

高等农林院校精品课程建设教材

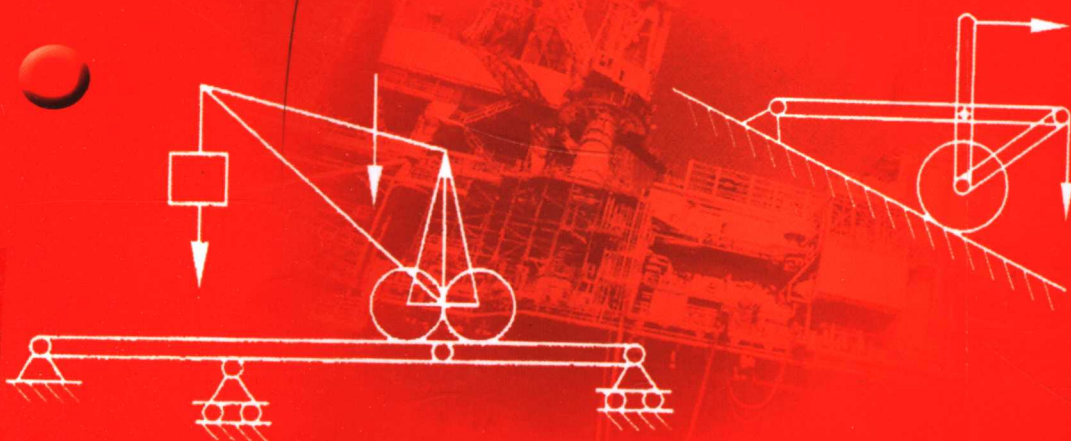
GAO DENG NONG LIN YUAN XIAO JING PIN KE CHENG JIAN SHE JIAO CAI

理论

LI LUN LI XUE

力学

刘俊杰 苏 枋 主编



中国农业大学出版社

高等农林院校精品课程建设教材

理论力学

刘俊杰 苏 枋 主编

中国农业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/刘俊杰,苏枋主编. —北京:中国农业大学出版社,2005.5

ISBN 7-81066-837-4

I.理… II.①刘… ②苏… III.理论力学 IV.O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 134480 号

书 名 理论力学

主 编 刘俊杰 苏 枋

策划编辑 张秀环

责任编辑 张苏明

封面设计 郑 川

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

邮政编码 100094

电 话 发行部 010-62731190,2620

读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618

出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

E-mail caup@public.bta.net.cn

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2005 年 5 月第 1 版 2005 年 5 月第 1 次印刷

规 格 787×1 092 16 开本 22 印张 541 千字

印 数 1~4 000

定 价 25.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

前 言

本书是编者结合近年来教学实践的经验,并参考《理论力学教学大纲(草案)》(70学时)的要求编写的。考虑到先修课程教学水平提高,本教材相应提高了起点,为便于有余力的同学自学,内容也比上述大纲扩充约20%。

在编写本教材时,编者在以下几方面做了些工作:

(1)力图将基本理论写得简明些,成熟的内容采用从一般到特殊的写法。例如,静力学基本理论传统写法分为6~7章,本书只写成3章。运动学、动力学部分也是如此。全书分13章讲述了基本理论及其应用问题。

(2)在例题的编写中力图写出解题思路与方法,采用解前分析与解后讨论以及提出思考性问题等方式,使解题与基本概念、基本方法相结合,以使同学重视培养自己分析问题与解决问题的能力。

(3)用牛顿的矢量力学方法统一全书,并从纵的方面,以力的作用与运动量的分析这两条基本线索来贯穿动力学内容,以两条线索的变化与发展使动力学各章既区别开来又联系起来。在教学实践中试用两条基本线索来解决学生学习的“方法多”、“头绪乱”等问题,初见成效。

本书由刘俊杰(西北农林科技大学)、苏枋(新疆农业大学)任主编,李静(河北农业大学)、王志刚(西北农林科技大学)、辛继红(湖南农业大学)、钟南(华南农业大学)任副主编。参加编写的还有崔玉洁和董科(沈阳农业大学)、严慕容(华南农业大学)、闫宁霞和任武刚(西北农林科技大学)。分工如下:刘俊杰,绪论及第1,2,3章;李静,第4,6章;辛继红、任武刚,第5,7章;钟南、苏枋,第8,9章;严慕容,第10章;崔玉洁,第11章;闫宁霞,第12章;董科,第13章。全书附图的描绘和修订由王志刚、李蕊(杨凌职业技术学院)负责,最后由刘俊杰对全书图、文统一修改定稿。

