南京大学

硕士研究生学位论文摘要汇编

理学版(五)

南 京 大 学 研 究 生 院

一九八七年五月

前　言

为了广泛征求各学科专家及同行们的意见，促进各学科之间，各培养单位之间的学术交流，南京大学研究生院编辑组编印了《南京大学硕士研究生学位论文摘要汇编》（五），共收入83级硕士研究生学位论文摘要250篇，这些论文均已通过专家评阅和毕业论文答辩，全部论文在我校科技档案室均有原稿存档，可以借阅。

本汇编共分三分册，按学科分类如下：

文科版（五）包括：中国语言文学、历史学、哲学、经济学、外国语言文学等五个学科。

理科版（五）包括：数学、计算机科学、天文学、物理学、化学等五个学科。

地学版（五）包括：环境科学、生物学、地质学、地理学、大气科学等五个学科。

我们恳请各有关单位，同行专家和学者以及广大读者对论文中存在的问题提出宝贵的意见，并对编辑校对工作中存在的错误予以批评指正，对此，我们深表感谢！

南京大学研究生院

责任编辑：周玲玲

一九八七年三月

目　录

数　学

计算机科学

天文学

物理学

化 学

局部域上Hardy空间的刻划

基础数学专业八三级硕士生　王喜有

指导教师　郑维行教授　苏维宜副教授

本文讨论局部域上$H^p(0<P\leqslant 1)$空间。若把定义H^p空间极大函数的Poisson核、即球，视为集，我们讨论了代替这种集的一般集。

称非空开集$Q\subset K^n$是凸的，如果$Q+(Q-Q)=Q$

容易看出，K^n，K^n中的矩形都是凸的。

设$0\in B$有界凸集，φ紧$\Rightarrow\exists x_1—x_n$，使$0\sqsubseteq\bigcup\limits_{i-1}^{n}(Xi+B)\cup B$，那么对充分大的$K$，$(q^{-k}\leqslant\min|xi|)$有

$\phi^k\sqsubseteq\Sigma_1(xi+B)+B=(\Sigma_1 xj)+B$

但$-B=B$，故对充分大的K

$P^k\sqsubseteq B$

定理1 设B是K^n中一有界凸，记$B\alpha=p^a\cdot B=\{P^a\cdot x=(P^a x_1\cdots,P^a x_n)$：$x=(x_1,\cdots,x_n)\in K^n\}$

$$M(f)(x)=\sup_{a\in\mathbb{Z}}\frac{1}{|B_a|}\left|\int_{x+B_a}f(z)dz\right|$$

则

$f\in H^p\Leftrightarrow M(f)\in L^p(0<P\leqslant 1)$

这是说，上面的球可推广到一般地凸集。

下面我们视球为Poisson核，然后将它推广到一般的核。

给定$P\in(0,1]$，设$g\in L^1(K^n)$满足

(i)$\mathrm{suppg}^\wedge(\cdot)\supseteqq 0$

(ii)$^\forall x\in 0$，$|g^\wedge(x)|\geqslant d>0$，从而不妨设$\int g=1$

(iii)若令$\varphi(x)=CP^0(x)/g^\wedge(x)$，那么$^\exists\varepsilon>0$使

$$\int_{\mathbb{K}^n}\left|\bar{\varphi}(x+h)+\bar{\varphi}(x-h)-2\bar{\varphi}(x)\right|^2dx\leqslant C_{(n,p)}|h|^{r(\frac{n}{p}+\varepsilon)}$$

其中$C_{(n,p)}$是常数，$h\in K^n$任意

记$\bar{\varphi}_k(x)=\bar{\varphi}(P^x\cdot x)$，$\varphi_K(x)=\bar{\varphi}_K(x)\in L^2$，那么有

