经济健康而快速发展的过程中，如何充分地吸引资本、促进投资，进而达到最有效的资本资产配置，无疑是成功的关键。因此，建立一个有效的、现代化的金融体系是我们的当务之急。中国经济进一步开放和国际金融市场全球化的大趋势更增加了这个任务的紧迫性。在这一点上，现代金融理论及其在西方的应用是我们亟须了解和掌握的。



《金融学译丛》旨在把西方金融学的理论和实践方面最新、最权威和最有代表性的著作介绍给大家。我们希望这个系列能够涉及金融的各个主要领域，理论和实践并重，专业和一般兼顾。在我们所选择的书目中，既有反映最高学术水平的专著，也有西方著名商学院视作经典的教材，还有华尔街通用的金融手册。内容包括金融和证券、资产定价、投资、公司财务、风险管理和国际金融等等。但愿我们这个系列能为读者打开现代金融学知识、理论和技术宝库之窗，使它们成为发展中国金融市场的有力工具。

《金融学译丛》推荐委员会

2000年10月

# 序

一位伟大的经济学前辈曾经说过，虽然经济理论对于理解世界是有用的，但没有人会向经济理论家请教如何管理一家啤酒厂或者如何生产一个捕鼠器。今天，那位先哲也许不得不改变他的态度：经济学原理还真的对会计师或营销商有用，他们正在按照经济法则进行相应的管理。看似矛盾的是，现代金融理论作为经济分析中最优美而且最复杂的领域之一，它每天都被成千上万的统计观察所证实。当有人问如今的证券分析副教授：“小伙子，你那么聪明，怎么就没有富起来呢？”他会报之以大笑，作为华尔街高薪聘请的顾问，他一路奔向银行或是忙着去提供咨询。

在有鉴赏力的经济学家中，人们都知道罗伯特·C·默顿是专家中的专家，他是一个巨人，站在诸如路易斯·巴舍利耶（Louis Bachelier）、约翰·伯尔·威廉斯（John Burr Williams）、乔治·特伯格（George Terborgh）、凯恩斯（Keynes）、詹姆斯·托宾（James Tobin）、哈里·马科维茨（Harry Markowitz）、肯尼思·阿罗（Kenneth Arrow）、杰勒德·德布鲁（Gerard Debreu）、约翰·林特纳（John Lintner）、威廉·夏普（William Sharpe）、尤金·法马（Eugene Fama）、贝努瓦·曼德尔布罗特（Benoit Mandelbrot）以及无所不在的布莱克-斯科尔斯（Black-Scholes）等一群巨人的肩上。[本杰明·格雷厄姆（Benjamin Graham）是巨人之林中另外一处的参天大树。]使默顿登峰造极成为具有拜伦风格学术大师的那个高峰，就是按照诺伯特·威纳（Norbert Wiener）和伊藤清（Kiyoshi

Itô) 方式形成的连续概率数学工具。过去曾经是复杂和近似的东西,突然变成了优美而简单的真理。

本书向那些具有完美数学背景的读者详细阐述了有效市场资产定价的基本要素,其中的许多章节来源于已经成为经典文献的论文,有些章节是为本书新写的,它们开辟了新的天地。

我很自豪自己能在默顿建立声誉的征程中出现。那时,一个有电子工程学士学位并成为加州理工学院应用数学专业研究生的年轻人决定要做一个经济学家,遂向几个研究生院申请读经济学。据他说,除了麻省理工学院,别的大学都拒绝了他。说来也奇怪,麻省理工学院为他提供了研究职位!他跟我一起工作而我也很高兴和他在一起。学术生涯中的一大乐事,就是看到年轻学者的发展:先是成为同事,然后合作写论文,接着,最令人高兴的是这样一种奇异景象——水平和你差不多的这个同事突然加速,跑到你的前面去了,就像你在你人生跑道的拐点处能够做的那样。动物科学家中的人类学研究员罗伯特·K·默顿(他也是罗伯特·C·默顿喜欢的导师),将会把这个故事加到他的案例中,来研究科学到底是怎么发展的。

对于读者,我再一次说:

祝您好胃口!

