

南 京 大 学

硕士研究生学位论文摘要汇编

理 学 版(五)



南 京 大 学 研 究 生 院

一九八七年五月

前 言

为了广泛征求各学科专家及同行们的意见,促进各学科之间,各培养单位之间的学术交流,南京大学研究生院编辑组编印了《南京大学硕士研究生学位论文摘要汇编》(五),共收入83级硕士研究生学位论文摘要250篇,这些论文均已通过专家评阅和毕业论文答辩,全部论文在我校科技档案室均有原稿存档,可以借阅。

本汇编共分三分册,按学科分类如下:

文科版(五)包括:中国语言文学、历史学、哲学、经济学、外国语言文学等五个学科。

理科版(五)包括:数学、计算机科学、天文学、物理学、化学等五个学科。

地学版(五)包括:环境科学、生物学、地质学、地理学、大气科学等五个学科。

我们恳请各有关单位,同行专家和学者以及广大读者对论文中存在的问题提出宝贵的意见,并对编辑校对工作中存在的错误予以批评指正,对此,我们深表感谢!

南京大学研究生院

责任编辑:周玲玲

一九八七年三月

目 录

数 学

局部域上 Hardy 空间的刻划	王喜有	(1)
二次系统的细鞍点与Homoclinic、Heteroclinic 奇异环	尤建功	(4)
细菌培养时呼吸过程的数学模型的周期解	尤建功	(5)
允许三参数运动群的时空中的一些结果	包锡良	(6)
单位园中亚纯函数的 Borel 点	朱秀蓉	(10)
局部域上的Abel——Poisson 核	孙伯豪	(13)
一类弹塑性问题解的正则性	沈 玲	(17)
二相不可压渗流方程组弱解的存在性	沈 玲	(17)
An^2 多面体的第 $(n+2)$ 个 Π оcтpиpов 不变量	秦旺国	(19)
一类三次Lienard 系统的全局结构和大范围分歧	黄光华	(24)
紧曲面上含同向退化奇点的解析向量场	黄光华	(27)
同一方程所确定的射影平面和环面上的系统的定性研究	章熙康	(28)
亚纯函数的奇异方向和微分多项式	龚向宏	(31)
容许运动群或共形运动群的某些时空	曹荣美	(33)
局部域上的一类奇异积分变换	鲁奇初	(36)

计 算 机 科 学

PROLOG解释系统MP的设计与实现	王志坚	(39)
PROLOG的研究与实现	孙进林	(41)
软件设计语言PDL/MZ的设计与实现	过敏意	(43)
网间互连程序GOE和仿真软件NS4300 的设计与实现	周建强	(45)
一种CXENIX汉字操作系统的设计和实现	张 葳	(47)
软件理解工具	赵昌苗	(49)
分布式数字信号处理算法	袁道华	(51)
一种基于扩充模型论的演绎数据库语言 EMTL	谢俊元	(55)
ATHENA, 基于知识的程序转换系统	蓬 颖	(57)
演绎数据库系统微机实现技术的研究	魏 红	(59)

家具辅助设计系统中几何模型的设计和研究.....	沈跃君	(61)
微型计算机高级文书编排系统.....	黄宜华	(64)
敦煌曲子词电脑研究系统.....	顾蓉	(66)

天 文 学

射电脉冲星的演化: 统计分析.....	王阳生	(68)
色球耀斑演化模型.....	甘为群	(69)
日珥的NON-LTE 计算.....	张其洲	(70)
CEI的测量原理及对CEI测量ERP能力的评价.....	肖金宏	(73)
一般四体问题的中心构形.....	严志明	(76)
中间轨道实用化的探讨.....	张波恩	(80)
椭圆型限制性三体问题中的轨道共振.....	廖新浩	(82)