本书在编写过程中学习了兄弟院校(如哈尔滨工业大学、同济大学、河海大学、清华大学等)的许多先进经验,学习了他们的教材,获益匪浅。在编写过程中始终得到西北农林科技大学教材科薛辉老师和陈俊峰老师的大力支持,中国农业大学出版社的有关编辑老师提出了许多宝贵的意见和建议,在此一并致谢。

限于编者水平,本书可能存在不少缺点与错误,诚恳希望读者特别是使用本书作为教材的师生提出批评和指正。

编者
2004年8月

目 录

0 绪论	(1)
0.1 理论力学的研究对象和内容	(1)
0.2 理论力学的研究方法	(2)
0.3 理论力学的任务	(3)

静力学

1 静力学公理和物体的受力分析	(5)
1.1 静力学基本概念	(5)
1.2 静力学公理	(6)
1.3 约束的基本类型与约束反力	(9)
1.4 物体的受力分析和受力图	(12)
思考题 1	(15)
本章小结	(16)
习题 1	(16)
2 基本力系	(19)
2.1 汇交力系的简化与平衡理论	(19)
2.2 力矩理论	(26)
2.3 力偶理论	(32)
思考题 2	(36)
本章小结	(38)
习题 2	(39)
3 任意力系	(45)
3.1 力线平移定理	(45)
3.2 空间任意力系向一点的简化·主矢与主矩	(47)
3.3 空间力系的平衡·平衡方程	(50)
3.4 物体系的平衡	(60)
3.5 桁架	(65)
3.6 有摩擦的平衡问题	(70)
3.7 重心	(79)
思考题 3	(86)
本章小结	(87)
习题 3	(88)

运动学

4 点的运动学	(97)
---------------	------

4.1 点的运动的矢量表示法	(97)
4.2 点的运动的直角坐标表示法	(98)
4.3 点的运动的自然表示法	(104)
* 4.4 点的运动的极坐标表示法	(111)
思考题 4	(113)
本章小结	(115)
习题 4	(116)
5 刚体的基本运动	(120)
5.1 刚体的平行移动	(120)
5.2 刚体绕定轴的转动	(121)
5.3 定轴转动刚体内各点的速度和加速度	(123)
5.4 轮系的传动比	(126)
思考题 5	(130)
本章小结	(130)
习题 5	(131)
6 点的合成运动	(134)
6.1 点的合成运动的概念	(134)
6.2 点的速度合成定理	(136)
6.3 点的加速度合成定理	(143)
思考题 6	(150)
本章小结	(153)
习题 6	(153)
7 刚体的平面运动	(158)
7.1 刚体平面运动的运动方程和平面运动的分解	(158)
7.2 平面图形内各点的速度分析	(160)
7.3 平面图形内各点的加速度及*加速度瞬心的概念	(167)
* 7.4 刚体绕平行轴转动的合成	(170)
7.5 运动学综合问题	(171)
思考题 7	(178)
本章小结	(179)
习题 7	(179)

动 力 学

8 动力学基本定律与质点的运动微分方程	(185)
8.1 牛顿运动定律	(185)
8.2 质点的运动微分方程	(186)
8.3 质点动力学的 2 类问题	(187)
* 8.4 质点在非惯性参考系中的运动	(194)
* 8.5 质点的线性振动	(198)

思考题 8	(209)
本章小结	(210)
习题 8	(212)
9 动量定理	(217)
9.1 动量与冲量	(217)
9.2 动量定理	(218)
9.3 质心运动定理	(223)
思考题 9	(228)
本章小结	(228)
习题 9	(229)
10 动量矩定理	(233)
10.1 刚体对轴的转动惯量	(233)
10.2 质点和质点系的动量矩	(241)
10.3 动量矩定理	(244)
10.4 动量矩定理在刚体运动中的应用	(248)
思考题 10	(255)
本章小结	(256)
习题 10	(257)
11 动能定理	(262)
11.1 力的功	(262)
11.2 质点和质点系的动能	(268)
11.3 动能定理	(270)
11.4 功率方程	(277)
11.5 势力场·势能·机械能守恒定律	(278)
11.6 动力学普遍定理的综合应用	(284)
思考题 11	(290)
本章小结	(290)
习题 11	(292)
12 达朗贝尔原理	(299)
12.1 达朗贝尔原理·惯性力	(299)
12.2 达朗贝尔原理在质点系中的应用	(301)
12.3 非对称刚体的轴承动反力	(308)
思考题 12	(310)
本章小结	(311)
习题 12	(312)
13 虚位移原理	(317)
13.1 约束及其分类	(317)
13.2 自由度与广义坐标	(319)
13.3 虚位移	(321)

