

智慧经典

# 生命的游戏

## 出人意外的几何趣题

[美] 伊万·莫斯科维奇 著

李琳 译

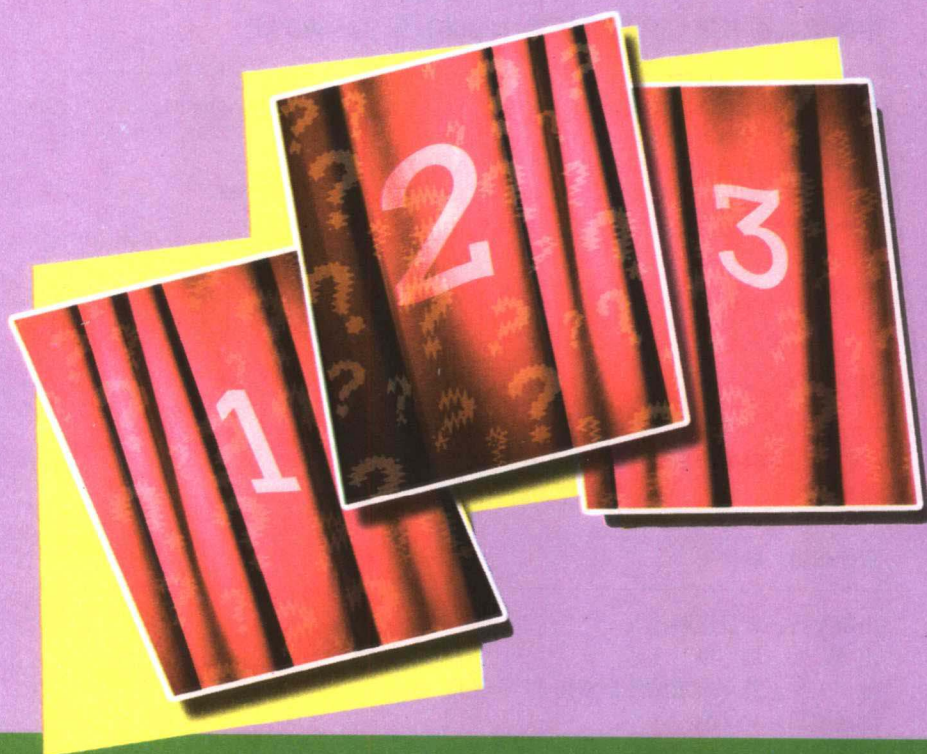


新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

# 生命的游戏

[美] 伊万·莫斯科维奇 著

李琳 译



出人意料的几何趣题

新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

**图书在版编目 (CIP) 数据**

生命的游戏：出人意料的几何趣题/(美) 伊万·莫斯科维奇著；  
李琳译. —北京：新星出版社，2006.1

(智慧经典)

ISBN 7-80148-987-X

I. 生... II. ①莫... ②李... III. 几何学—普及读物 IV. 018-49

**中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 145480 号**

---

THE MONTY HALL PROBLEM & OTHER PUZZLES by IVAN MOSCOVICH

Copyright: © 2004 by IVAN MOSCOVICH

This edition arranged with STERLING PUBLISHING CO., INC.

through BIG APPLE TUTTLE-MORI AGENCY, LABUAN, MALAYSIA.

All rights reserved.

著作权合同登记号：图字：01-2006-0321

**生命的游戏**

——出人意料的几何趣题

[美] 伊万·莫斯科维奇/著

李琳/译

责任编辑：耿红平

---

出版发行：新星出版社

出版人：谢刚

地址：北京市东城区金宝街 67 号隆基大厦

邮政编码：100005

电话：010-65270477

传真：010-65270449

电子邮箱：newstar\_publisher@163.com

经销：广东联合图书有限公司

销售热线：010-65513628 65512133

印刷：河北大厂彩虹印刷有限公司

开本：787×1092 1/16

印张：8

版次：2006 年 1 月第一版 2006 年 1 月第一次印刷

定价：26.00 元

---

版权所有，翻版必究；如有质量问题，请通过销售热线联系调换。

# 目 录

|                   |    |                    |    |
|-------------------|----|--------------------|----|
| 序言 .....          | 5  | 三角测量 .....         | 28 |
| 酒醉的昆虫 .....       | 6  | 警方的追捕 .....        | 30 |
| 最短和最长 .....       | 7  | 鲜花怒放 .....         | 33 |
| 理解信号了吗? .....     | 9  | 跳蚤马戏团 .....        | 34 |
| 第一次联系 .....       | 9  | 跳跃狂欢节 .....        | 35 |
| 早期几何学 .....       | 10 | 跳来跳去的蚱蜢 .....      | 36 |
| 非欧几何学 .....       | 12 | 跳着回家 .....         | 39 |
| 出租车几何学; 两角形 ..... | 13 | 图形万花筒 .....        | 40 |
| 出租车三角学 .....      | 14 | 生命的游戏 .....        | 41 |
| 正方形路线 .....       | 15 | 绝妙的握手 .....        | 42 |
| 兜兜转转 .....        | 16 | 一打握手者 .....        | 43 |
| 条条大路通..... ..     | 17 | 让我们握握手吧 .....      | 43 |
| 本地小酒馆 .....       | 18 | 那是魔术! .....        | 44 |
| 寻宝 .....          | 19 | 在海岛间跳跃 .....       | 45 |
| 立方密码 .....        | 20 | 蒙蒂·霍尔难题 1 .....    | 46 |
| 送货 .....          | 21 | 蒙蒂·霍尔难题 2 .....    | 47 |
| 观光路线 .....        | 22 | 戈洛姆标尺 .....        | 48 |
| 就这么走 .....        | 23 | 戈洛姆标尺: 4 个刻度 ..... | 50 |
| 圆的面积 .....        | 24 | 戈洛姆标尺: 5 个刻度 ..... | 51 |
| 苜蓿 .....          | 25 | 戈洛姆标尺: 6 个刻度 ..... | 51 |
| 4 道赛跑 .....       | 26 | 切分戈洛姆标尺 .....      | 51 |
| 多边形证明 .....       | 27 | 戈洛姆标尺: 7 个刻度 ..... | 51 |
| 摆线与骑单车 .....      | 27 | 电线上的鸟儿 .....       | 52 |

