

当代科技重要著作·交通领域

刚性路面设计

Rigid Pavement Design

(第二版)

邓学钧 陈荣生 编著



人民交通出版社

China Communications Press

前 言

《刚性路面设计》(第一版)于1990年3月出版,1992年8月第二次印刷,总印数为3180册。时值我国公路交通现代化建设起步阶段,水泥混凝土路面的科学研究蓬勃开展,水泥混凝土路面建设速度加快,通车里程突破10000km大关。广大科技工作者和高等院校师生迫切希望了解刚性路面设计基础理论和科研成果,因此,《刚性路面设计》(第一版)的出版倍受广大读者的欢迎。由于对读者的需求估计不足,印刷数量较少,书很快脱销了。为满足广大读者的要求,理应及早编写《刚性路面设计》(第二版),但是由于当时许多刚性路面的课题正在进行之中,工程建设中又出现了一些疑难问题,建设过程中对设计规范的理解尚有一些不同的看法,因此,我们觉得编写第二版的条件似乎还不够成熟。21世纪伊始,我国公路交通建设进入了高速公路快速发展的新时期,2002年我国高速公路的通车里程超过加拿大,跃居世界第二位。水泥混凝土路面发展也很快,通车里程已超过170000km。与此同时,我国在水泥混凝土路面结构、材料、施工、养护等方面涌现出了一批优秀科研成果。这段时间,许多读者询问《刚性路面设计》(第二版)的出版日期。由此,我们感到义不容辞、责无旁贷,应该尽早满足广大读者的需求,提供新书。虽然到目前为止,还有不少技术难题和研究课题有待深化,但是出第二版的时间不容再延后。经过多方面努力,《刚性路面设计》(第二版)终于与广大读者见面了。

《刚性路面设计》(第二版)全面系统地叙述了路面设计的基础理论和设计原理,特别是荷载应力、温度应力、地基支承等方面的研究过程,各阶段的研究成果,系统介绍了各个学派的基本观点、研究路线和研究方法,为广大研究设计人员、院校研究生和指导教师提供了详细的技术背景材料。本书全面系统地介绍了我国近三十年来刚性路面科学研究的主要成果和我国现行设计规范的演变过程,以及规范最新版本的具体应用。本书还重点介绍了国外刚性路面设计的思路框架和设计方法,可作为广大读者了解国外科研与工程设计的引导。此外,本书为满足我国工程建设的需要,介绍了几种特殊水泥混凝土路面的结构构造和设计方法。

《刚性路面设计》(第二版)全书共十二章,第一、二、三、四、五、六、九章由邓学钧编写,第七、八、十章由陈荣生编写,第十一章由邓学钧、陈荣生共同编写。全书的审阅与统稿工作由邓学钧、陈荣生完成。当今科学技术发展突飞猛进,本书不可能反映所有的优秀科研成果,定有疏漏,同时,限于作者的水平,错误之处也在所难免,恳请广大读者不吝批评、指正。

邓学钧 陈荣生
于南京东南大学
二〇〇四年十月

目 录

第一章 总论	(1)
第一节 水泥混凝土路面的应用与发展	(1)
第二节 水泥混凝土路面设计理论发展回顾	(3)
第三节 水泥混凝土路面科技发展趋势	(5)
第二章 刚性路面荷载应力	(9)
第一节 早期的荷载应力计算方法	(9)
第二节 弹性薄板与地基假定	(10)
第三节 温克勒地基的刚性路面荷载应力分析	(16)
第四节 弹性半空间地基的刚性路面荷载应力分析	(46)
第五节 用影响图计算刚性路面板的弯矩及挠度	(77)
第六节 刚性路面的极限承载力	(81)
第三章 刚性路面温度应力	(89)
第一节 混凝土路面的热物理特性	(89)
第二节 混凝土路面的温度分布	(93)
第三节 温度变形与温度应力	(104)
第四章 刚性路面应力分析有限元法	(135)
第一节 有限元法的一般原理	(136)
第二节 弹性薄板刚性路面有限元分析	(142)
第三节 弹性中厚板刚性路面有限元分析	(168)
第四节 弹性厚板刚性路面有限元半分析法	(177)
第五章 刚性路面结构类型与结构构造	(188)
第一节 刚性路面板的类型	(188)
第二节 刚性路面的基层与路基	(189)
第三节 刚性路面结构排水	(190)
第四节 刚性路面硬质路肩	(196)
第五节 刚性路面与其他结构物	(197)
第六章 刚性路面接缝构造与设计	(199)
第一节 刚性路面的平面分块与接缝形式	(199)
第二节 传力杆设计与应力验算	(204)
第三节 刚性路面接缝的传荷能力	(212)
第七章 土基与基层	(220)
第一节 土基	(220)
第二节 基层	(230)
第八章 混凝土材料及配合比设计	(241)
第一节 对路面混凝土的基本要求	(241)