保罗·A·萨缪尔森  
于麻省理工学院

# 前 言

本书从代理人可以在连续时间中调整其决策这样一个模型出发，发展了金融数学和金融经济理论。时间和不确定性是影响金融经济行为的核心要素。也正是时间和不确定性二者相互作用的复杂性，为金融研究提出了智力上的挑战并使之激动人心。正确分析二者相互作用的影响，通常需要复杂的分析工具。实际上，高深的数学训练已经成为本领域研究者必备的条件。然而，尽管它的数学很复杂，但金融理论还是对金融实践产生了直接的、巨大的影响。只要我们随便将当前的实践与 20 年前的实践比较一下，就足以发现有效市场理论、投资组合选择、风险分析以及未定权益定价理论对货币管理、金融中介机构、投资银行、公司金融以及资本预算程序所产生的冲击；人们甚至还能发现金融理论对法律问题产生的影响，例如涉及到资产评估的案件、对受管制行业收益率的听证以及对监管那些信托机构“精明人”行为的法律的修订；金融报刊也经常用纪实材料，来反映在当前资本市场上金融创新的浪潮中，金融理论所起的作用。这些可以参阅伯恩斯坦（Bernstein, 1992）详细的研究著作。金融理论对实践产生的影响将会持续下去，这一点可以从最著名的管理学院所开设的课程中找到证据，这些管理学院经常要求 MBA 学生做一些基本的金融研究方面（包括数学）的论文。虽然这种情况并非金融学所独有，但是内在的智力兴趣与外在的实践应用相结合，是金融学研究独特且流行的主题。

过去的情况可不是这样。在 20 世纪初，金融学仅仅作为一个孤立的领域来研究；在随后的 40 年里，它几乎就是一个集中在制度和法律问题上的描述性学科。甚至就在二三十年以前，金融理论还只是轶闻趣事、经验规则和核算数据的集合，分析中最复杂的工具也不过是贴现值，学术争论的主要问题还集中在是用现值还是用内部收益率来对公司的投资项目进行排序。此后开始的从概念性集锦演进到以科学的实证研究为条件的严格的经济理论，当然归功于许多人的工作，但是多数人都一致认为阿罗、德布鲁、林特纳、马科维茨、米勒（Miller）、莫迪利亚尼（Modigliani）、萨缪尔森、夏普和托宾等人是这一转变过程中的先驱者。

鉴于本书从头至尾都运用连续时间模型的分析方法，把该模型作为金融理论的综合体和分水岭来评价它的背景也许是合乎逻辑的。1900 年在巴黎大学文理学院，路易斯·巴舍利耶写了一篇关于投机理论的重要论文，该论文标志着随机过程的连续时间数学以及期权和衍生证券定价的连续时间经济学随之诞生了。尽管在半个多世纪里，巴舍利耶的研究在经济学和金融文献中默默无闻，而且从今天的视角来看，他的经济学和数学也是有缺陷的，但是从巴舍利耶到现代连续时间金融之间的联系是直接的、不容置疑的。