|                      |    |                  |    |
|----------------------|----|------------------|----|
| 动物园的合理布局 .....       | 53 | 美食之道 .....       | 77 |
| 拉姆齐理论 .....          | 54 | 圆圈交会 .....       | 78 |
| 拉姆齐游戏; 6 人聚会趣题 ..... | 55 | 多边形手链 .....      | 79 |
| 拉姆齐十七边形游戏 .....      | 56 | 三角形小把戏 .....     | 80 |
| 拉姆齐十八边形 .....        | 58 | 流体动力学 .....      | 81 |
| 隐身多边形 .....          | 59 | 盖尼米德圆周 1 .....   | 82 |
| 一堆轮盘赌数字 .....        | 60 | 盖尼米德圆周 2 .....   | 82 |
| 欧拉问题 .....           | 62 | 盖尼米德圆周 3 .....   | 83 |
| 欧拉路径 .....           | 64 | 盖尼米德圆周 4 .....   | 84 |
| 曲曲折折, 涂涂画画 .....     | 65 | 彩色的组合锁 .....     | 85 |
| 正确的连接 .....          | 66 | 魔幻箭头: 游戏 1 ..... | 86 |
| 中国邮递员难题 .....        | 67 | 魔幻箭头: 游戏 2 ..... | 88 |
| 绕圈子 .....            | 68 | 魔幻箭头: 游戏 3 ..... | 89 |
| 货郎担问题 .....          | 69 | 在你的地盘上 .....     | 90 |
| 我切、我切、我切切切 .....     | 70 | 满地苜蓿叶 .....      | 91 |
| 为孩子们筹备大餐 .....       | 71 | 第 18 次调整? .....  | 92 |
| 平面上的坐标 .....         | 72 | 面积通关 .....       | 94 |
| 三维空间中的坐标 .....       | 72 | 哪一个最大 .....      | 95 |
| 极坐标 .....            | 73 | 一道关于小鸟的题目 .....  | 96 |
| 球坐标 .....            | 73 | 安全的保险箱 .....     | 97 |
| 用坐标来画画 .....         | 74 | 幸运之窗 .....       | 97 |
| 皇室贵胄 .....           | 75 |                  |    |
| 皇家队列 .....           | 75 |                  |    |
| 数字拍脑袋 .....          | 76 | 答案 .....         | 98 |

# 序 言

早在中学时我就喜欢上了谜题和数学趣题。在1956年，一次偶然的机会使我的这种兴趣转变为一种癖好。当时我看到了《科学美国人》杂志上第一次刊出的马丁·加德纳数学游戏专栏。在过去的50年时间里，我一直在设计和创造教具、谜题、游戏、玩具以及科学博物馆里那些可以拿在手上的展品。

趣味数学是一种重在娱乐的数学，不过，当然了，这个定义实在太宽泛了。趣味数学在很大程度上可谓寓教于乐，而且在趣味数学和“严肃”数学之间其实并没有清晰的界限。要欣赏数学，你并不一定得是一名数学家。数学只是另一种语言——创造性思维和解题的语言，它会丰富你的人生，就像它已经（和仍将）丰富我的人生一样。

不少人似乎都坚信，即便没有任何数学知识，生活仍然有可能过得很好。事实并非如此：数学是所有知识的基础，是所有高等文化的承载者。要开始欣赏和学习数学的基础，任何时候都不会太晚。它会给我们太过迟钝的头脑补充丰富的智力历练，并给我们提供各种各样的乐趣，而这些乐趣可能是我们前所未闻的。

在收集和创造趣题时，我更喜欢那些不仅仅只是逗乐的东西，喜欢这样一些趣题，它们能提供智力满足和学习经验的机会，并且激发好奇心和创造性思维。为了强调这些准则，我把我的趣题称为“思维宝”。

“智慧经典”系列通过大量趣题、游戏、问题和其他东西，系统地涵盖了相当广泛的数学思想，从那些来自数学史上的最经典趣题到许多全新的原创思想。

在《生命的游戏》这本书里，你将会看到著名的蒙蒂·霍尔问题游戏，它是以表面上看起来非常简单的概率论原理为基础的。这个问题在数学家当中也曾经引起了巨大的轰动。理解这个问题背后的理论，会有助于你解决书里的许多其他题目。

为了把所有趣题都设计得尽可能使每个人都能理解，我花了很多工夫，不过其中仍然有一些问题的答案可能是很难的。由于这一原因，这些思想是以一种新颖的、具有高度美感的视觉形式展现出来的，使得读者更容易体会其中隐含的数学内容。

我比以前任何时候都更加渴望这几本书能表达我对数学的热情和迷恋，并与读者们共享这种热情。这些书把趣味与娱乐同智力挑战联系了起来，通过这种方式，我们可以欣赏与理解大量在艺术、科学和日常生活中司空见惯的思想和基本概念。

