



依給定的比分割線段

王敬庚譯

九章出版社・開明(大陸)出版社

聯合出版

依給定的比分割線段

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА В ДАННОМ
ОТНОШЕНИИ

Н. М. БЕСКИН 原著
王敬庚 譯



九章出版社・開明(大陸)出版社 聯合出版

依給定的比分割線段 / N. M. Beskin 原著；王

敏庚譯 -- 一版. -- 臺北市：九章，1998[
民87]

面：公分. -- (蘇聯青年數學科普叢書
；5)

譯自：Dividing a segment in a given ratio
(ISBN 957-603-159-1(平裝))

1. 比及比例

312.3

87004097

《蘇聯青年數學科普叢書》5

依給定的比分割線段

Dividing a Segment in a Given Ratio

N.M. Beskin 原著

王敏庚 譯

出版者 / 九章出版社

地址 / 台北市信義路3段147巷15弄5-1號7樓

登記證 / 局版臺業字第2327號

電話 / (02)27048405、27045243、23257970

傳真 / (02)27067353

e-mail:ccmp@tpts1.seed.net.tw

發行人 / 孫文先

印刷者 / 九章文具印刷品有限公司

出版日期 / 1998年4月一版一刷

定價 / 100元整

郵政劃撥 / 1053467-6 九章出版社

總經理 / 學英文化事業有限公司

台北縣新店市中正路四維巷2弄5號5樓

查詢本社圖書目錄 /

<http://www.hk.super.net/~phcheung/ccmp.html>

王敬庚发表的文章目录

1. 一般二次曲线为抛物线时位量的确定
《数学通报》，83 年第 2 期
2. 尽力讲清重要概念产生的背景（与贾绍勤、刘沪合作）
《数学通报》，84 年第 4 期
3. 在中学解析几何教学中注意灌输不变量思想
《数学通报》，84 年第 10 期
4. 点集拓扑课中有关反例教学的点滴体会
北京师大《教学研究》，84 年第 1 期
5. 应该注意“函数”和“到上函数”的区别
《数学通报》，85 年第 1 期
6. 解析几何教学中数学思想初探
《高等数学》，85 年第 1 期
7. 突变模型在汉字识别上的应用初探（与马谋超合作）
《自然杂志》，8 卷第 5 期
8. 曲线族产生曲面理论证明的一点补充
《数学通报》，85 年第 11 期
9. 一个并不成功的数学模型-----评《创造性思维的突变理论》
《教育研究》，86 年第 9 期
10. 试论射影几何对中学几何教学的指导意义
《数学通报》，86 年第 12 期
11. 从解析几何的产生谈教改的一点想法

《教材通讯》，87年第3期

12. 含一个参数的二元二次方程表示九类不同曲线的例子

《数学通报》，88年第4期

13. 提出辅助问题，类比，猜想，证明-----关于向量外积分配律证

明的教学尝试

《数学通报》，88年第5期

14. 关于仿射变换和二阶曲线的定义

《数学通报》，88年第7期

15. 论反例

《数学通报》，89年第9期

16. 射影几何课程中的基本数学思想初探

《几何教学探索（I）》，西南师范大学出版社，1989年10月

17. 关于高师院校解析几何课程改革（与傅若男合作），

《北京高校教材研究》，1990年第1期

18. 试论几何直观教学的作用

《数学通报》，90年第1期

19. 关于笛沙格定理的附注

《北京师范学院学报》（自然科学版），11卷（1990）4期

20. 射影几何指导解析几何教学举例

《数学通报》，91年第4期

21. 试论坐标变换在解析几何中的地位和作用

《数学通报》，91年第9期

22. 关于单纯逼近的定义与 Croom 商榷
《北京师范大学学报》(自然科学版) 27 卷(1991 年)3 期
23. 浅谈数学课程函授中的面授教学
《北京高校成人教育研究》，第 6 卷(1991 年)第 2 期
24. 关于一道成人高考题的思考-----兼谈解题教学
《数学通报》，92 年第 2 期
25. 平面解析几何中基本数学思想初探
《数学通报》，92 年第 11 期
26. 解析几何中的轮换技巧
《湖南数学通讯》，93 年第 1 期
27. 论几何直观与高师数学教学
《数学教育学报》，第 2 卷(1993 年)第 1 期
28. 关于解析几何是一个双刃工具的思考
《数学通报》，93 年第 5 期
29. 重视应用定比分点解题
《湖南数学通讯》，93 年第 5 期
30. 高观点下的解析几何
《数学教育学报》，第 3 卷(1994 年)1 期
31. 关于分类讨论的教学
《数学通报》，94 年第 6 期
32. 关于提高中学平面解析几何教材思想性的两点建议
《学科教育》，94 年第 6 期