13.4 理想约束	(323)
13.5 虚位移原理	(323)
* 13.6 以广义力表示的质点系平衡条件	(329)
* 13.7 动力学普遍方程(D-L 原理)	(331)
思考题 13	(333)
本章小结	(334)
习题 13	(335)
参考文献	(339)

0 绪 论

0.1 理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

所谓**机械运动**就是通常意义下的物体运动,是指物体在空间的位置随时间的变化。在我们的日常生活和生产实践中时时处处都要遇到机械运动,它是物质运动的最简单、最初级的方式。但是,除机械运动外,物质还有表现为发热、发光、发生电磁现象和化学过程,以至于我们头脑的思维活动等各种不同方式的运动。

物体的平衡是机械运动的特殊情况,因此,理论力学里有一部分是研究物体平衡问题的,这部分称为**静力学**。所谓平衡是指物体保持运动速度不变的状态,包括静止。但是,在宇宙中不存在绝对的平衡,一切平衡都只是相对的和暂时的。

与静力学相对应,理论力学的其余部分称为**动力学**。动力学结合物理原因研究物体运动的变化。在动力学里有一个部分把运动的物理原因撇开而只从几何观点出发去描述物体运动的进行方式,这个部分被独立出来后形成了所谓的**运动学**。

理论力学的发生、形成和发展先于其他自然科学。由于在物质运动的多种方式之间有着相互联系,而且在一定的条件下,一种方式可以转化为另一种方式,加之任何较高级、较复杂的物质运动方式中总是伴随有位置的变动,所以,理论力学的规律以及研究方法,也在一定程度上渗入到其他以研究各种运动方式的规律为对象的自然科学里。但是,在物质运动的多种方式间存在着巨大的本质差别,各有自己独特的规律性,因此,理论力学完全不能包罗、代替其他科学。

本课程所研究的内容属于古典力学的范围,这门力学的基本定律早由伽利略和牛顿精确地归纳为完备的形式。在全部科学中,古典力学是迄今为止最令人满意的科目之一,它的系统性表达以及作为得自经验的物理理论的数学抽象,标志着人类才智和技术史上的伟大进步。3个多世纪的实践经验表明,古典力学的定律有着极其广泛的适用性,这些定律就是我们这门课程的科学根据。

但是,在另一方面,由于19世纪末叶和20世纪以来物理学的辉煌成就,在电动力学、原子结构学说、原子内基本粒子的运动学说等各个领域内的新的重大发现,说明了古典力学的适应性仍然是有限制的。古典力学的基本定律不适用于微观粒子的运动,也不适用于速度接近光速的宏观物体的运动。这样,在20世纪初出现了较古典力学更为严谨的相对论力学和适用于微观粒子运动的量子力学。

相对论力学不同于古典力学的地方,在于它建立了空间、时间与物体运动之间的联系,以及质量与能量之间的联系,它能给出更符合实际的精确结果。但是,相对论力学原理的应用,较之古典力学来说要困难得多,而且它对古典力学的结果所提出的数量修正,仅在物体速度大到可以和光速相比拟的情况下才有实际意义。因此,对于速度远小于光速的物体运动的研究,包括一般工程技术直至以宇宙速度进行的航天技术中力学问题的研究仍然得以古典力学的定律为依据。

0.2 理论力学的研究方法

任何一门科学的研究方法都不能离开认识过程的客观规律,理论力学也毫不例外。

由最初带有偶然性的以及此后有目的的直接观察,特别是通过专门组织的实验,我们能从各个侧面了解到所研究事物的各个特征——它们的外部联系。当积累起足够的感性知识后,事物的现象在我们头脑里留下了印象,从而引起认识过程的突变,产生出概念来。从事物的各个片面,它们的外部联系转到了事物的本质、全体——它们的内部联系。循此继进,使用判断推理的方法,就可以产生合乎逻辑的结论,此后则通过实践去证实并发展这些结论。理论力学的研究就是遵循了科学认识的这个途径。

在力学的萌芽时期,建立力学的基本概念和基本定律,都是以对自然的直接观察以及从生活和生产劳动取得的经验作为出发点的。之后,系统地组织实验,就成了研究的重要一环。事实胜于雄辩,伽利略就曾用实验推翻了亚里士多德的较重物体下落较快的错误论断。他还通过精密的实验得出物体沿光滑斜面下落的速度仅取决于降落高度的结论,从而推出惯性运动的结论。

从观察和实践中所得的感觉经验上升到理性认识,必须经过思考作用,将丰富的感觉材料加以去粗取精、去伪存真,由此及彼、由表及里,抓住事物和现象的内部联系。这样,就必须在被观察到的现象中抽出最主要的特征,而撇开其余次要的东西。这就是力学中的抽象化方法。