书里还包含了一些游戏，它们被设计成能够容易地制作和游玩的样式。许多游戏的结构使它们可以激荡心灵、萌发新思想和洞察力，从而为新的思维模式和创造性表达模式扫清道路。

尽管题材很分散，但在这些书所涉及的题材中仍有一种隐含的连续性。每一道“思维宝”趣题都是独立的（即便事实上它们存在相互关联），因此你可以随意选择一道，沉浸于其中，而不用担心受到交叉引用的困扰。

我希望你会喜欢这套“智慧经典”系列，就像我在为你创造它们时已经感受到的那样。

伊万·莫斯科维奇

**在**这本书里，我们将要测试你各方面的技能——观察力、逻辑推理能力、动手能力，还有超常规的思维能力！最前面的这2道难题可以让你用来小试牛刀，别忘了水平思考的方法有时候要比单单在数字上绞尽脑汁有效得多。



### ▼ 酒醉的昆虫

2只瓢虫落到了我的玻璃杯上：一只在外边，高度正好位于杯子的半中间；另一只正好隔着杯子与之相对，不过却是在杯子的里边。杯子高5又1/2个单位，宽4个单位。你能指

出2只瓢虫之间的最短路径吗？你能算出这条路径有多长吗？

答案：第98页



## ▼ 最短和最长

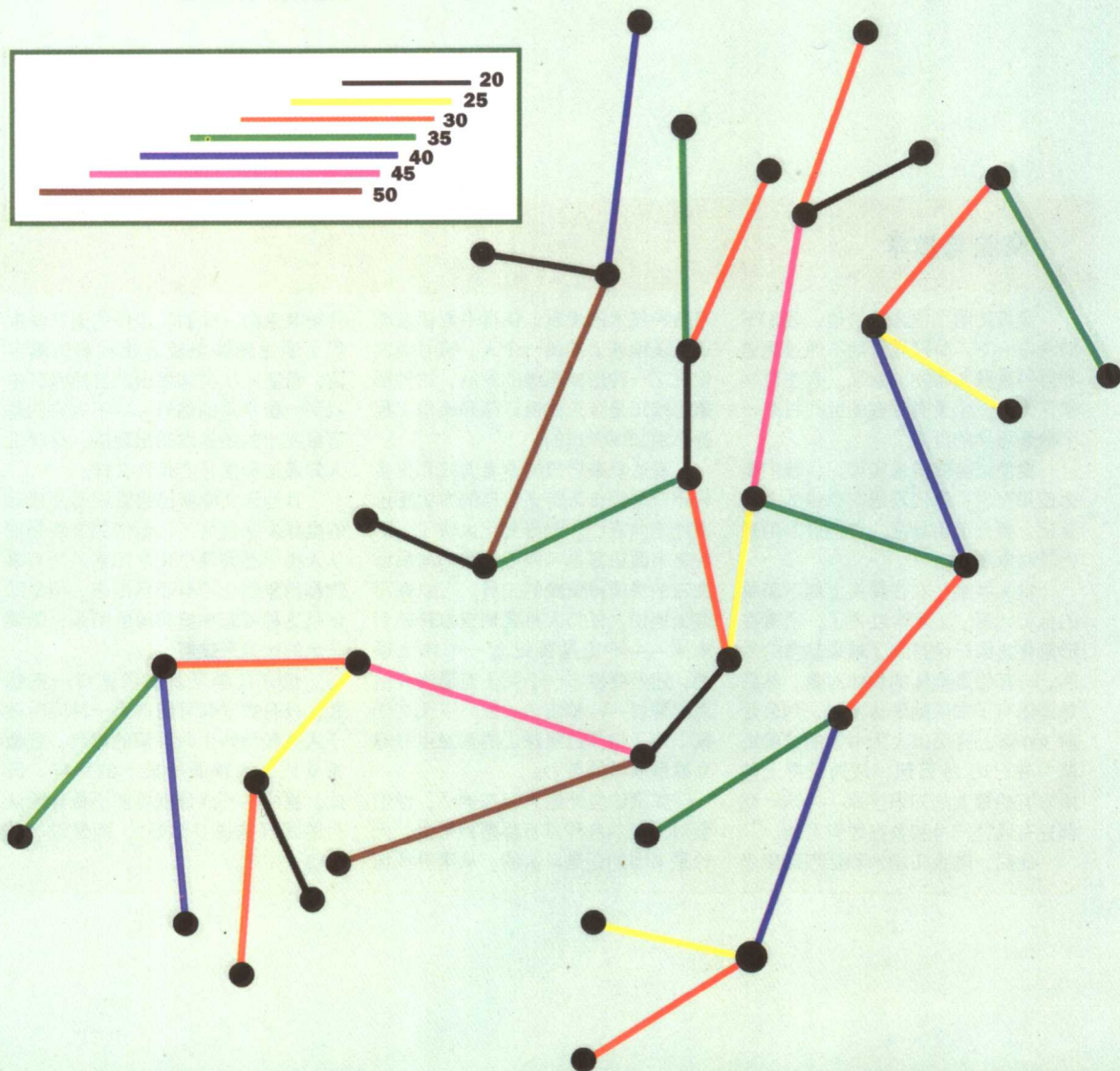
下面的示意图展示了一组城镇之间的道路交通网络。

在数学上，这叫做树图。道路的不同颜色表示不同的长度，这些长度之间最少相差 5 英里（约 8 公里）。

(a) 在不得返回的情况下，你能找出任意 2 个城镇之间可能的最长距离吗？

(b) 通常情况下，这类问题甚至可能难倒最先进的计算机，特别是如果城镇的数目增加的话。在不采用数学计算的情况下，你能找到一个简单的方法来证明在贯穿网络的路径中哪条最长吗？