物 理 学

重费米子系统的 Kondo 反常.....	许望	(84)
半导体超晶格结构中的元激发理论.....	杨剑	(86)
快速转动中子星表面上的频移和谱线展宽.....	黄润生	(88)
子群对称性匹配的空间群单、双值表示及其CG系数的数值计算.....	平加伦	(91)
天然硫中子数据的评价.....	施毅	(95)
岩石热中子宏观吸收截面和转移截面测量方法的研究.....	赵经武	(98)
一些化合物的高温穆斯堡尔谱研究.....	赵福祥	(100)
铋-钽金属超晶格的研究.....	王元航	(102)
非晶态 $\text{Fe}_{82-x}\text{V}_x\text{B}_{18}\text{S}_1$ 合金薄带的结构和晶化的研究.....	姚明辉	(103)
高分子共聚物网络(Castor oil/TDITPHEMA)的 α 弛豫及阻尼机制的研究.....	顾民	(105)
KNbW_2O_9 晶体的透射电镜研究.....	陶冶	(107)
石英晶体的 α - β 相变及缺陷对它影响的透射电镜研究.....	蒲安乐	(108)
傅里叶光学中的等效源光场分析方法.....	丁剑平	(109)
计算机产生二元彩虹全息图.....	丁剑平	(109)
超细Fe微粒的制备和磁性研究.....	吴坚	(111)
稀土-过渡族化合物中轻稀土离子磁晶各向异性的研究.....	初太平	(113)
钽铁非晶薄膜的磁性及磁充性能的研究.....	蔡衡	(114)
计算机控制和处理的深能级瞬态谱研究.....	张荣	(117)
邻近效应耦合的二维超导阵列的电阻转变.....	高澎	(118)
生物媒质非线性声学参量B/A的研究.....	石涛	(120)

4 g°Y—XLiNbO₃基片上声波模式的检测及表面漏波(LSAN)多条耦合

压缩效应的观测	许建斌	(123)
圆管状周向极化超声换能器	沈晓东	(126)
人头部传输函数与声象定位控制和处理	张旭明	(129)
ZXZnO/YxQuarTz结构声表面波延迟温度特性的研究	徐帆	(132)
应用某些变换处理方法的光声成像技术	魏润华	(135)
光子辅助隧道效应及SIS结参量放大	陈健	(136)
八道心电信息的采集与多元分析	倪卫芳	(138)

化 学

钴希夫碱配合物的合成及其载氧性能的研究	李进	(140)
双希夫碱过渡金属配合物的合成、结构和性能	陆军农	(142)
引线可焊性组合镀层的研究	陈建华	(144)
铝二次阳极氧化膜交流电解着色及机理	陈建华	(144)
四圆单晶结构测定研究	党永胜	(146)
硅溶胶胶粒的生长速度	郭腊梅	(149)
三甲基硅烷法研究溶液中硅酸阴离子的状态	郭腊梅	(149)
若干大环双核铜配合物的研究	彭庆芸	(152)
一取代基五酞合铁(Ⅰ)类配合物热分解反应的研究	黄生荣	(156)
计算机在分析化学中的应用	钱全生	(158)
甲醇在改性ZSM-5沸石上转化烯烃的研究	李汉坤	(161)
甲苯选择性氧化制苯甲醛铁钼系催化剂的研究	李宗昌	(162)
丝光型Si—Fe沸石分子筛性能的研究	余有禄	(164)
载NiZSM-5沸石的还原作用及催化功能	肖淑勇	(166)
Ni-La ₂ O ₃ -r·Al ₂ O ₃ 催化剂中 ⁰⁰¹ MSI效应及其对CO ₂ 甲烷化活性的影响	张黎峰	(167)
Ni-La ₂ O ₃ -SiO ₂		
Cu—Zn系催化剂各组分间相互作用和水煤气变换反应机理研究	胡兵	(169)
不同沸石上的甲苯、甲醇烷基化反应探讨	侯东明	(172)
SAPO-5分子筛的合成与性能研究	徐开俊	(173)
芳基丙酮酸的合成	冯先旗	(175)
N—乙烯基亚胺的芳基化反应	章迅杰	(178)
四氯化钛引起的环氧化合物的反应	傅和亮	(181)
抗球虫药(clopidol)的合成研究	傅和亮	(181)
合成氯杂冠醚的新方法	蒋立建	(183)
聚对氯甲基苯乙烯的合成及其肝素化的研究	巫锦娣	(186)
嵌段聚氯醇醚聚氨酯的研究	杨吉晋	(188)
聚合物—填料界面的给体—受体作用及其表征	杨诚	(190)