通过抽象化,我们能从物质运动的复杂形态中,抓住**机械运动**这一个方面加以研究。而在机械运动的范围中,为使研究能够顺利地进行下去,又要暂时撇开那些对所考察问题不起重大影响的次要性质,这样做使我们得以建立物质对象的一些初步近似的模型。例如,撇开物体的变形,就得到刚体的概念;撇开物体的尺寸大小,则得到质点的概念;等等。当问题在所采取的简化条件下解决后,重新考察那些在初步近似中忽略掉的因素,建立起更接近真实的模型,以便进行更深入的研究。这种由简到繁、由粗到精的研究方法,在力学以及其他科学中都是广泛采用的。例如,当我们研究了刚体的平衡后,考虑物体的变形性,建立起弹塑性物体的模型,进而研究变形体的平衡,使我们能够解决刚体平衡理论所不能解决的问题。

通过抽象化进一步把人类长期从直接观察、实验以及生产活动中获得的经验和认识到的个别特殊规律加以分析、综合、归纳,将使我们能够找出事物的普遍规律性,从而建立起一些最基本的普遍公理(或定律、原理),作为整个古典力学的基础。这些工作已由牛顿总其成。应该指出,在建立公理的过程中,个别科学家的作用是巨大的。当然他们是在前人大量工作的基础上才有所创造、有所发现的。

建立起力学公理后,就可通过推理而得出反映力学规律性各个侧面的普遍定理和各种适用于特殊情形的新的结论。当然,在推理过程中往往需要引入一些新的概念,这些概念反映了人们对事物的新的认识。理论力学里的推理工作广泛地利用数学这种有效工具,利用数学进行推理,亦即采用数学演绎的方法,有助于我们更深入地理解力学规律的实质,从而发掘出隐藏其间的内在联系。数学不只是推理工具,而且是计算工具,是力学走向应用的重要手段之一。力学现象之间的关系要用数量来表示。因此,计算技术对力学的应用有着十分巨大的作用。在今天电子计算机的时代,由于计算技术的巨大威力,使得有可能解决越来越复杂的问题。自然,力学不只是单方面地受惠于数学,它反过来也对数学的发展有很大的促进。

在力学今后的研究中,还必须和物质对象更加深入地联系起来,以便更深入地探索力学现象的物理本质,进一步发掘事物的特征,从而建立起更符合实际的新模型和相应的力学规律。只有这样,力学的内容才能不断地丰富起来。

科学的目的是不只在认识世界,更重要的在于改造世界。从实践到理论是认识过程的一个飞跃,而由理论到实践则是更重要的一个飞跃。实践既是认识的惟一目的,同时又是认识的惟一标准。任何科学理论,包括力学,都必须在它指导实践时加以验证。只有当它足够精确地符合客观实际时,才能被认为正确可靠,也只有这样的理论才有实际意义。

这样,理论力学的研究方法就是列宁所指出的“从生动的直观到抽象的思维,并从抽象的思维到实践”的“认识真理、认识客观实在的辩证的途径”。理论力学的发展完全遵循了毛泽东所阐明的“实践、认识、再实践、再认识,……”的科学认识过程。

0.3 理论力学的任务

理论力学是一门重要的技术基础课。

本课程的任务就是要使学生了解、掌握机械运动的基本规律并学会运用。理论力学的有关理论知识以及通过本课程进一步培养起来的分析问题、解决问题的能力,是学习一系列后继课程,例如材料力学、机械原理、机械零件、结构力学、流体力学、弹塑性力学、振动理论以及钢筋混凝土结构、钢结构等专业基础课和专业课,掌握新技术成就和从事科学研究的重要基础和必备条件。对于水利、土建、机械、航空等工科专业,要求系统地讲述本课程的理论,并进行足够量的练习;在练习中要重视严格的工程训练,包括对图像表达、数字计算能力的培养。与此同时,由于理论力学的对象和方法具有自然科学的特点,这门课程将有助于培养学生辩证唯物主义世界观。必须指出,具备正确的世界观并掌握科学的思维方法,对于最彻底、最深刻地认识自然,并自觉地运用所知科学规律去改造自然来说是不可缺少的。