答案：第 98 页



 一生下来就继承了一样最重要的东西，即学习语言的能力。语言——尤其是书面语言——使得人们之间的联系成为可能，无论环境多么迥异、时空如何久远。从语言中，人类可以通晓过去，预知未来。



### 你知道吗？

科学家现在能够使用一种新的书写法，它微小到这样一种程度：你可以把开天辟地以来人类所有书面的东西，统统写到一张像你的客厅地毯那般大小的纸上。

## ✻ 交流与数学

要真正明了语言的价值，我们不妨考虑一下：有没有可能不通过词语和符号来获知事物的意义。有些哲学家认为，一个没有语言的世界将是一个缺乏意义的世界。

要使语言变得真实可见，我们要么使用符号，即代表语言单位的书写标记，要么运用象征，它们可以用来代表对象本身。

自人类第一次在骨头上刻下简单的标记以来，2万年过去了，语言在形象化方面已经得到了越来越多的发展。一开始是具体的物体对象，然后是词语有了抽象的表达方式。到公元前300年，亚历山大图书馆的馆藏纸草书卷已达75万册，成为世界上前所未有的最大的知识宝库——这一切都只有通过符号和象征才有可能。

此后，雕版印刷术和活字印刷术

等各种技术的发展，使得书面语言真正惠及地球上的每一个人。符号语言促进了一种形象思维的发展，这种形象思维正是今天的设计师和通信工程师必须加以考虑的。

表达复杂思想的古老方式和更多利用口耳相传来传递信息的方式正迅速地走向衰亡。世界变化太快了，即使是书面语言也可能不是我们与后世交流的最值得信赖的工具。可以毫不夸张地说，任何人想要把信息传递到未来——不论是要纪念一个伟大领袖，还是要发布一个关于有毒废弃点的警告——都应该关注一下天文学家们为了与其他星球上的智慧生命建立联系所做的努力。

如果这些外星人存在的话，他们会对人类的各种语言都感到陌生，无论是书面的还是口头的。从事寻找地

外智慧生命（SETI）工作的天文学家们正通过无线电望远镜观测浩瀚宇宙，希望能从星体发出的自然噪音中找到一星半点的信号——不论它们是有意发出的还是偶然出现的，尽管没人知道这种信号会是什么样。

其他天文学家已经尝试着向遥远的星球发送信号了，他们的方法是把从人类形态到最小化学元素的所有事物都用形象化符号表示出来。但是即便是这种看起来挺简单的图像也需要一定的智慧来破解。

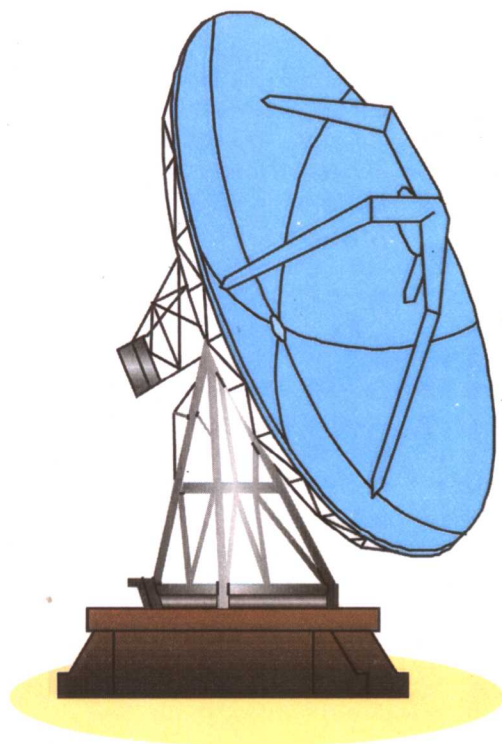
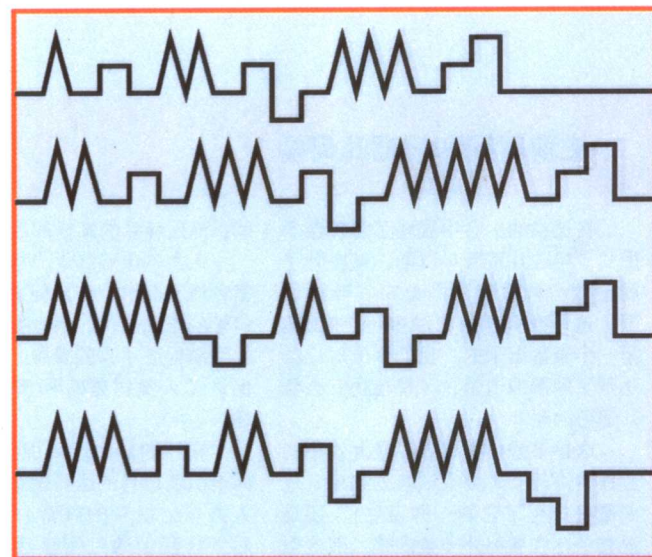
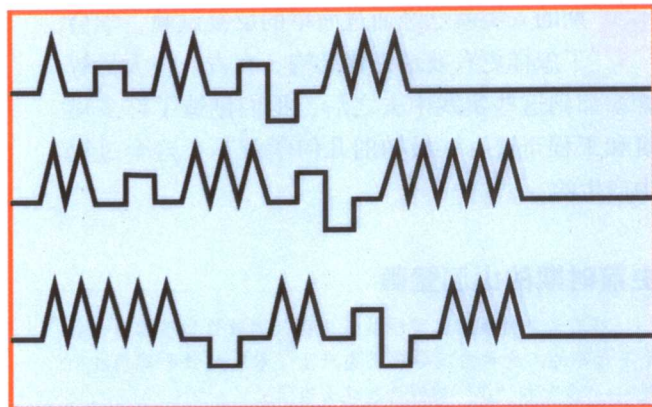
也许数学可以提供这样一把钥匙，只有数学有可能成为一种同时适于人类和地外生命理解的语言，就像第9页上的趣题所显示的那样。因此，星际的问候语就可能不像你所认为的那样是说“你好”，而是说“1、2、3……”。