α -w-双(三烯丙基硅基)聚二甲基硅氧烷的研究.....蒋云峰 (193)

聚硅氧烷聚醚嵌段聚氨酯的合成及结构与性能的关系研究.....蒋锡群 (194)

局部域上Hardy空间的刻划

基础数学专业八三级硕士生 王喜有

指导教师 郑维行教授 苏维宜副教授

本文讨论局部域上 H^p ($0 < p \leq 1$)空间。若把定义 H^p 空间极大函数的Poisson核、即球，视为集，我们讨论了代替这种集的一般集。

称非空开集 $Q \subset K^n$ 是凸的，如果 $Q + (Q - Q) = Q$

容易看出， K^n ， K^n 中的矩形都是凸的。

设 $0 \in B$ 有界凸集， φ 紧 $\Rightarrow \exists x_1 - x_n$ ，使 $0 \subseteq \bigcup_{i=1}^n (x_i + B) \cup B$ ，那么对充分大的 K ，

$(q^{-1} \leq \min |x_i|)$ 有

$$\phi^k \subseteq \sum_1 (x_i + B) + B = (\sum_1 x_j) + B$$

但 $-B = B$ ，故对充分大的 K

$$P^k \subseteq B$$

定理1 设 B 是 K^n 中一有界凸，记 $B\alpha = p^\alpha \cdot B = \{P^\alpha \cdot x = (P^\alpha x_1, \dots, P^\alpha x_n); x = (x_1, \dots, x_n) \in K^n\}$

$$M(f)(x) = \sup_{\alpha \in \mathbb{Z}} \frac{1}{|B_\alpha|} \left| \int_{x+B_\alpha} f(z) dz \right|$$

则

$$f \in H^p \Leftrightarrow M(f) \in L^p \quad (0 < p \leq 1)$$

这是说，上面的球可推广到一般地凸集。

下面我们视球为Poisson核，然后将它推广到一般的核。

给定 $P \in (0, 1]$ ，设 $g \in L^1(K^n)$ 满足

$$(i) \text{supp } g^A(\cdot) \supseteq 0$$

$$(ii) \forall x \in 0, |g^A(x)| \geq d > 0, \text{ 从而不妨设 } g = 1$$

$$(iii) \text{若令 } \varphi(x) = C P^0(x)/g^A(x), \text{ 那么 } \exists \varepsilon > 0 \text{ 使}$$

$$\int_{K^n} \left| \overline{\varphi}(x+h) + \overline{\varphi}(x-h) - 2\overline{\varphi}(x) \right|^2 dx \leq C_{(n,p)} |h|^{\frac{n}{p} + \varepsilon}$$

其中 $C_{(n,p)}$ 是常数， $h \in K^n$ 任意

记 $\varphi_k(x) = \overline{\varphi}(P^k \cdot x)$ ， $\varphi_K(x) = \overline{\varphi}_K(x) \in L^2$ ，那么有

命题1 记 $N = \frac{n}{p} + \varepsilon$ ，上面的 φ_K 满足：

$$(i) \int_{K^n} |\varphi_0(x)| \cdot |x|^N dx \leq C = C_{(n,p)}$$

(ii) $\|\varphi_k\|$ 一致有界

(iii) $q^{kN} \int_{\mathbb{R}^N} |\varphi_k(x)| \cdot |x|^N dx \leq C$

若记 $f(x, k) = (f * g_k)(x)$

$$M(f)(x) = \sup_{\substack{y \in x + P^k \\ K \in \mathbb{Z}}} |f(y, k)|$$

则可以证明

命题2 若 $M(f) \in L^p$, 则

$$\bar{M}(f)(x) = \sup_{(y, K) \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{Z}} |f(y \cdot k)| \cdot \left(\frac{q^{-k}}{|x-y| + q^{-k}} \right)^N \in L^p$$