本课程按传统的顺序分3篇讲述:静力学、运动学和动力学。采用这种叙述系统,主要是为了便于和后继课程相配合,同时也符合由简到繁、由易到难的认识发展规律。

静力学

静力学主要研究物体在力的作用下的平衡问题。

所谓平衡,一般是指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态。它是机械运动的特殊情况。例如,静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物,在直线轨道上作匀速运动的火车等物体,都处于平衡状态。大家知道,运动是物体的固有属性,物体的平衡总是相对的、暂时的。上述在地面上看来是静止的建筑物或作匀速直线运动的火车,实际上还随着地球的自转和绕太阳的公转而运动。因此,平衡是相对于所选参考的物体而言的。

通常作用于物体的力都不止一个,而是若干个,这若干个作用于物体上的力总称为力系。如果一个力系作用于某物体而能使其保持平衡,则该力系称为平衡力系。一个力系满足某些条件才能成为平衡力系,这些条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体的力系的平衡条件及其应用。

一般情况下,作用于物体的力系往往较为复杂。在研究物体的运动或平衡问题时,需要将复杂的力系加以简化,就是将一个复杂力系变换成为另一个与它的作用效果相同的简单力系(称为原力系的等效力系)。将一个复杂力系化简,就比较容易了解它对物体产生的效果,并可据此推论出力系的平衡条件。因此,具体地说,静力学将要研究以下3个问题:

- 1) 物体的受力分析,即分析某个物体共受几个力,以及每个力的作用位置和方向等。
- 2) 力系的简化,即将复杂力系等效变换为简单力系。
- 3) 力系的平衡条件及其应用。

在各种工程实际中,都有着大量的静力学问题。例如,当设计结构、构件或机械零件时,首先就要分析和计算各构件或零部件所受的力,然后根据它们的受力情况和选用的材料,确定所需的截面尺寸,以满足安全和经济的要求。因此,静力学在工程中有着最广泛的应用。

另一方面,静力学中关于平衡的理论还将直接应用于求解动力学问题,可见静力学理论在理论力学的理论系统中也占有相当重要的地位。

1 静力学公理和物体的受力分析

本章将讲述力、刚体、约束等基本概念和几个公理,这些概念和公理是静力学的基础;最后介绍约束的基本类型、物体的受力分析和受力图。

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力的概念

力,是人们生产和生活中很熟悉的概念,是力学的基本概念。人们对于力的认识,最初是与推、拉、举、掷重物时肌肉的紧张和疲劳的主观感觉相联系的。后来在长期的生产实践和生活中,通过反复的观察、实验和分析,逐步认识到,无论在自然界或工程实际中,物体机械运动的改变或变形,都是物体间相互机械作用的结果。例如卷扬机、汽车等在刹车后速度很快减小,最后静止下来;吊车梁在起吊重物时产生弯曲;等等。这样,人们以这种直接的感觉和对机械运动变化的现象长期观察的结果为基础,经过科学的抽象,形成了力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变,或使物体变形。

在自然界中有各种各样的力,如水压力、土压力、摩擦力、万有引力等等,它们的物理本质各不相同。但在理论力学中,并不探究力的物理来源,而只研究力对物体产生的效果,或者说力的效应。力有使物体的运动状态发生改变的效应,也有使物体发生变形的效应。前者称为力的外效应,或称运动效应;后者称为内效应,或称变形效应。理论力学只讨论力的外效应。至于力的内效应(即力对物体的变形效应)将在材料力学、结构力学、弹性力学等课程中讨论。

实践证明,力对物体的效应完全取决于力的大小、方向和作用点,这三者通常称为力的三要素。①力的大小指物体间相互作用的强弱程度。度量力的大小的单位,将随着采用的单位制的不同而不同。在国际单位(SI)制中,力的单位是牛顿(N)。在工程单位制中,力的单位是公斤力(kg_f)或吨力(t_f)。两种单位制的换算关系为: $1 \text{ kg}_f = 9.80 \text{ N}$ 。

②力的方向包含方位和指向 2 个意思。如铅垂(方位)向下(指向),水平(方位)向右(指向)等。③力的作用点指的是力在物体上的作用位置。

一般说来,力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。但是,当作用面积小到可以不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。而这种集中作用于一点的力则称为集中力。过力的作用点作一直线 l ,使直线 l 的方位代表力的方位,则该直线称为力的作用线。在力的作用线上自作用点 A 出发截取线段 AB ,使其长度按合适的比例尺表示力的大小,然后再按照力的指向给线段 AB 加上箭头,则有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 就涵盖了力的三要素的全部内容,所以力是矢量(向量)。在本书中,矢量均用斜黑体字母表示,如图 1-1 用 $\boldsymbol{F}$ 表示的力是矢量。