## ► 理解信号了吗？

为了与地外智慧生命建立联系，我们将向外层空间发送诸如此类的信号，因为外星人是不太可能理解我们书面或口头语言的。

为此，假如有机会建立联系，星际信号只能以数学语言和二进制密码的形式送入太空。你能破译出这些信号都是什么意思吗？

答案：第 99 页



## ▲ 第一次联系

数学是惟一一种我们可以指望外星人理解的通用语言。

与外星人建立联系的最佳方式就是通过数学：只需要进行计数……就像上面我们的信号那样。但这里有一个问题：他们能理解这一信号吗？

答案：第 99 页

**早**期的人类就已经通过简单的反复试验，学会了怎样更有效地搭建结构。在古人将大量智慧添加到这些实践中去之后，他们创造了许多建筑和工程奇迹——最初的几何学就是在这个过程中产生的。

### 史前时期的山洞壁画

在右边的壁画里，狩猎队伍中猎人的数目和猎物的数目是不对等的。这种情况导致人类产生了最初的数学思想和问题——“多”和“少”的概念就这么有了。



## ❁ 史前时期和早期几何学

在植物的生命中展现了各种数学形式。早在几百万年以前，某些叶子就根据一种数列法则分布在叶柄周围，这个数列是莱昂纳多·斐波那契第一个表达出来的。我们今天对这条法则了解得很清楚，可是植物怎么会知道它的呢？

这是不是植物在寻找最大效率的过程中进行了无数次试验的结果（从而最终产生了它的一种习性），还是说其中存在着另外一条规律，而这条规律惟有等到未来才能水落石出？

动物生命的出现，使我们有可能形成对形状、数字和测量等数学概念的认知。不妨以蜘蛛为例。在任意一张蜘蛛网上，你都能发现正多边形、对数螺线，并找出图形之间的相似性。蜜蜂建造的蜂巢都是六角型结构的，这种结构提供了最大的内部空

间，而所消耗的蜂蜡却最少。

人类的出现终于为数学的登堂入室创造了契机。艺术促进了人们对几何学的正确评价，宗教神秘主义和商业活动促进了数的发展，而且它们都促进了人类对建筑和天文学产生兴趣。

剧烈的自然运动现象（如日食、闪电以及日月的运行轨迹等）引起了人类与生俱来的好奇心。许多年以后，当我们通过测量活动把这种好奇心变成一种训练，并且运用数学推理来进行强化时，我们便成了科学家。

即使是洞穴人也懂得运用算术，他们用长矛来交换动物。他们可能用手指来数数，也许还要用到脚趾头。后来，人们有了更多的物产，为了计算物品数量，他们不得不在木棒上或

者树干上刻下痕迹，这就是符木标记。符木标记同样被用做日历，以便记下过去了多少天和多少小时。

由此，数字被发明出来了。起初，数字看起来很像符木标记。但是，就算用上全部的古代数字体系，人们也很难进行哪怕是最简单的数学运算。创造一种计算的机械法则可谓势在必行。古罗马人用计算小石子来做算术，这可以说是计算器最原始的形式。

不过作为一门科学，几何学是在古希腊诞生的。古希腊的几何学家沉迷于对简单形状的研究——圆、正方形、三角形。仅仅依靠圆规和直尺，他们就开始了寻找几何学真理的航程。到公元前350年，欧几里得已经汇编了一套关于空间和形状的定理，它们统治几何学长达2000年之久。

## 几何学与趣题艺术

趣题是怎样发展起来的？说起来它们的历史可是漫长得惊人。因发现直角三角形勾股定理而闻名于天下的毕达哥拉斯，给无穷无尽的几何学趣题奠定了基础（其实，早在公元1世纪，中国人就懂得毕达哥拉斯定理了）。阿基米德这位古代最伟大的几何学家创造并解决了不少益智类趣题，其中最著名的就是“Eureka”（意为“我发现了”）问题，这个故事与叙拉古国王赫农二世的王冠有关。

8世纪末，英国学者阿尔昆讲述了一道“过河”难题，到今天它已经有无穷无尽种变型了。阿尔昆的主要著作《锻炼青年人的难题》，是我们所知最早的拉丁文难题集。

1175年，比萨的莱昂纳多（即斐波那契）发现了斐波那契数列，这个数列被证明在科学和数学的诸多领域里都有着不同寻常的重要性。

在17世纪，完全讲述益智类难题的书不仅有数学方面的，也有物理学方面的。法国人克洛德-加斯帕尔·巴契·德·梅齐里亚克做出了第一个重要贡献，他主要因为两部著作而为后人铭记：《丢番图》和《数学游戏问题集》，前者是关于数论的第一部希腊文著作，后者是随后一系列类似的趣题集的开山之作，书里更多地强调算术而非几何谜题。

1624年，一名法国耶稣会传教士让·勒尔肖恩以范·埃特为名，发表了他的《益智数学题》，这本书至少有30个版本广为流传。

在德国，丹尼尔·施文特（一位希伯来语、东方语言学兼数学教授）于1636年编纂了一本空前受欢迎的书《数学与哲学之快乐一刻》。

查尔斯·邦鲍夫在1874年的一本书《奇巧拾遗》中收录了一部分趣题。他写道：“求解这些趣题不是一种工作而是一种游戏，解题将会锻炼出你敏捷的才思，有助于你学会举一反三和换位思考。”