且适合

$$\|\bar{M}(f)\|_p \leq C_{(n, p)} \|M(fx)\|_p,$$

利用命题1和命题2, 我们可证明

定理2 设 p, g_k 如上述, 那么

$$M(f) \in L^p \Rightarrow f \in H^p \quad (0 < p \leq 1)$$

反过来, 亦有

定理3 使 $0 < p \leq 1$, $\varphi(x)$ 满足: 存在 $\varepsilon > 0$

使 (i) $\varphi^A(\cdot)$ 具有紧支集

$$(ii) \int_{\mathbb{R}^N} |\varphi(x)| (1 + |x|)^{\frac{N}{p} + \varepsilon} dx \leq C_{(n, p)} < \infty$$

令 $\varphi_k(x) = q^k \varphi(p^{-k}x) \quad K \in \mathbb{Z}$

那么

$$f \in H^p \Rightarrow M(f)(x) = \sup_{\substack{y \in x + P^k \\ K \in \mathbb{Z}}} (f * \varphi_k)(y) \in L^p$$

综合定理2和定理3, 我们证明了Poisson刻在对 H^p 定义中的极大函数刻划方面不是本质的, 本质上它可被几乎任一逼近恒同所代替。

从定理2, 3还可看出, 对于任一有界开集 B , 只要 $C_p^A(\cdot)$ 具有紧支集, 那么 $\{P^k B\} \quad k \in \mathbb{Z}$ 就可用来代替 H^p 定义中的球, 特别地, 我们得到 $\mathbb{R}^N$ 中矩形利用这一方式定义的Hardy空间就是普通的Hardy空间, 这与定理1是一致的。

关于 H^1 空间, 我们还有

定理4 (i) 设 $f \in L^1(\theta) \log^+ L^1(\theta)$, 则 $f \in H^1(\theta)$

(ii) 设 $f \geq 0$, $f \in H^1(1K^*)$, 则 $f \in L^1(K^*) \log^+ L^1(K^*)$

这个定理给出了 $f \in H^1$ 的一个明显, 方便的判别方法, 下面的结论则给出了 H^1 中函数所具有的一个共性。

设 T 为单位圆周, $f \in H^1(1K^*)$ 有富氏展开 $\sum_{-\infty}^{\infty} C_k e^{ikz}$, Hardy证明了

$$\sum_{-\infty}^{\infty} |C_k|/K < \infty$$

设 $x_1, \dots, x_n, \dots$ 是 θ 上的完全列, $f(x) \sim \sum_{-\infty}^{\infty} C_k X_k(x)$, 则类似地有

$$\sum_i |C_i|/K < \infty$$

更一般地, 我们有

理定5 设 $f \in H'(K^+)$, $K \in \mathbb{Z}$, 则

$$\int_{|\xi| \geq q_k} \frac{1}{|\xi|} |f^A(\xi)| d\xi \leq \max(q^{1/2}, 1) \|f\|_{H^1}$$

二次系统的细鞍点与Homoclinic、 Heteroclinic奇异环

基础数学专业八三级硕士生 尤建功

指导教师 罗定军副教授

本文讨论了二次系统的细鞍点与Homoclinic、Heteroclinic奇异环的一些性质,得出了二阶细鞍点与其它细奇点的不共存性,过细鞍点的Homoclinic奇异环与Heteroclinic奇异环内部奇点的粗性等二次系统的通有性质,从中我们还可以看出细鞍点与细焦点之间的某些对偶性。具体地,本文得到如下定理:

定理1 当二次系统有一个二阶细鞍点时,它不存在其他细奇点,否则为可积系统。

定理2 如果二次系统有两个细焦点或一个细焦点一个细鞍点,则不存在极限环与奇异环。

定理3 若二次系统有一条不变直线,则不存在过细鞍点的分界线环,否则为中心系统。

定理4 若二次系统存在Heteroclinic奇异环,则一定有 $\left| \frac{\lambda_1^1}{\lambda_1^2} \right| \cdot \left| \frac{\lambda_2^1}{\lambda_2^2} \right| \neq 1$, 且可由其系数判别Heteroclinic奇异环的稳定性。