33. 关于突出通法的思考

《数学通报》，95 年第 5 期

34. 努力挖掘定理教学中具有普遍意义的方法

《河北理科教学研究》，95 年第 2 期

35. 关于重视几何直观分析的思考

《数学通报》，95 年第 12 期

36. 《中学平面解析几何教学研究》-----一门应用高等数学观点的新课程

《数学教育学报》，4 卷（1995 年）增刊

37. 几何中的变换思想

《数学通报》，99 年第 12 期

38. 高师开设《直观拓扑》的尝试

《数学教育学报》，第 10 卷（2001 年）第 1 期

王敬庚发表的数学科普文章目录

1. 欧拉 (Euler) 角
《中学生数学》，84 年第 6 期
2. 拓扑，外号叫橡皮几何学-----对中学生的课外讲座之一
《数学通报》，86 年第 1 期
3. 一般寓于特殊之中
《中学生数学》，88 年第 3 期
4. 射影平面模型和莫比乌斯带
《数学通报》，89 年第 12 期
5. 笛卡儿写书为何故意让人难懂
《中学生数学》，91 年第 4 期
6. 先猜后证
《中小学数学教学》报，第 420 期 (94 年 10 月 12 日)
7. 小魔术中有学问
《中学生数学》，96 年第 3 期
8. 努力掌握笛卡儿模式
《中学生数学》，97 年第 3 期
9. 用纸折椭圆、双曲线和抛物线
《中学生数学》，2000 年 4 月上期
10. 美国火星探测器失踪之谜
《中学生数学》，2000 年 4 月下旬
11. 奇妙的 9

《中学生数学》，2000年8月上期

12. 奇妙的莫比乌斯带

《中学生数学》，2000年11月上期

13. 波利亚教我们怎样解题

《中学生数学》，2001年1月上期

14. 无穷集合趣谈

《中学生数学》，2001年5月上期

15. 有关希尔伯特青年时期的两个小故事

《中学生数学》，2001年8月上期

16. 希尔伯特和闵可夫斯基友谊二三事

《中学生数学》，2001年10月上旬

17. 欧拉是怎样发现公式 $V-E+F=2$ 的

《中学生数学》，2002年1月上期

18. 数学帮你识诡辩

《中学生数学》，2002年2月下期

19. 小华没有时间上学吗？

《中学生数学》，2002年4月下期

20. 平分火腿三明治

《中学生数学》，2002年6月上期

王敬庚著作目录

1. 《直观拓扑》
北京师范大学出版社 2000 年 7 月第三版
2. 《解析几何方法漫谈》
河南科学技术出版社 1997 年 1 月
3. 《几何变换漫谈》
湖南教育出版社 2000 年 6 月

王敬庚参加合编教材目录

1. 《拓扑学》
北京师范大学出版社 1990 年 4 月
2. 《高等几何》
北京师范大学出版社 1994 年 2 月
3. 《空间解析几何》
北京师范大学出版社 1999 年 8 月
4. 《解析几何》（杨大淳主编）
北京师范学院出版社 1987 年 11 月
5. 《解析几何教材辅导》（杨大淳主编）
河北教育出版社 1987 年
6. 《高等数学基础》（王德谋主编）
北京师范大学出版社 1999 年 4 月

7. 《高等数学基础自学辅导》 (王德谋主编)

北京师范大学出版社 2000年9月第2版

王敬庚译著目录

1. 《反演》

(台湾) 九章出版社、(大陆) 开明出版社联合出版

1998年4月

2. 《依给定的比分割线段》

(台湾) 九章出版社、(大陆) 开明出版社联合出版

1998年4月

內 容 簡 介

本書通過分析依給定的比分割線段這個基本問題，介紹共線三點的簡比和共線四點的交比的有關知識。共線三點 A, B, C 的簡比 (ABC) 是指點 C 分線段 AB 所成兩部分的比 $\frac{AC}{CB}$ ，共線四點 A, B, C, D 的交比 $(ABCD)$ 是指兩個簡比 (ABC) 和 (ABD) 的比 $\frac{(ABC)}{(ABD)}$ 。第一章首先解決已知線段 AB 及實數 λ ，求點 C ，使 C 依比 λ 分割線段 AB 的問題，繼而討論簡比的性質，並在直線上引進理想點（無窮遠點），運用簡比證明平面幾何中著名的塞瓦定理和梅涅勞斯定理。第二章討論交比的性質，並介紹調和的四元組及完全四點形的調和性質，解決已知共線三點 A, B, C 及實數 ω ，求第四點 D ，使交比 $(ABCD)$ 恰為 ω 的問題。本書還分別從簡比和交比中元素的不同排列所對應的不同值，分析這些不同值之間的關係，導出它們具有群性質，這是指引讀者“透過一道縫隙窺視群的理論”。