但是直到100年前，大众对于数学和科学益智的兴趣才开始变得强烈起来，这要归功于美国最重要的趣题创造者萨姆·劳埃德和他的英国同行亨利·恩斯特·杜德尼。趣题艺术在现代得到了欣欣向荣的发展，这得感谢马丁·加德纳的工作，以及他的追随者数学家伊恩·斯图尔特等人的努力。

## 柏拉图（公元前427—前347）



公元前387年左右，古希腊学者柏拉图在雅典建立了一座学校，他称之为“学园”——一个潜心研究哲学、科学和数学的机构。

在其《形式论》一书中，柏拉图把数学对象视为完美的形式。他在《斐多篇》和《理想国》中谈到，现实世界中的物质客体具有数学的抽象形式。尽管柏拉图本人没有做出数学上的创见，但是他的学园以及他本人所信奉的数学为心智提供了最好训练的观念，都对这门学科的进一步发展起到了举足轻重的作用。



不识几何者不得入内。

——柏拉图学园大  
门牌匾上的文字



你知道吗？

拉丁文中的“小石子”就是“演算”的意思。

**我**们在学校里学习的普通几何学体系（它由  $x$ 、 $y$  和  $z$  这 3 个轴组成三维空间）被称为欧几里得几何学。但是假定我们使用另外一种体系会怎样呢？通向非欧几何学的一种途径就是所谓的“出租车几何学”，你只需一张纸就能探寻其中的奥妙。赫尔曼·闵可夫斯基首次对此进行了认真的研究，青年时代的爱因斯坦曾经在苏黎世受教于这位俄国数学家。



## ❁ 非欧几何学

几何学植根于对一块块土地的测量活动。事实上，几何学这个词的字面解释就是“对土地的丈量”。面对复杂的地形，那些从事测量工作的古代几何学家发挥自己的聪明才智，很快将几何学从土地勘察转向对抽象形状之间关系的研究。

在 2000 年左右的时间里，人们普遍认为欧几里得几何学是惟一可能的几何学，尽管没有人真正知道为什么欧几里得给出的各个定理是正确的。既然欧几里得关于直线和二维平面的这些定理都是不言而喻的——换句话说，我们可以确确实实看到它们在起作用——所以就

有人想要向它们发起挑战了。

不过，19 世纪初，数学家们发现，欧几里得的许多原则不仅并非不言而喻，而且也不是放之四海而皆准的。例如，当数学家们用球体来代替欧几里得的平面时，他们发现，与欧几里得的公理相反，2 条平行线相遇了，就像 2 条经线相交于 2 个极点。

为什么经过那么长时间人们才推翻了欧几里得几何学呢？答案就在于：单独一个人只能占据巨大球体（地球）上很小的一片区域，在这样一片有限的区域内，欧几里得几何学非常有效。

实际上，建筑师在设计和建造房屋时几乎总把地面看做是平坦的。的确，古代世界里任何欧几里得几何学以外的体系几乎都没什么实际应用。但是，非欧几何学对于现代物理学和宇宙学有着重要的推动作用。

举个例子，天文学家可以利用非欧几何学来描述光线的路径，因为光线在经过恒星、黑洞和星系这类高密度天体时会发生弯曲。非欧几何学同爱因斯坦的相对论一起，已经揭示了大量关于时间和空间的奥秘。要解开这些奥秘，舍此别无他途。

## 出租车几何学——关于网格城市的几何学

设想有这么一个网格状的城市，这里的街道不是南北走向的就是东西走向的。(19世纪建设的许多城市就具有这种网格状布局。)要是你想乘坐出租车在这座网格城市里兜兜风，就必须量好距离，不能“飞鸿掠万里”，而须“车马徐徐行”——也就是说，要沿着方形的网格线一步一个脚印地走。

这里出租车的行程一般要比正常的行程长，除非你只从一条街的一头开到另一头。如果网格城市就是由平面上的直线组成，那么它怎么可能属于非欧几何学呢？

欧几里得的一条重要公理是：两

点之间直线段最短。在网格城市中也是这样吗？事实上，由于旅程被严格限制在街道网格中，大多数情况下最短路径是由一系列短线衔接而成的。你必须绕着方块街区开车，而不是径直穿过去。这是否意味着在网格城市中不可能出现圆形路线呢？因为从定义上说，圆形就是到一个固定点距离相等的所有点组成的图形。