定理5 二次系统不存在非退化Heteroclinic奇异环。

定理6 当二次系统存在Heteroclinic奇异环时,其它奇点必为粗奇点。

细菌培养时呼吸过程的数学模型的周期解

基础数学专业八三级硕士生 尤建功

指导教师 罗定军副教授

本文用定性理论方法讨论了一个生物学中的数学模型

$$\begin{aligned}\dot{x} &= B - x - \frac{xy}{1 + qx^2} \\ \dot{y} &= A - \frac{xy}{1 + qx^2}\end{aligned}\quad (1)$$

得出了平衡位置不稳定的充要条件,证明了平衡位置不稳定时周期解的存在性以及某些不存在周期解的充分条件,具体地,我们得到了下面一些结果:

定理1 如果 $\Delta = \frac{B}{B-A} - (Bq-1)(B-A) + 2q(B-A)^2 = 0$ 则当 $B - \frac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1} > 0 (< 0)$ 时 (x_0, y_0) 是一阶稳定 (不稳定) 细焦点; 当 $B = \frac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1}$ 时, (x_0, y_0) 是二阶稳定细焦点。

定理2 当平衡位置 (x_0, y_0) 为不稳定时, (x_0, y_0) 外围至少存在一个周期解。

定理3 当 $\Delta = 0$, $B \geq \frac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1}$ 时, 经过系数的适当摄动, 可使系统至少存在两个周期解。

定理4 当 $qB^2 < 1$ 或 $qB^2 < B + 3\sqrt{Bq^3}$ 时, 系统(1)的平衡位置是全局渐近稳定的。

定理5 当 $B^2q < 3$ 或 $q(B-A)^2 < 1$ 时, 系统(1)没有周期解。

定理6 当 $Aq < \frac{1}{4}$ 时, 系统(1)不存在周期解。

允许三参数运动群的时空中的一些结果

基础数学专业八三级硕士生 包锡良

指导教师 韩继昌副教授

FRW宇宙模型是空间均匀, 各向同性的时空, 它与3K微波背景辐射及标准宇宙学相吻合, Bianchi宇宙模型推广了FRW模型, 即是空间均匀和各向异性的时空, 在允许三参数运动群的时空中, 当运动群的李代数基具有交换运算。

$$(1) \quad [X, Y] = 0, [X, Z] = X, [Y, Z] = hY$$

相应的度规形式可取成

$$(2) \quad ds^2 = A^2(dx^2 - dt^2) + e^{-2x}B^2dy^2 + e^{-2hx}C^2dz^2$$

其中, $h=0, h=1, h \neq 0, 1$ 分别对应于Bianchi - II, V, VI宇宙模型。

取Castan正交基

$$(3) \quad \sigma^0 = A dt, \sigma^1 = A dx, \sigma^2 = B e^{-x} dy, \sigma^3 = C e^{-hx} dz$$

则运用活动标架法, 对理想流形, 且满足 $\epsilon = k_\mu$ 的物质, 可得其Einstein场方程

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{A''}{A} + \frac{B''}{B} + \frac{C''}{C} - \frac{A'^2}{A^2} - \frac{A'B'}{AB} - \frac{A'C'}{AC} = -\frac{1}{2}(1+3k)\mu A^2 \\ \frac{A''}{A} - \frac{A'^2}{A^2} + \frac{A'B'}{AB} + \frac{A'C'}{AC} - (h^2+1) = \frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\ \frac{B''}{B} + \frac{B'C'}{BC} - (h+1) = \frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\ \frac{C''}{C} + \frac{B'C'}{BC} - (h^2+h) = \frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\ -\frac{B'}{B} + h \frac{C'}{C} - (h+1) \frac{A'}{A} = 0 \end{cases}$$