命题1 记$N=\frac{n}{p}+\varepsilon$，上面的$\varphi_K$满足：

(i)$\int_{\mathbb{K}^n}|\varphi_0(x)|\cdot|x|^N dx\leqslant C=C_{(n,p)}$

(ii) $\|\varphi_k\|$ 一致有界

(iii) $q^{KN}\int_{K^n}|\varphi_k(x)|\cdot|x|^N dx\leqslant C$

若记 $f(x, k)=(f*g_K)(x)$

$$M(f)(x)=\sup_{\substack{y\in x+P^K\\ K\in Z}}|f(y, k)|$$

则可以证明

命题2 若 $M(f)\in L^p$，则

$$\bar{M}(f)(x)=\sup_{(y,K)\in K^n\in Z}|f(y\cdot k)|\cdot\left(\frac{q^{-k}}{|x-y|+q^{-k}}\right)^N\in L^p$$

且适合

$$\|\bar{M}(f)\|_p\leqslant C_{(n,p)}\|M(fx)\|_p$$

利用命题1和命题2，我们可证明

定理2 设p，g_K如上述，那么

$$M(f)\in L^p\Rightarrow f\in H^p \qquad (0<P\leqslant 1)$$

反过来，亦有

定理3 使 $0<P\leqslant 1$，$\varphi(x)$满足：存在$\varepsilon>0$

使 (i) $\varphi^\wedge(\cdot)$具有紧支集

(ii) $\int_{K^n}|\varphi(x)|(1+|x|)^{\frac{n}{p}+\varepsilon}dx\leqslant C_{(n,p)}<\infty$

令 $\varphi_k(x)=q_{K^n}\varphi(p^{-kx})$ $\qquad K\in Z$

那么

$$f\in H^p\Rightarrow M(f)(x)=\sup_{\substack{y\in x+P^k\\ K+Z}}(f*\varphi_k)(y)\in L^p$$

综合定理2和定理3，我们证明了Poisson刻在对H^p定义中的极大函数刻划方面不是本质的，本质上它可被几乎任一逼近恒同所代替。

从定理2、3还可看出，对于任一有界开集B，只要$C_B^\wedge(\cdot)$具有紧支集，那么 $\{P^KB\}$ $k\in Z$ 就可用来代替H^p定义中的球，特别地，我们得到K^n中矩形利用这一方式定义的Hardy 空间就是普通的Hardy空间，这与定理1是一致的。

关于H^1空间，我们还有

定理4 (i)设$f\in L^1(\theta)\log^+L^1(\theta)$，则$f\in H^1(\theta)$

(ii)设$f\geqslant 0$，$f\in H^1(1K^n)$，则$f\in L^1(K^n)\log+L^1(K^n)$

这个定理给出了$f\in H^1$的一个明显，方便的判别方法，下面的结论则给出了H^1中函数所具有的一个共性。

设T为单位园周，$f\in H^1(1K^n)$有富氏展开$\sum_{-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$，Hardy证明了

$$\sum_{-\infty}^{\infty}|C_k|/K<\infty$$

设x_1, $\cdots x_n\cdots$是θ上的完全列，$f(x)\sim\sum_1^\infty C_k X_k(x)$，则类似地有

$$\sum_1^{\infty}|C_k|/K<\infty$$

更一般地，我们有

理定5 设$f\in H'(\mathbb{K}^+)$，$K\in Z$，则

$$\int_{|\xi|\geqslant q^k}\frac{1}{|\xi|}|f^{\wedge}(\xi)|d\xi\leqslant\max(q^{k/2},\ 1)||f||H^1$$

二次系统的细鞍点与Homoclinic、Heteroclinic奇异环

基础数学专业八三级硕士生　尤建功

指导教师　罗定军副教授

本文讨论了二次系统的细鞍点与Homoclinic、Heteroclinic奇异环的一些性质，得出了二阶细鞍点与其它细奇点的不共存性，过细鞋点的Homoclinic奇异环与Heteroclinic 奇 异环内部奇点的粗性等二次系统的通有性质，从中我们还可以看出细鞍点与细焦点之间的某些对偶性。具体地，本文得到如下定理：

定理1 当二次系统有一个二阶细鞍点时，它不存在其他细奇点，否则为可积系统。

定理2 如果二次系统有两个细焦点或一个细焦点一个细鞍点，则不存在极限环与奇异环。

定理3 若二次系统有一条不变直线，则不存在过细鞍点的分界线环，否则为中心系统。

定理4 若二次系统存在Herteroclinic奇异环，则一定有$\left|\frac{\lambda_1^1}{\lambda_1^2}\right| \cdot \left|\frac{\lambda_2^1}{\lambda_2^2}\right| \neq 1$，且可由其系数判别Heteroclinic奇异环的稳定性。