假设在网格城市中 6 个街区的长度为 1 公里，而你将乘出租车从城市的中心出发，行驶 1 公里的路程，你会在哪里停下来呢？

你可以一直向东走6个街区然后停下来，也可以向东走5个街区再向北走1

个街区，或者向东走4个街区再向北走2个街区。所有这些路径的终点都落在半径为1公里的“出租车圆”上。

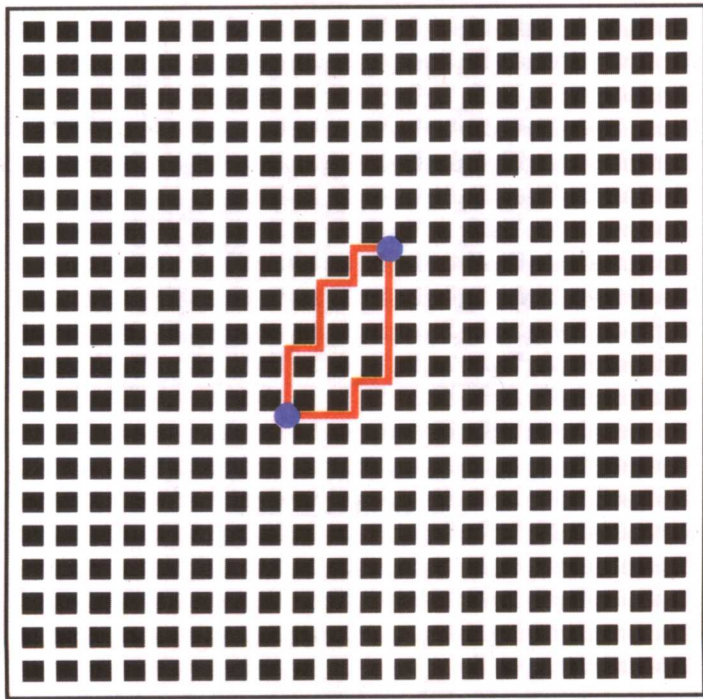
你能画出这样一个圆的形状吗(见第 16 页)? 出租车几何学中的“直线”(最短路径)从欧几里得几何学的观点看竟然是可以弯曲的,那么关于“角”的概念在出租车几何学中就变得毫无意义或者另有深意了,这就是挑战之所在。

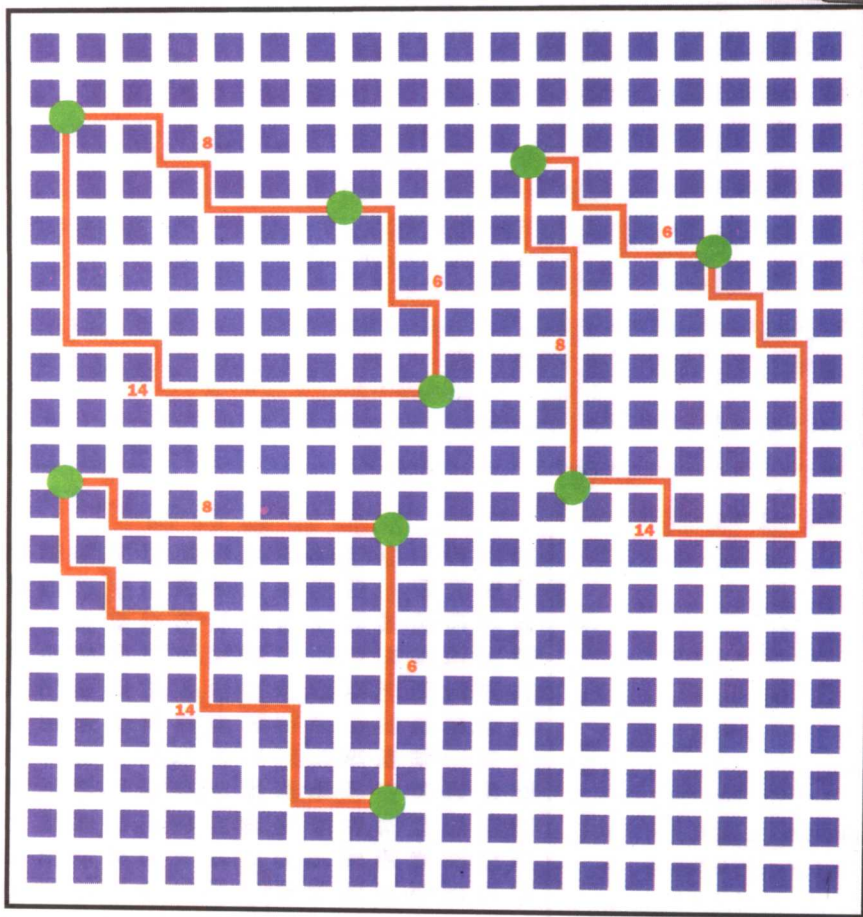
不过，我们仍然有可能定义出一些图形，它们类似于欧几里得几何学中的多边形，这些图形中包括被称为“两角形”的两边形，而它在欧几里得几何学中是不可能出现的。

## ► 两角形

我们把有 2 条侧边的多边形称为“两角形”，它在欧几里得几何学中不存在，却能存在于“出租车几何学”中。图中给出了一个两点之间边长为 8 的两角形。显然，不同的两角形可以共享相同的一对“角”顶点，并且，任意两角形的“边”长度必须相等，因为它们连接到了相同的 2 个点上。请问：你能找到多少个与图中所示大小完全相同的两角形？