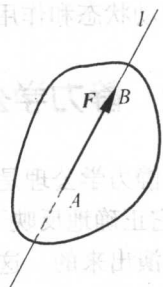


图 1-1

1.1.2 刚体的概念

在静力学中,所研究的物体都是指刚体。所谓刚体就是在外界任何作用下,形状和大小始终保持不变的物体,也就是说,刚体内任意两点之间的距离始终保持不变。显然,在自然界中,任何刚硬的物体在受外力作用后,其形状和大小都要发生或多或少的变化,亦即发生所谓变形。例如,列车驶过铁桥时,桥墩发生压缩变形,桥梁发生弯曲变形等。可见,刚体实际上并不存在,它只是实际物体的抽象化模型。实践证明,在工程实际中的许多物体,它们的变形往往是非常微小的,甚至必须用非常精密的仪器来测量才能发现。如此微小的变形,在许多力学问题的研究中不起主要作用,完全可以忽略,而把物体视为刚体。实际物体经过这样的抽象以后,将使静力学(亦称刚体静力学)所研究的问题大为简化。以后我们还将看到,对于那些需要考虑物体变形的平衡问题,也是以刚体静力学理论为基础的,只不过还要考虑更复杂的力学现象并加上一些补充条件罢了。

1.1.3 约束的概念

力学里考察的物体,有的不受任何限制而可以自由运动,如在空中可以自由飞行的飞机,称为**自由体**。在静力学里所遇到的物体,大多数不能自由运动,由于与周围物体发生接触,这些物体不可能发生某些方向的位移,这样的物体称为**非自由体**。例如,挂在绳子上的电灯、放在桌上的书、装在门臼上的门、插入墙内的悬臂梁、沿钢轨行驶的火车等都是非自由体,绳子、桌面、门臼、墙、钢轨等分别限制了电灯、书、门、梁、火车等运动的自由,使它们不可能发生例如向下的位移。概括说来,绳子、桌面、门臼、墙和钢轨这些物体构成了按一定方式限制电灯、书、门、梁、火车等的位移(包括转动位移)的条件。力学中把这些由周围物体构成的、限制非自由体位移的条件称为加于该非自由体的**约束**。习惯上也称限制非自由体位移的周围物体本身为约束。既然约束限制着物体的运动,那么当物体沿着约束所能阻碍的方向有运动或有运动趋势时,约束对该物体必然有力的作用,以阻碍物体的运动,这种力称为**约束反力**,简称**反力**。约束反力阻碍物体运动,并不主动地使物体运动或使物体产生运动趋势,所以是**被动力**。约束反力以外的其他力统称为**主动力**。如物体的重力、水压力、风雪压力、土压力等等都是主动力。主动力往往是给定的或可预先测定的,而约束反力的大小和方向一般不能预先独立地确定,它与被约束物体的运动状态和作用于其上的主动力有关。

1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产活动中,经过反复的观察和实验总结出来的客观规律,它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质。静力学中所有的定理和结论都是由几个公理推演出来的。这几个公理为大量实验、观察和实践所证实。

公理 1(二力平衡公理) 作用在同一刚体上的两个力,要使刚体平衡,必须也只需这两个力大小相等,沿同一直线作用而指向相反(简称此两力等值、共线、反向)。

这个公理阐述了静力学中最简单的二力平衡条件,这是刚体平衡的最基本的规律,也是推证力系平衡条件的理论基础。注意,这里所说的是刚体的平衡,如果是变形体,这个公理的适用性将受到一定的限制。例如,软绳受大小相等、方向相反的两个力拉时可以平衡;但如变为压

力,则不能平衡。由此可见,刚体平衡的必要与充分条件,对于变形体来说并不一定充分。

在土建结构及机构中,常有一些只在两端各受一力作用的构件或直杆,分别称为二力构件(图 1-2a)或二力杆(图 1-2b,c)。根据二力平衡公理,二力构件或二力杆平衡时,作用在杆两端的力必须满足等值、共线、反向的条件。

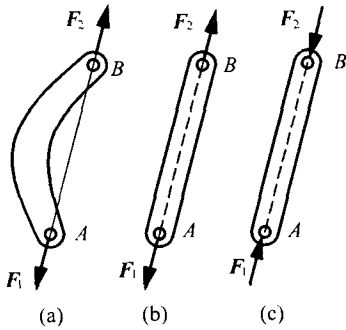


图 1-2

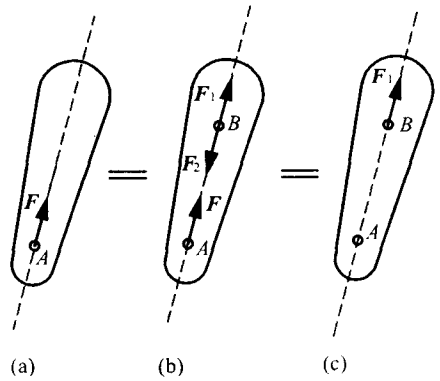


图 1-3

公理 2(加减平衡力系公理) 在作用于刚体上的任何一个力系中,加上或去掉任何一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。