过去的 20 年里，连续时间模型已被证明是金融学发展中的一种用途广、效能高的工具。尽管它在数学上较为复杂，但是与对应的离散时间模型相比，通常连续时间模型正好能够提供足够多的特征，以产生更精确的理论解和更精练的经验假设。举一个合适的例子，我们只需考虑一下最早发表于 1969 年，在本书中排在第 4 章的投资组合选择的连续时间模型的早期版本。在 20 世纪 60 年代末，金融学中最基本的资本市场模型为马科维茨和托宾的单期均值一方差模型及其均衡形式，以及夏普-林特纳-莫辛资本资产定价模型。尽管这些模型很适宜于在实践中使用，并且颇具简单之美，但是在更广泛的经济研究群体中的使用却相对有限，主要原因是经济学家普遍认为，除非资产价格是高斯概率分布或投资者的偏好为二次的，否则均值一方差标准与广为接受的冯·诺伊曼-摩根斯顿（von Neumann-Morgenstern）选择公理不一致。而且，价格的正态分布是一个相当特殊的条件，它违背了金融资产所有者的责任是有限的这个最基本的条款。此外，二次效用与观察到的行为总的来说是不一致的。但是，我们可以通过对连续投资组合修正之间的时间间隔的确切说明，来替代一般的“单期”。资产价格为对数正态分布的连续时间模型（它确实满足了有限责任）能够产生最优投资组合原则，这些原则在形式上与均值一方差模型和资本资产定价模型所规定的原则是相同的，而且这个结论对于一般的冯·诺伊曼-摩根斯顿偏好仍然成立。这样，尽管有些自相矛盾，但引入更现实的动态跨期模型可以使从古典静态模型中得到的最优原则看起来似乎更合理。在这个意义上，连续时间模型是金融学静态和动态模型的分水岭。我们在下面的章节中将会看到，连续时间分析表明，金融理论中的其他经典支柱——阿罗-德布鲁完全市场模型和莫迪利亚尼-米勒定理——也远比人们料想的更为坚固。

在重新确认旧观点的同时，连续时间模型也提出了新观点。布莱克和斯



科尔斯的原创性贡献就是一个最好的例子。实际上，从他们的论文发表的那一天起，期权与公司负债定价领域的主题就研究完了。在布莱克和斯科尔斯的论文关闭该领域基础研究大门的时候，它同时也打开了一扇新的大门：应用和实证研究，以及为新的称作未定权益分析的金融学分支奠定基础。未定权益分析的应用范围，就像第4篇表明的那样，是对复杂的金融证券定价到公司资本预算和战略决策的评价。我们还将发现，在金融中介理论中，它也占有重要的地位。

正如本书中出现的上千个方程所证明的那样，金融学是一个高度分析性的学科，而连续时间分析更是如此。实际上，连续时间金融模型的数学方法，包含了概率和最优化理论的某些最完美的应用。当然，在科学中完美的，并不一定也是实用的；而在科学中实用的，也并不全是完美的。但在金融学中两者都具备。尽管连续时间模型的数学方法看起来比较深奥，但它还是找到了进入金融实践主流的路径。它对实践最明显的影响是在金融工具的定价和套期保值领域，该领域在过去的10年中经历了现实世界的爆炸性变革。事实上，在从业的金融机构中，正在进行许多运用连续时间模型的应用研究。

过犹不及，连续时间范式的应用也是如此。它强有力的分析方法很容易诱导人们过分注重数学的精确性，其可悲的结果是对伴随着数学的大量经济学只研究了一点点。混淆数学方法的精确性和经济意义的精确性，只重视正规的分析技术而不同样重视它所暗含的经济假设，则会导致实体的错位。在第3章中，我们就是牢记这一点，来发展连续时间模型的数学方法和基本经济学假设的。我们将重点放在诸如伊藤微积分这样的数学概念上，它们对于连续时间分析在金融学中的应用是必不可少的。由于仅仅把初等概率论和普通微积分作为本章的预备知识，所以本章牺牲了一些数学上的精确性和一般性，以换取更大的易学性以及我所希望的清晰性。按照同样的道理，第4章随机动态规划方法的推导也只需要这些预备知识。对于那些喜欢本学科较宽广、更正规处理方法的人，我们当然也提供了大量的数学参考书目。

和数学一样，数理经济学在本质上也非常重视模型和表达式的简洁。但如果走极端，过分强调简洁性，无意识中就会通过删去制度背景和模型的解释从而减少了大量丰富的分析，这些分析从数学的角度看似乎是多余的，但在经济学领域里却一点也不多余。必须承认，本书的模型推导和分析中仍有过于简洁这种特殊情况。但是在有关金融中介和一般均衡理论等章节中，我动手补充了省略掉的东西，把相当多的在金融理论中新古典经济学处理方法通常不涉及的制度解释也包括了进来。如果我在某些地方因为试图避免过分简短从而偏向了啰唆，希望能够得到大家的谅解。