答案：第 99 页





### ▲ 出租车三角学

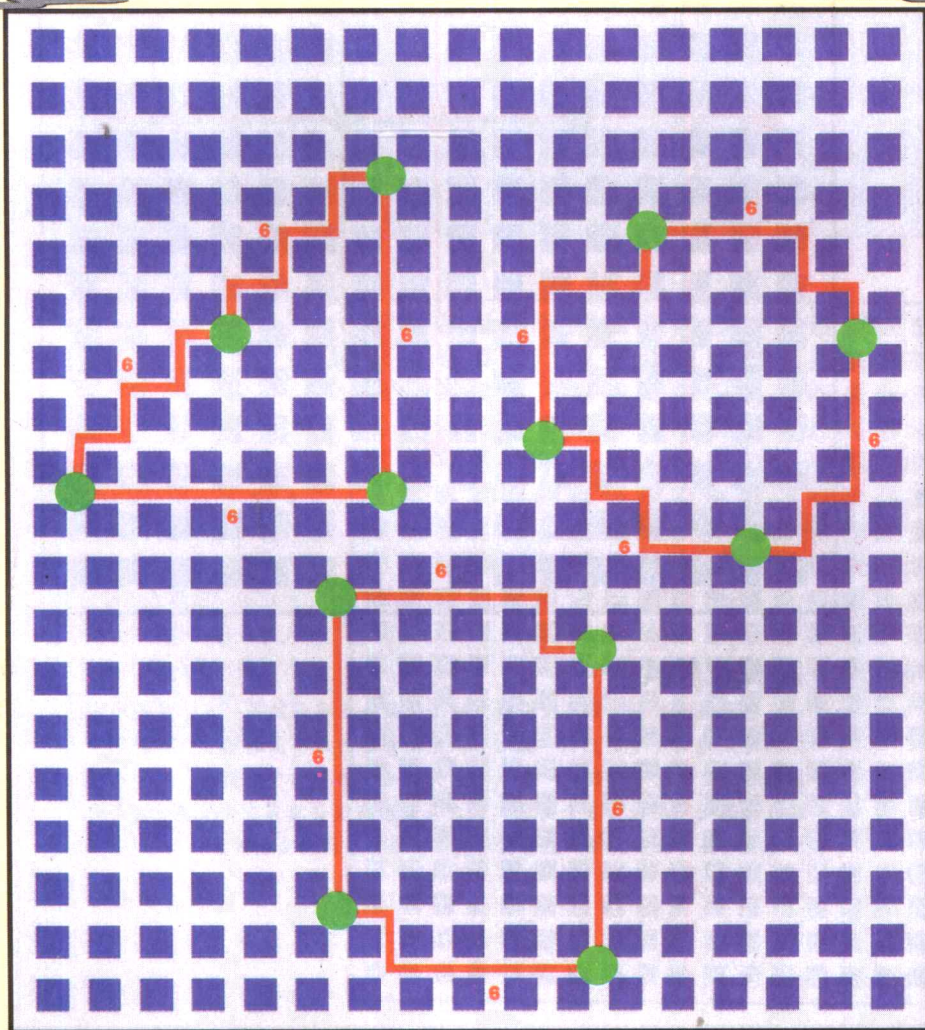
在欧几里得几何学中，给定3个点只能构成1个三角形。然而在出租车几何学中，就不止有1个比方说边长分别为6、8和14的三角形，如上图所示。在这么多有同样边长的三角形中，你能找出面积最小的那个（即包含方块个数最少的三角形）吗？

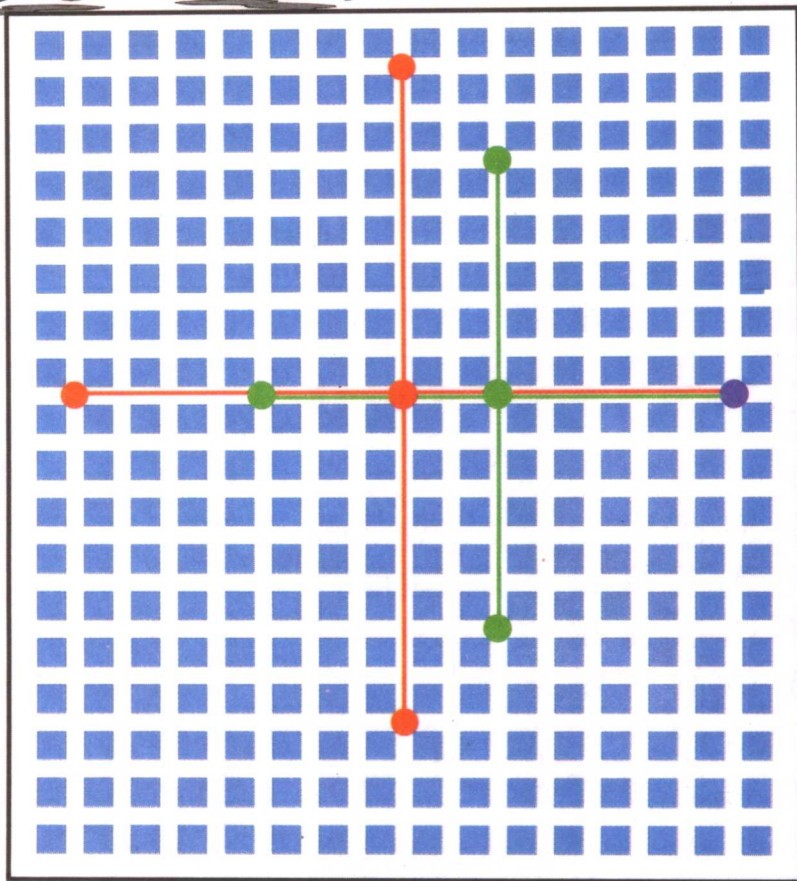
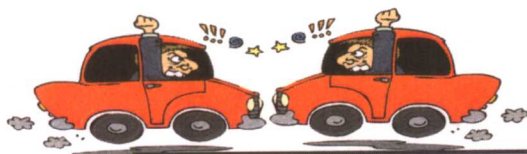
答案：第99页

# ▼ 正方形路线

和三角形一样，出租车几何学中也存在相当多的正方形，例如，3个边长为6的正方形，如下图所示。你能为这3个边长为6的正方形分别算出最小面积吗？你可以改动边线，但不能改变原正方形4个顶点的位置。

答案：第100页





### ▲ 兜兜转转

在网格城市中，你只能沿着方块街区从一点移动到另一点。我们现在把圆定义为到一个定点——圆心——距离相等的所有点的集合。你能不能画出这么2条圆形路线：一条以红点为圆心，半径为7个街区；另一条以绿点为圆心，半径为5个街区？这2条圆形路线会有多少个交点？2条圆形路线的各自主要直径如上图所示（第1个交点已用蓝色标出）。

答案：第100页