本公理的正确性是显而易见的。因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态,所以,在原来作用于刚体的力系中加上一个平衡力系,或从中去掉一个平衡力系都不会使刚体的运动状态发生附加的改变。即新力系与原力系等效。

应用公理 1 与公理 2 可以得出一个重要推论。

推论(力的可传性原理) 作用在刚体上的力可沿其作用线任意移动,而不改变该力对刚体的效应。

证明: 设力 F 作用于刚体的 A 点(图 1-3a)。根据公理 2,可以在力 F 的作用线上任意一点 B 加上两个互成平衡的力 F_1 和 F_2 (图 1-3b)。今令 $F_1 = -F_2 = F$,由公理 1 可知,力 F 与 F_2 互成平衡,因而据公理 2,又可以将这两个力去掉(图 1-3c)。这样,原来的力 F 既与力系(F, F_1, F_2)等效,也与 F_1 等效。而力 F_1 就是原来的力 F ,只不过作用点已移到点 B 而已。

当然,在力的作用点沿其作用线移动时,力的作用线并不变。由此可见,对于作用于刚体的力来说,作用点已不再是决定其效应的要素,而被作用线所代替。在这种情况下,力成为滑动矢量,可以从它的作用线上任一点画出。

加减平衡力系公理和力的可传性原理,也只对刚体才能成立;对于现实物体,增、减某些平衡力系或将力沿其作用线移动,都会影响物体的变形,甚至会引起物体的破坏,因而必须经常注意理想模型与现实物体间的差别。

公理 3(力的平行四边形法则) 作用在物体上同一点的 2 个力可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以这 2 个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

这样,设在 A 点作用有两个力 F_1 与 F_2 (图 1-4a),用 F_R 代表它们的合力,则有矢量表达式 $F_R = F_1 + F_2$ 。式中的“+”号表示按矢量相加,亦即按平行四边形法则相加。由作用点 A 画出

F_1 与 F_2 的矢量,并补充作平行四边形 $ABCD$ ——力平行四边形,则对角线上的矢量 AD 就表示这 2 个力的合力 F_R 。

显然,力的平行四边形法则也可应用于 F_1 与 F_2 的作用线重合的情况。此时所作的平行四边形 $ABCD$ 的 4 条边重叠于一直线,而且设所给 2 个力的指向相同,则合力的大小等于这 2 个力的大小之和,并具有同一指向;设这 2 个力的指向相反,则合力的大小等于这 2 个力的大小之差,并与其中较大的一个力具有相同的指向。

力平行四边形的作图过程可以简化。如图 1-4b 所示,为求合力 F_R ,只需画出平行四边形的一半 ABD (或 ACD)。为此在画出第 1 个力 F_1 的矢量 $\overrightarrow{AB}$ 后,以 B 点作为第 2 个力 F_2 的起点,画出表示这力的矢量 $\overrightarrow{BD}$,则连接第 1 个力的起点 A 与第 2 个力的终点 D 的矢量 $\overrightarrow{AD}$ 就表示了合力 F_R (图 1-4b)。三角形 ABD 称为力三角形,这种用三角形求合力的作图法称为力的三角形法则。

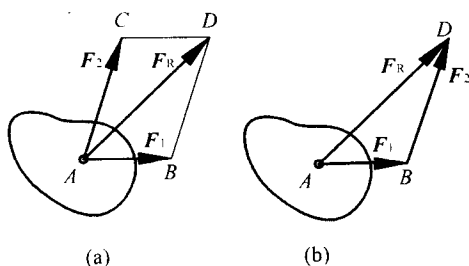


图 1-4

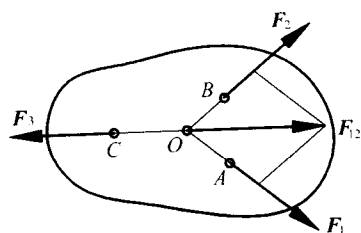


图 1-5

在静力学里,常需处理三力平衡问题,应用上述公理,可以推导出下面关于 3 个力平衡的定理,称为三力平衡汇交定理:当刚体受 3 个非平行力作用而成平衡时,设其中任何 2 个力的作用线相交于某点,则第 3 个力的作用线必定也通过这个点。