本书的核心内容是以前公开发表的15篇论文和1篇广为流传的工作论文，写作时间从1969年到现在。我根据主题而不是根据原来的发表日期，将这些文章组成了6个部分。在重印这些论文时，我对其中的语言作了少许修改，改正了印刷错误和技术错误，但没有指出修改的地方。注释中带星号的为新增的注释，它们或表示较多的修改，或表示对本主题后来研究成果的

引用。公开出版的参考书目替代了原来引用的当时尚未出版但后来出版的手稿和工作论文。每篇论文的原始符号仍然保留，因此不同章节的符号并未完全统一。因为每一章大体上都是独立的，所以会出现重复分析，或许一些读者会发现这些重复是强调理论中的重要概念的一种有用形式。

不用说大家也知道，我在一开始写这些论文时，并没有打算将它们作为独立成书的连续时间金融理论的一个章节。因此，要说这种形式的综合是一个不受约束的最优设计，那将是愚蠢的；论文发表的时间先后本身就规定了这个主题的发展轨迹，它更接近其历史的演进而不是最优的形式。尽管如此，我还是希望读者能够从论文的选择和各篇的组织上发现逻辑的一致。为了内容的衔接和范围的扩展，我在重印的核心论文中增加了5篇，它们是专为本书写的，包括简短的具有导论性质的第1章，以及关于最优消费和投资选择问题、期权定价、金融中介和一般均衡理论这4章。为了与核心部分相一致，这几章同样也遵循了经济学杂志的那种独立论文自成体系的风格。本书还增加了关于跨期资本资产定价和未定权益分析的一些新材料，这些材料并不是作为独立的短文出现的，而是为了保持主题衔接，作为新的一节放在第13章和第15章有关问题的原始论文中。

很多经济学家和数学家都对连续时间金融理论的发展做出了贡献。只要是知道的，我都将其列入每章正文和注释的参考文献中。毫无疑问，也有一些经济学家的贡献应该被引用而没有被引用，在此一并表示歉意并致谢。即使文献的引用是完全的，也不足以说明这些年来引导我产生本书这些思想的所有来源。在这些来源中，有一些我是怀有特殊的和永远的感恩，这里我想指出来。

我最早受惠于加州理工学院及哥伦比亚工程学院，那时我还没有学经济学。由于课程较少、灵活性大，师资又很强，所以哥伦比亚工程学院是本科学生学习数学及其应用的好地方，正是在那里，我首次对随机过程和最优控制理论产生了浓厚的兴趣。记得我特别痴迷于约翰·朱（John Chu）的热传导课，它使我认识到了高深的数学在解决现实问题时的力量。在加州理工学院研究生学习的短暂的一年里，我积累了许多数学知识，而最有价值的东西是加州理工学院的办学方针，它要求学生以准研究的形式“参与”课题而不是被动地吸收知识。我十分感谢杰拉尔德·惠瑟姆（Gerald Whitham）（当时的系主任），他支持我离开加州理工学院（也离开数学）去学习经济学的决定，尽管他认为这很“疯狂”。此外，他还允许我参加艾伦·斯威齐（Alan Sweezy）和霍勒斯·吉尔伯特（Horace Gilbert）的经济学课程（他们俩无疑是将人引入经济学科的一对有趣的搭档）。

对于1967年我在麻省理工学院时的经济系的成员，我怀有深深的感激。在其他大学经济系拒绝我的时候，他们贸然地接受了我这个野心勃勃但却没有经济学背景的学生。我尤其要感谢哈罗德·弗里曼（Harold Freeman）（正如我将说明的），他对系里的决策起到了关键作用，并在我入学之后，建议我不要选标准的第一学期的课程，而是选修萨缪尔森的数理经济学课。