定理5 二次系统不存在非退化Heteroctinic奇异环。

定理6 当二次系统存在Heteroclinic奇异环时，其它奇点必为粗奇点。

细菌培养时呼吸过程的数学模型的周期解

基础数学专业八三级硕士生　尤建功

指导教师　罗定军副教授

本文用定性理论方法讨论了一个生物学中的数学模型

$$
\begin{cases}
\dot{x} = B - x - \dfrac{xy}{1+qx^2} \\[2ex]
\dot{y} = A - \dfrac{xy}{1+qx^2}
\end{cases}
\qquad (1)
$$

得出了平衡位置不稳定的充要条件，证明了平衡位置不稳定时周期解的存在性以及某些不存在周期解的充分条件，具体地，我们得到了下面一些结果：

定理1 如果$\triangle = \dfrac{B}{B-A} - (Bq-1)(B-A) + 2q(B-A)^2 = 0$则当$B - \dfrac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1} > 0\ (<0)$时$(x_0, y_0)$是一阶稳定（不稳定）细焦点；当$B = \dfrac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1}$时，$(x_0, y_0)$是二阶稳定细焦点。

定理2 当平衡位置(x_0, y_0)为不稳定时，$(x_0 y_0)$外围至少存在一个周期解。

定理3 当$\triangle = 0$，$B \geqslant \dfrac{2qx_0^3(qx_0^2-1)}{5qx_0^2+1}$时，经过系数的适当摄动，可使系统至少存在两个周期解。

定理4 当$qB^2 < 1$或$qB^2 < B + 3\sqrt[3]{Bq^2}$时，系统(1)的平衡位置是全局渐近稳定的。

定理5 当$B^2 q < 3$或$q(B-A)^2 < 1$时，系统(1)没有周期解。

定理6 当$Aq < \frac{1}{4}$时，系统(1)不存在周期解。

允许三参数运动群的时空中的一些结果

基础数学专业八三级硕士生　包锡良

指导教师　韩继昌副教授

FRW宇宙模型是空间均匀，各向同性的时空，它与3K微波背景辐射及标准宇宙学相吻合，Bianchi宇宙模型推广了FRW模型，即是空间均匀和各向异性的时空，在允许三参数运动群的时空中，当运动群的李代数基具有交换运算。

(1)　$[X, Y]=0, \quad [X, Z]=X, \quad [Y, Z]=hY$

相应的度规形式可取成

(2)　$ds^2=A^2(dx^2-dt^2)+e^{-2x}B^2dy^2+e^{-2hx}C^2dz^2$

其中，$h=0$，$h=1$，$h\neq0, 1$分别对应于Bianchi－Ⅲ，Ⅴ、Ⅵ宇宙模型。

取Castan正交基

(3)　$\sigma^0=Adt, \quad \sigma^1=Adx, \quad \sigma^2=Be^{-x}dy, \quad \sigma^3=ce^{-hx}dz$

则运用活动标架法，对理想流形，且满足$=k_\mu$的物质，可得其Einstein场方程

$$
(4)\quad \begin{cases}
\dfrac{A''}{A}+\dfrac{B''}{B}+\dfrac{C''}{C}-\dfrac{A'^2}{A^2}-\dfrac{A'B'}{AB}-\dfrac{A'C'}{AC}=-\frac{1}{2}(1+3k)\mu A^2 \\[2ex]
\dfrac{A''}{A}-\dfrac{A'^2}{A^2}+\dfrac{A'B'}{AB}+\dfrac{A'C'}{AC}-(h^2+1)=\frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\[2ex]
\dfrac{B''}{B}+\dfrac{B'C'}{BC}-(h+1)=\frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\[2ex]
\dfrac{C''}{C}+\dfrac{B'C'}{BC}-(h^2+h)=\frac{1}{2}(1-k)\mu A^2 \\[2ex]
\dfrac{B'}{B}+h\dfrac{C'}{C}-(h+1)\dfrac{A'}{A}=0
\end{cases}
$$