再从能量-动量张量的协变恒律

$$(5) \quad T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$$

得到

$$(6) \quad \mu = \mu_0 (ABC)^{-(1+h)}$$

其中 μ_0 为积分常数, 下面对不同的 h 和 k , 求解方程组(4)和(6)。

i), $k = 1$

我们求得场方程解

$$(7) \quad \begin{cases} A^2 = A_0 [\text{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2}{1+h}} \left[\frac{1+h}{2} \text{th}^{\frac{1+h}{2}}(t+C_1) \right]^{\frac{2(1-h)}{(1+h)^2} \sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}} \\ B^2 = B_0 [\text{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2}{1+h}} \left[\frac{1+h}{2} \text{th}^{\frac{1+h}{2}}(t+C_1) \right]^{\frac{2}{1+h} \sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}} \\ C^2 = C_0 [\text{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2h}{1+h}} \left[\frac{1+h}{2} \text{th}^{\frac{1+h}{2}}(t+C_1) \right]^{\frac{-2h}{1+h} \sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}} \end{cases}$$

以及真空解 ($\mu_0 = 0$)

$$(7) \quad \begin{cases} A^2 = A_0 e^{\frac{2(1+h^2)}{1+h} t} \\ B^2 = B_0 e^{2t} \\ C^2 = C_0 e^{2t} \end{cases}$$

ii) $h = 1, k = -\frac{1}{3}$

得解

$$(8) \quad \begin{cases} A^2 = A_0 \text{sh} 2(et + c_1) \\ B^2 = B_0 \text{sh} 2(et + c_1) \left[\text{th}(et + c_1) \right]^{\pm \sqrt{3}} \\ C^2 = C_0 \text{sh} 2(et + c_1) \left[\text{th}(et + c_1) \right]^{\mp \sqrt{3}} \end{cases}$$

此解可通过非退化坐标变换 $t' = et + c_1, x' = ex, y' = y, z' = z$ 化为真空解(1.1)的情形。

iii) $h = 1, A = B = C$

$$(9) \quad \begin{cases} A^2 = A_0 e^{\pm 2\epsilon t} & k = -\frac{1}{3} \\ A^2 = \left(\frac{\mu_0}{3}\right)^{2(3k+1)} \text{sh}^{3k+1} \left(\frac{3k+1}{2} t + c_0\right) & k \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

可见对于任何 k 值都有 FRW 模型之特解。

对度规(2), 作变换 ($h = 1$)

$$(10) \quad d\tau = A dt$$

则度规可写成

$$(11) \quad ds^2 = -d\tau^2 + A^2 dx^2 + e^{-2x} (B^2 dy^2 + c^2 dz^2)$$

它的 Euler-Lagrange 方程为

$$(12) \quad \begin{cases} e^{-2\sigma} B^2 \dot{y} = a \\ e^{-2\sigma} C^2 \dot{z} = b \\ \frac{d}{d\sigma} (A^2 \dot{x}) + e^{-2\sigma} (B^2 \dot{y}^2 + C^2 \dot{z}^2) = 0 \end{cases}$$

对于迷向测地线，又有

$$(13) \quad -\dot{\tau}^2 + A^2 \dot{x}^2 + e^{-2\sigma} (B^2 \dot{y}^2 + C^2 \dot{z}^2) = 0$$

这里“.”表示对 σ 求导数， σ 为测地线的仿射参数。令

$$(14) \quad \psi = \frac{dx}{dt}$$

求得关于 ψ 的方程

$$(15) \quad \frac{d\psi}{dt} = (\psi^2 - 1) \left(1 + \frac{1}{2} \psi \frac{d}{dt} [\ln(A^2 B^{-2} a^2 + A^2 C^{-2} b^2)] \right)$$

$$(I) \quad a \neq 0 \quad b = 0$$

$$(16) \quad \frac{d\psi}{dt} = (\psi^2 - 1) (1 - r \psi \operatorname{csch} 2(t + C_1))$$

对硬性物质解(7)₁₌₁

$$(17) \quad \begin{cases} x = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{bm}{m+1} \xi^m + \text{const} \\ y = a A_0 B_0^{-1} \int \psi [\operatorname{th} \frac{1}{2} \xi]^{-r} \exp \left[\frac{1}{2} \int \left(\psi - \frac{1}{\psi} \right) d\xi \right] d\xi + \text{const} \\ z = \text{const} \end{cases}$$

$$(18) \quad \sigma = A_0^{-1} \int (\psi \operatorname{sh} \xi)^{-1} \exp \left[\frac{1}{2} \int \left(\psi - \frac{1}{\psi} \right) d\xi \right] d\xi + \text{const}$$