保罗·萨缪尔森作为我的老师、导师、同事、研究伙伴以及长期的朋友，

他给了我无法估量的帮助。和以前一样（参见 Merton, 1983a），我还是无法用语言来表达对他的敬意。在这种情况下，反复说明只能减弱本来就不为过的感激之情。实际上，我只须说：由于保罗，没有人能比我获得更好的经济学入门知识。选修了保罗的课程（它消除了我怀疑惠瑟姆是错的这种疑虑）之后，我极为幸运地成为了他的助理研究员和学生，在他的办公室里度过了我剩余的研究生生活。

读者随后将会看到，我从麻省理工学院斯隆管理学院金融组的才华横溢的同事们那里受惠极大：费希尔·布莱克（Fischer Black）、约翰·考克斯（John Cox）、黄奇辅（Chi-fu Huang）、弗兰克·莫迪利亚尼、斯图尔特·迈尔斯（Stewart Myers）、迈伦·斯科尔斯（Myron Scholes），以及按照职位应该包括在金融组里的当然成员斯坦利·费希尔（Stanley Fischer）和保罗·萨缪尔森。我在斯隆管理学院的 18 年里，这个小团体的人员和宗旨经历了很大变化。实际上，全部金融学教师很少超过 6 人。但这些年来，在我的同事中惟有一样东西是不变的：知识的高质量、思想的多样化以及相互之间的真诚关爱。斯隆不仅是一个能激励人做研究，而且也能让人愉快地做研究的地方。

除了上面这些许许多多的帮助之外，我尤其感谢彼得·多尔蒂（Peter Dougherty）提议出版这本书；感谢他毫不犹豫地相信选择我发表过的论文和一些新素材组合到一起的价值将超过单个部分价值的总和。我惟一盼望的是最终结果能够接近他的期望。如同后面注释中所说的那样，我真诚地感谢各出版商允许重印我在它们的期刊中发表的文章，也真诚地感谢保罗·萨缪尔森允许将我们合写的论文作为第 7 章。我也感谢国家科学基金会，某些章节中的研究就是在它的资助下完成的。感谢麻省理工学院斯隆管理学院允许我休假写作此书，也感谢哈佛商学院研究生院在那些日子里为我提供了研究的设施和支持。

我也很高兴有一位出色而又年轻的应用数学家作为本书的研究助理，阿诺特·艾克布默（Arnout Eikeboom）运用自己的技巧和热情，检查了数十个定理和数百个方程中的每一个。他在发现和纠正蹩脚的语句、引起混淆的符号以及纯粹的拼写错误方面，也同样表现出了天赋。特别感谢德博拉·汉农（Deborah Hannon）打印了不容易打印的手稿，以及他作为筹备此书的总管助理。在本书将要献给的四个人中有一位提出了编辑建议，我对此深为感激，不胜之至。

罗伯特·C·默顿  
于哈佛大学

# 目 录

<b>第 1 篇</b>	<b>连续时间模型的金融基础和数学基础</b> .....	1
	<b>第 1 章 现代金融学</b> .....	3
	<b>第 2 章 投资组合选择和资本市场理论导论：静态分析</b> .....	13
	2.1 引言 .....	13
	2.2 单期投资组合选择 .....	14
	2.3 单期模型中证券和投资组合的风险度量 .....	19
	2.4 张成定理、分离定理和共同基金定理 .....	25
	<b>第 3 章 连续时间模型的数学和经济学假设</b> .....	45
	3.1 引言 .....	45
	3.2 “无稀有事件”的连续样本路径过程 .....	51
	3.3 存在“稀有事件”的连续样本路径过程 .....	62
	3.4 存在“稀有事件”的非连续样本路径过程 .....	65
<b>第 2 篇</b>	<b>连续时间模型中的最优消费和投资组合选择</b> .....	73
	<b>第 4 章 不确定情况下的投资组合选择：连续时间情形</b> .....	75
	4.1 引言 .....	75
	4.2 动态模型：预算方程 .....	76
	4.3 两资产模型 .....	77