再从能量－动量张量的协变恒律

(5)　$T^{\mu\nu}{}_{;\nu}=0$

得到

(6)　$\mu=\mu_0(ABC)^{-(1+k)}$

其中μ_0为积分常数，下面对不同的h和k，求解方程组(4)和(6)。

i), k = 1

我们求得场方程解

$$
(7)\quad
\begin{cases}
A^2 = A_0[\mathrm{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2(1+h^2)}{(1+h)^2}}[\mathrm{th}\frac{1+h}{2}2(t+C_1)]^{\frac{2(1-h)}{(1+h)^2}\sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}} \\
B^2 = B_0[\mathrm{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2}{1+h}}[\mathrm{th}\frac{1+h}{2}(t+C_1)]^{\frac{2}{1+h}\sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}} \\
C^2 = C_0[\mathrm{sh}(1+h)(t+C_1)]^{\frac{2h}{1+h}}[\mathrm{th}\frac{1+h}{2}(t+C_1)]^{-\frac{2h}{1+h}\sqrt{h^2+h+1-\mu_0/a_0^2}}
\end{cases}
$$

以及真空解($\mu_0 = 0$)

$$
(7)\quad
\begin{cases}
A^2 = A_0 e^{2\frac{1+h^2}{1+h}t} \\
B_2 = B_0 e^{2ht} \\
C^2 = C_0 e^{2t}
\end{cases}
$$

; i) $h = 1$, $k = -\frac{1}{3}$

得解

$$
(8)\quad
\begin{cases}
A^2 = A_0 \mathrm{sh}2(\varepsilon t + c_1) \\
B^2 = B_0 \mathrm{sh}2(\varepsilon t + c_1)[\mathrm{th}(\varepsilon t + c_1)]^{\pm\sqrt{3}} \\
C^2 = C_0 \mathrm{sh}2(\varepsilon t + c_1)[\mathrm{th}(\varepsilon t + c_1)]^{\mp\sqrt{3}}
\end{cases}
$$

此解可通过非退化坐标变换$t' = \varepsilon t + c_1$, $x' = \varepsilon x$, $y' = y$, $z' = z$化为真空解(1.1)的情形。

iii) $h = 1$, $A = B = C$

$$
(9)\quad
\begin{aligned}
&A^2 = A_0 e^{\pm 2\varepsilon t} && k = -\tfrac{1}{3} \\
&A^2 = \left(\frac{\mu_0}{3}\right)^{\frac{2}{3k+1}} \mathrm{sh}^{\frac{4}{3k+1}}\left(\frac{3k+1}{2}t + c_0\right) && k \neq -\tfrac{1}{3}
\end{aligned}
$$

可见对于任何k值都有FRW模型之特解。

对度规(2),作变换($h = 1$)

$$(10)\quad d\tau = A dt$$

则度规可写成

$$(11)\quad ds^2 = -d\tau^2 + A^2 dx^2 + e^{-2x}(B^2 dy^2 + c^2 dz^2)$$

它的Euler-Lagrange方程为

$$
(12)\quad \begin{cases} e^{-2x}B^2\dot{y}=a \\ e^{-2x}c^2\dot{z}=b \\ \dfrac{d}{d\sigma}(A^2\dot{x})+e^{-2x}(B^2\dot{y}^2+C^2\dot{z}^2)=0 \end{cases}
$$

对于迷向测地线，又有

$$
(13)\quad -\dot{\tau}^2+A^2\dot{x}^2+e^{-2x}(B^2\dot{y}^2+C^2\dot{z}^2)=0
$$

这里“ $\cdot$ ”表示对σ求导数，σ为测地线的仿射参数。令

$$
(14)\quad \psi=\frac{dx}{dt}
$$

求得关于ψ的方程

$$
(15)\quad \frac{d\psi}{dt}=(\psi^2-1)(1+\tfrac{1}{2}\psi\frac{d}{dt}[\ln(A^2B^{-2}a^2+A^2C^{-2}b^2)])
$$