对辐射物质解

$$(19) \quad \begin{cases} x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{bn}{n+1} t^{n+1} + \text{const} \\ y = a_0 B_0^{-1} A_0 \int \psi (1 - e^{-2t})^{-\sqrt{3}} \exp \left[\int \left(\psi + \frac{1}{\psi} \right) dt \right] dt + \text{const} \\ z = \text{const} \end{cases}$$

$$(20) \quad \sigma = A_0^{-1} \int \psi (e^{2t} - 1)^{-1} \exp \left[\int \left(\psi - \frac{1}{\psi} \right) dt \right] dt + \text{const}$$

$$(II) \quad a = 0 \quad b = 0$$

$$(21) \quad x = t + \text{const} \quad y = \text{const} \quad z = \text{const}$$

$$(22) \quad \sigma = \int A^2 dt + \text{const}$$

$$(I) \quad ab \neq 0 \quad A = B = C$$

$$i) \quad \left| \frac{dx}{dt} \right| < 1$$

$$(23) \quad \begin{cases} x = -\ln ch(t + C_1) + \text{const} \\ y = -a \cdot th(t + C_1) + \text{const} \\ z = -b \cdot th(t + C_1) + \text{const} \end{cases}$$

$$(24) \quad \sigma = - \int A^2 dt + \text{const}$$

$$ii) \quad \left| \frac{dx}{dt} \right| > 1$$

$$(25) \quad \begin{cases} x = -\ln sh(t + C_2) + \text{const} \\ y = a \cdot cth(t + C_2) + \text{const} \\ z = b \cdot cth(t + C_2) + \text{const} \end{cases}$$

$$(26) \quad \sigma = - \int A^2 dt + \text{const}$$

单位园中亚纯函数的Borel点

基础数学专业八三级硕士生 朱秀蓉

指导教师 杨乐研究员 陈怀惠教授

1959年, Hayman证明了对于亚纯函数 $f(z)$, 其特征函数 $\tau(r, f)$ 可用 $f(z)$ 及 $f^{(k)}(z)$ (k 为任意一个正整数) 的各一个值点密指量来界围, 由此对应的全平面上的Borel方向的存在性已为张庆德与杨乐所证明, 以后, Lanley又最先得到了更广泛一类的Hayman不等式, 将 $f^{(k)}(z)$ 的值点密指量换成为 $f(z)$ 的微分多项式的值点密指量, 一个很自然的问题是: 对应的亚纯函数的奇异方向是否存在, 全平面上相应的结论已为龚向宏证明。

本文讨论了单位园中亚纯函数的奇异点的存在性, 设 $f(z)$ 为单位圆中的 ρ 级亚纯函数($0 < \rho < +\infty$), 我们得到: 若 $\rho > 1$, 那么, 在单位圆周上必存在一点 $Z_0 = e^{i\theta_0}$, 对任意的正数 ε , 任意的正整数 k , 任意的有穷复数 a 及任意入级亚纯函数 $\varphi(z)$; $\varphi(z) \not\equiv 0$, 且 $\lambda < \rho - 1$, 都有:

$$\lim_{r \rightarrow 1} \frac{\log [n(r, \theta_0, \varepsilon, f-a) + n(r, \theta_0, \varepsilon, f^{(k)} - \varphi)]}{\log \frac{1}{1-r}} = \rho + 1,$$

若 $0 < \rho \leq 1$, 则对任意非零复数 b , 有

$$\lim_{r \rightarrow 1} \frac{\log [n(r, \theta_0, \varepsilon, f-a) + n(r, \theta_0, \varepsilon, f^{(k)} - b)]}{\log \frac{1}{1-r}} = \rho + 1,$$

按照通常的办法, 在证明上述结论前, 我们需要一个相应的基本不等式, 这里我们所建立的不等式是利用Lanley得到Hayman不等式的方法得到的, 因为具体计算较为繁琐, 故在此省略, 这也就是我们的