本書內容豐富，寫法通俗易懂，適宜於中學生課外閱讀，並可作為中學數學教師為開拓學生視野而開設的課外講座的材料。

序 言

不少學生非常愛好數學，他們不滿足於學校的教學計劃中所規定的數學的份量，他們從哪裏能再學習到一些呢？

他們的數學知識不論在廣度上還是在深度上都可以得到擴充：在廣度方面，可以通過學習新的數學分支；在深度方面，可以通過對學校數學計劃中包含的問題進行更徹底的分析。對於任何一門數學分支，我們都不能說：“我擁有它的全部知識。”最基本的問題中常常隱藏着和其他問題的預料不到的聯繫，而且對一個問題的深入再深入的過程也是沒有止境的。我們一次又一次地回到熟悉的分支，而且如果我們想得周到，每一次我們都能學到一些新東西。

這本小冊子將引導讀者往深處發展，通過分析一個很基本的問題——如何依一個已知的比分割線段，我們將學習到很多新的知識。

我們從第1章開始討論這個問題。討論中所必需的一些技術性的資料包含在引言中。

目 錄

引言	(1)
§ 1. 直線和線段的定向	(1)
§ 2. 有向線段	(2)
第 1 章 簡比	(7)
§ 3. 問題的敘述	(7)
§ 4. 問題的解	(13)
§ 5. 問題的力學解釋	(18)
§ 6. 簡比對於平行投影的不變性	(18)
§ 7. 簡比中元素的排列	(21)
§ 8. 簡比的群性質	(25)
§ 9. 理想點(無窮遠點)	(32)
§ 10. 直線上點的分離	(39)
§ 11. 塞瓦定理	(44)
§ 12. 梅涅勞斯定理	(55)
第 2 章 交比	(59)
§ 13. 交比的概念	(59)
§ 14. 交比對於中心投影的不變性	(62)
§ 15. 交比中元素的排列	(65)

§ 16. 調和的四元組	(69)
§ 17. 求已知交比的第四點	(75)
§ 18. 關於完全四點形的定理	(80)
§ 19. 交比的群性質	(83)
習題	(85)
答案和解	(89)

引 言

§ 1. 直線和線段的定向

一條直線有兩個不同的方向，給一條直線定向是在它的兩個方向中選定一個。選定了一個方向的直線叫做定向直線或軸。

今後我們使用“直線”這個術語時，是指非定向直線，在這個直線上兩個方向是等價的。

在圖中，選定的方向通常用一個箭頭來表示（圖1）。我們可以說，軸是由下列兩個要素構成的一個對：
(1)一條直線，(2)它的兩個方向中的一個。

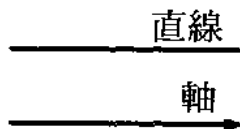


圖 1

線段是直線界於兩點之間的部分，這兩個點是線段的端點（也屬於這個線段）。線段的端點可以是有序的，也就是我們可以取它的一個端點為第一端點，另一個為

第二端點. 通常前者叫做線段的起點, 後者叫做終點. 規定了端點次序的線段叫做定向線段. 在圖中為了表示一個線段是定向的, 必須把它的兩個端點標成不相同的, 例如用兩個不同的字母, 或者在一個端點處畫上箭頭, 等等. 我們可以說, 一個定向線段是由下列兩個要素構成的一個對: (1) 一個線段, (2) 它的兩個端點之一 (該點被取為第一端點或起點).

如果用兩個字母表示一個線段, 並且這個線段不是定向的, 那麼字母的順序是隨意的: AB 或 BA 是同一個線段, 如果這個線段是定向的, 那麼起點的字母在前, 終點的字母在後, 這時 AB 和 BA 是不同的線段 (它們的方向不同).

§ 2. 有向線段

軸上的一個定向線段叫有向線段.

圖 2(a) 中的線段 AB (A 是起點, B 是終點) 不是有向線段; 雖然它是定向的, 但它所在的直線不是定向的. 圖 2(b) 中的線段, 也不是有向線段 (線段自身不是定向的). 圖 2(c) 中的線段 AB 是有向線段.

由此可見, 為了給定有向線段我們必須給出兩個定向: (1) 線段自身的定向, (2) 線段所在直線的定向. 這兩個定向是彼此獨立的, 也就是它們中的每一個都可以用