(Ⅰ) $a\neq 0\quad b=0$

$$
(16)\quad \frac{d\psi}{dt}=(\psi^2-1)(1-r\psi\operatorname{csch}2(t+C_1))
$$

对硬性物质解$(7)_{k=1}$

$$
(17)\quad \begin{cases} x=\sum\limits_{m=1}^{\infty}\dfrac{bm}{m+1}\xi^m+\text{const} \\ y=aA_0B_0^{-1}\int\psi[\operatorname{th}\tfrac{1}{2}\xi]^{-r}\exp[\tfrac{1}{2}\int(\psi-\dfrac{1}{\psi})d\xi]d\xi+\text{const} \\ z=\text{const} \end{cases}
$$

$$
(18)\quad \sigma=A_0^{-1}\int(\psi\operatorname{sh}\xi)^{-1}\exp[\tfrac{1}{2}\int(\psi-\frac{1}{\psi})d\xi]d\xi+\text{const}
$$

对辐射物质解

$$
(19)\quad \begin{cases} x=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{bn}{n+1}t^{n+1}+\text{const} \\ y=a_0B_0^{-1}A_0\int\psi(1-e^{-2t})^{-\sqrt{3}}\exp[\int(\psi+\dfrac{1}{\psi})dt]dt+\text{const} \\ z=\text{const} \end{cases}
$$

$$
(20)\quad \sigma=A_0^{-1}\int\psi(e^{2t}-1)^{-1}\exp[\int(\psi-\frac{1}{\psi})dt]dt+\text{const}
$$

(Ⅱ) $a=0\quad b=0$

$$
(21)\quad x=t+\text{const}\quad y=\text{const}\quad z=\text{const}
$$

(22) $\sigma = \int A^2 dt + \text{const}$

(Ⅱ) $ab \neq 0 \quad A = B = C$

i) $\left|\frac{dx}{dt}\right| < 1$

(23) $$\begin{cases} x = -\ln ch(t + C_1) + \text{const} \\ y = -a \cdot th(t + C_1) + \text{const} \\ z = -b \cdot th(t + C_1) + \text{const} \end{cases}$$

(24) $\sigma = -\int A^2 dt + \text{const}$

ii) $\left|\frac{dx}{dt}\right| > 1$

(25) $$\begin{cases} x = -\ln sh(t + C_2) + \text{const} \\ y = a \cdot cth(t + C_2) + \text{const} \\ z = b \cdot cth(t + C_2) + \text{const} \end{cases}$$

(26) $\sigma = -\int A^2 dt + \text{const}$

单位园中亚纯函数的Borel点

基础数学专业八三级硕士生　朱秀蓉

指导教师　杨乐研究员　陈怀惠教授

1959年，Hayman证明了对于亚纯函数f(z)，其特征函数T(r、f)可用f(z)及$f^{(k)}(z)$(k为任意一个正整数）的各一个值点密指量来界囿，由此对应的全平面上的Borel方向的存在性已为张庆德与杨乐所证明，以后，Lanlcy又最先得到了更广泛一类的Hayman不等式，将（$f^{(k)}(z)$的值点密指量换成为f(z)的微分多项式的值点密指量），一个很自然的问题是：对应的亚纯函数的奇异方向是否存在，全平面上相应的结论已为龚向宏证明。

本文讨论了单位圆中亚纯函数的奇异点的存在性，设f(z)为单位圆中的ρ级亚纯函数($0<\rho<+\infty$)，我们得到：若$\rho>1$，那么，在单位圆周上必存在一点$Z_0=e^{i\theta_0}$，对任意的正数ε，任意的正整数k，任意的有穷复数a及任意λ级亚纯函数φ(z)；$\varphi(z)\not\equiv 0$，且$\lambda<\rho-1$，都有：

$$\overline{\lim_{r\to 1}}\frac{\log[n(r,\theta_0\varepsilon,f-a)+n(r,\theta_0,\varepsilon,f^{(k)}-\varphi)]}{\log\frac{1}{1-r}}=\rho+1;$$

若$0<\rho\leqslant 1$，则对任意非零复数b，有

$$\lim_{r\to 1}\frac{\log[n(r,\theta_0,\varepsilon,f-a)+n(r,\theta_0\varepsilon,f^{(k)}-b)]}{\log\frac{1}{1-r}}=\rho+1;$$