证明: 设在刚体的点 A, B 与 C 分别作用着互相平衡的 3 个力 F_1, F_2 与 F_3 (图 1-5)。已知力 F_1 与 F_2 的作用线相交于某点 O ,这 2 个力的合力 F_{12} 应与 F_3 成平衡,因而 F_{12} 与 F_3 必须沿同一直线作用。但 F_{12} 的作用线通过点 O ,故 F_3 的作用线也一定通过点 O 。

顺便指出,根据平行四边形法则,共点 2 个力的合力与这 2 个力是共面的,因而 3 个互成平衡的力还一定是共面的。在解决刚体受 3 个非平行力作用而平衡的问题时,经常要应用这个定理确定某个未知力的方向。

公理 4(作用与反作用定律) 2 个物体间相互作用的一对力,总是大小相等,作用线相同而指向相反,并分别作用在这 2 个物体上。

若用 F 表示作用力,用 F' 表示反作用力,则

$$F = -F'$$

这个公理概括了任何 2 个物体间相互作用的关系,对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力,必定有反作用力;反之,没有作用力,必定也没有反作用力。两者总是同时存在,又同时消失。可见,力总是成对地出现在 2 个相互作用的物体之间的。

当对由许多物体组成的系统进行受力分析时,借助这个公理,可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。但必须注意:2 个物体之间的作用力与反作用力,虽然是等值、共

线、反向,但它们并不互成平衡,更不能把这个公理与二力平衡公理混淆起来。因为作用力与反作用力不是作用在同一个物体上,而是分别作用在2个相互作用的不同的物体上。

公理5(刚化原理) 设变形体在已知力系作用下处于平衡,则在变形后这个物体如果变为刚体(刚化),其平衡状态不变。

此公理表明,若已知力系能保证变形体平衡,则该变形体刚化为刚体后,该力系仍能保证其平衡。换句话说,对已知处于平衡状态的变形体,可以应用刚体静力学的平衡条件。

在研究变形体的平衡时,刚化原理具有特殊重要的意义。我们总可以把刚体平衡所满足的条件,全部应用于变形体的平衡,它把刚体静力学与变形体静力学两者相互联系起来了。

1.3 约束的基本类型与约束反力

约束的类型是各种各样的,约束的类型不同,约束反力也各不相同。然而它们有一点是共同的,即约束反力的方向恒与非自由体的被该约束所阻挡的位移方向相反。

约束反力的特点是,这些力事先并不能独立地确定,这与作用于物体的所谓主动力不同,主动力被认为可以彼此独立地预先测定(如重力)。约束反力的大小与方向则既与作用于非自由体的主动力有关,也与接触处的物理几何性质有关。

静力学里主要研究非自由体的平衡,而任何非自由体的平衡,总可以认为是作用于其上的主动力与约束反力之间的相互平衡。由此可见,研究约束及其反力的特征具有十分重要的意义。现在,我们根据一般非自由体被固定、支承起来或与其他物体相连接的不同方式,把常见的约束予以理想化,归纳为下列几种基本类型,并指出其反力的某些特征。

1.3.1 柔体约束

提供约束的是完全柔软的绳、索、胶带、链条等柔性物体。所谓完全柔软,是指完全不能抗拒弯曲和压力,而仅能承受拉力这一性质而言。此外,对于一般问题,绳索本身的重量以及在受拉后的伸长都忽略不计。这样的理想绳索,在受力状态下是拉直的,因而它所能给予与之相连的非自由体的约束反力只能是拉力,其方向沿绳索本身而背离被约束的物体。如图1-6a中绳索BC对AB杆的约束力是拉力 F_T (如图1-6b)。

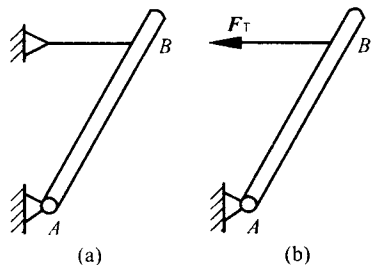


图 1-6

1.3.2 光滑接触面约束

由完全光滑的刚性接触表面构成。如图1-7所示刚性固定曲面对球的接触以及齿轮间的啮合等都属于这种类型。所谓完全光滑,是指接触表面完全不能阻碍非自由体沿接触处公切面内任一方向的运动而言。换言之,接触处的摩擦因数为零。所以,完全光滑的约束面只能阻挡非自由体沿接触处公法线方向压入该约束面的位移。这时约束面承受了非自由体给予它的压力。所以,对应的约束反力只能是压力,其方向沿着接触点的公法线而指向被约束物体,常用 F_N 表示,如图1-7所示。