引理5: 设 $f(z)$ 在 $|z| \leq R$ 内亚纯, 且 $\varphi(z)$ 为 $|z| \leq R$ 上的亚纯函数, 令

$$g(z) = \frac{f^{(k)}(z)}{\varphi(z)}$$

又设 d , ρ 满足 $0 < d < \min(R - r_0, r_0)$, ($0 < r_0 < R$)

$$M_0 = \max_{\rho-d \leq |z| \leq \rho+d} \left\{ |\varphi(z_0)|, \frac{1}{|\varphi(z_0)|}, |\varphi'(z_0)|, \frac{1}{|\varphi(z_0)|}, |\varphi(z)| \right\} < +\infty$$

$f(0) \neq 0, \infty$, $g(0) \neq 1$, $g'(0) \neq 0$, 以及

$$(k+1) \frac{g''(0)}{g'(0)} - 2 \frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)} - (k+2) \frac{g'(0)}{g(0)-1} \neq 0$$

则对于 $0 < r_0 < r < R$ 有:

$$\begin{aligned} T(r, f) &< C_R \left\{ 1 + \log^+ \frac{1}{d} + \log^+ R + \log^+ \frac{1}{R} + N(R, \frac{1}{f}) + N(R, \frac{1}{g-1}) + N(R, \varphi) \right. \\ &\quad + N(R, \frac{1}{\varphi}) + \log^+ |f(0)| + \log^+ |g(0)| + \log^+ \frac{1}{|g'(0)|} + \log^+ M_0 \\ &\quad \left. + \log^+ \left| \frac{(k+1) \frac{g''(0)}{g'(0)} - 2 \frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)} - (k+2) \frac{g'(0)}{g(0)-1} \right| \right\} \end{aligned}$$

按通常的消去原始值的方法, 上面不等式中的最后一项

$$\log^+ \left| \frac{(k+1) \frac{g''(0)}{g'(0)} - 2 \frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)} - (k+2) \frac{g'(0)}{g(0)-1} \right|$$

难以处理, 因为其中有 $\varphi'(0)/\varphi(0)$ 项, 这也

是这个问题的困难之一, 以下的引理 6, 我们通过一些技巧得到了带有 $\varphi(z)$ 的对数导数在单位圆中某个闭区域中的最大值的密指量的估计式。

引理 6: 设 $f(z)$ 为 $|z| < 1$ 内亚纯函数, $\varphi(z)$ 在 $|z| \leq 1$ 内亚纯, 令

$$\begin{aligned} M &= \max \left\{ \max_{\{z: |z| \leq \frac{7}{8}\} \setminus (v_1)} \left| \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right|, 2 \right\}, \\ M' &= \max_{\{z: |z| \leq \frac{7}{8}\} \setminus (v_1)} \left\{ |\varphi(z)|, \frac{1}{|\varphi(z)|}, |\varphi'(z)| \right\} \end{aligned}$$

其中 (v_1) 为 $|z| \leq 1$ 中 $\varphi(z)$ 的零点与极点所做的 Boutroux—Cartan 除外圆, 其半径总和不超过 $\frac{1}{512}$, 在这些除外圆外, 有

$$\begin{aligned} \prod_s |z - \tau_s| &> \left(\frac{1}{512} \right)^{N'} \\ \sum_s \frac{1}{|z - \tau_s|} &< 512 N' (\log N' + 1) \end{aligned}$$

其中 $N' = n(1, \varphi) + n(1, 1/\varphi)$, $\tau_s (s = 1, 2, \dots, N')$ 表示 $\varphi(z)$ 在 $|z| \leq 1$ 中的零点与极点, 再令

$$N = n(1, f=0) + n(1, g=1)$$

$$N'' = n\left(\frac{3}{64}, f=\infty\right)$$

则对任意的 a , 有

$$n\left(\frac{1}{128}, f=a\right) < C_R \left\{ N + N' + M + \log^+ M' + \log \frac{1}{|f(Z^*), Q|} \right\}$$

其中 Z^* 满足:

$$|Z^*| \leq \frac{1}{8}, \prod_i |Z^* - v_i| > \left(\frac{1}{512e} \right)^{N''},$$