按照通常的办法，在证明上述结论前，我们需要一个相应的基本不等式，这里我们所建立的不等式是利用Lanlcy得到Hayman不等式的方法得到的，因为具体计算较为繁琐，故在此省略，这也就是我们的

引理5：设f(z)在$|z|\leqslant R$内亚纯，且φ(z)为$|z|\leqslant R$上的亚纯函数，令

$$g(z)=\frac{f^{(k)}(z)}{\varphi(z)}$$

又设d，ρ满足$0<d<\min(R-r_0,\ r_0)$、($0<r_0<R$)

$$M_0=\max_{\rho-d\leqslant|z|\leqslant\rho+d}\left\{|\varphi(0)|,\ \frac{1}{|\varphi(0)|},\ \varphi'(0)|,\ \frac{1}{|\varphi(z)|},\ |\varphi(z)|\right\}<+\infty$$

$f(0)\neq 0,\infty$，$g(0)\neq 1$，$g'(0)\neq 0$，以及

$$(k+1)\frac{g''(0)}{g'(0)}-2\frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)}-(k+2)\frac{g'(0)}{g(0)-1}\neq 0$$

则对于 $0<r_0<r<R$ 有：

$$T(r,f)<C_R\Big\{1+\log^+\frac{1}{d}+\log^+R+\log^+\frac{1}{R}+N(R,\frac{1}{f})+N(R,\frac{1}{g-1})+N(R,\varphi)$$

$$+N(R,\frac{1}{\varphi})+\log^+|f(0)|+\log^+|g(0)|+\log^+\frac{1}{|g'(0)|}+\log^+M_0$$

$$+\log^+\frac{1}{\left|(k+1)\frac{g''(0)}{g'(0)}-2\frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)}-(k+2)\frac{g'(0)}{g(0)-1}\right|}\Big\}$$

按通常的消去原始值的方法，上面不等式中的最后一项

$\log^+\frac{1}{\left|(k+1)\frac{g''(0)}{g'(0)}-2\frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)}-(k+2)\frac{g'(0)}{g(0)-1}\right|}$ 难以处理，因为其中有 $\varphi'(0)/\varphi(0)$ 项，这也是这个问题的困难之一，以下的引理6，我们通过一些技巧得到了带有 $\varphi(z)$ 的对数导数在单位圆中某个闭区域中的最大值的密指量的估计式。

引理6：设 $f(z)$ 为 $|z|<1$ 内亚纯函数，$\varphi(z)$ 在 $|z|\leqslant 1$ 内亚纯，令

$$M=\max\left\{\max_{\{z:|z|\leqslant\frac{7}{8}\}\setminus(v_1)}\left|\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right|,\ 2\right\},$$

$$M'=\max_{\{z:|z|\leqslant\frac{7}{8}\}\setminus(v_1)}\left\{|\varphi(z)|,\ \frac{1}{|\varphi(z)|},\ |\varphi'(z)|\right\}$$

其中 (v_1) 为 $|z|\varphi(z)$ 的零点与极点所做的 Boutroux—Cartan 除外圆，其半径总和不超过 $\frac{1}{512}$，在这些除外圆外，有

$$\prod_s|z-\tau_s|>(\frac{1}{512})^{N'}$$

$$\sum_s\frac{1}{|z-\tau_s|}<512N'(\log N'+1)$$

其中 $N'=n(1,\varphi)+n(1,1/\varphi)$，$\tau_s(s=1,2,\cdots N')$ 表示 (φz) 在 $|z|\leqslant 1$ 中的零点与极点，再令

$$N=n(1,f=0)+n(1,g=1)$$

$$N''=n(\frac{3}{64},\ f=\infty)$$

则对任意的 a，有

$$n(\frac{1}{128},f=a)<C_R\left\{N+N'+M+\log^+M'+\log\frac{1}{|f(Z^*),Q|}\right\}$$

其中 Z^* 满足：

$$|Z^*|\leqslant\frac{1}{8},\ \prod_t|Z^*-v_t|>(\frac{1}{512e})^{N''},$$