第二节	路面混凝土材料的性能·····	(241)
第三节	路面混凝土的主要技术性质·····	(250)
第四节	混凝土的配合比设计·····	(253)
第九章	刚性路面结构可靠度设计·····	(263)
第一节	可靠度设计基本原理·····	(263)
第二节	刚性路面结构可靠度设计方法·····	(285)
第十章	我国刚性路面设计·····	(298)
第一节	台州水泥混凝土路面试验研究·····	(298)
第二节	公路刚性路面设计方法·····	(311)
第三节	机场刚性道面设计方法·····	(340)
第十一章	国外刚性路面设计方法·····	(357)
第一节	俄罗斯刚性路面设计方法·····	(357)
第二节	美国刚性路面设计方法·····	(371)
第三节	日本刚性路面设计方法·····	(404)
第十二章	其他混凝土路面简介·····	(423)
第一节	连续配筋混凝土路面·····	(423)
第二节	预应力混凝土路面·····	(447)
第三节	钢纤维混凝土路面·····	(456)
第四节	碾压混凝土路面·····	(468)

第一章

总 论

第一节 水泥混凝土路面的应用与发展

水泥混凝土作为一种筑路材料用于铺筑路面最早是在英国。1828年在伦敦郊外,英国用水泥混凝土铺筑了道路基层。1858年,法国巴黎,用水泥混凝土铺筑了薄层沥青路面的基层。1888年,美国纽约也用水泥混凝土铺筑基层。直到1912年美国威斯康星州和加利福尼亚州把水泥混凝土用于铺筑标准的面层。第一次世界大战后(1914年),水泥混凝土路面得到了广泛的应用。

早期的水泥混凝土路面直接铺设在土基之上,并做成中间厚两边薄的横断面,如美国宾夕法尼亚州的标准断面为中间厚18cm,两侧厚度为13cm。1920~1922年通过贝茨试验路(Bates)和匹茨堡(Pittsburg)试验路的研究,明确了路边的受力状态最为不利。横断面的型式又改为厚边式,但是不等厚的路面板难以施工,不利于大规模推广,最后修成了以板边厚度为标准的等厚式路面。20世纪30年~40年代,水泥混凝土路面由于它具有高强、耐久、行车性能好等一系列优点,在欧美各国发展很快。1933年开始德国大规模采用机械化施工,每年投入使用的水泥混凝土路面超过1000km。而战前修建的水泥路面,直到20世纪50年代末期,除了少数路段,因战乱破坏之外,大部分路面在极少养路费用的情况下,都使用20年以上。

第二次世界大战后,全世界汽车工业迅猛发展,特别是货运车辆载重量与轴重迅速增加,在美国和欧洲普遍出现了大范围的水泥混凝土路面破损,主要破坏形式为唧浆、沉陷和破碎。这引起了道路工程者的重视,他们通过大规模调查研究证实,发现在重车作用之下,混凝土板下的土基或基础失去稳定是造成破坏的重要原因。通过再认识,人们不再认为混凝土路面下的土基与基层是无足轻重的了。各国相继对土基与基层提出了较为严格的要求,如:要求土基顶面以下60cm深度范围以内,压实度要达到重型压实标准的98%;季节性冰冻区应在冻深范围内设防冻层,禁止使用冰冻敏感性土;对于以重型车辆为主的道路,用水泥稳定粒料修筑15cm厚的基层,对于无结合料稳定的砂石基层,严格控制易于侵蚀的细颗粒含量;加强水泥混凝土路面的排水设施建设等。

20世纪60年代,美国、欧洲、日本小汽车工业飞速发展,发达国家争相修建高速公路,水泥混凝土路面有一定的发展,但是沥青路面的发展更快。这主要是由于沥青路面结构与材料的研究取得了新的突破,现代化的沥青混凝土拌和楼与摊铺机普遍使用,使得沥青路面的使用性能,特别是平整度、抗滑、防噪的性能,远远超过了水泥混凝土路面。因此,各国的高速公路中,沥青路面占了很高的比例。如德国,战前高速公路几乎全部为水泥混凝土,至20世纪70年代,沥青混凝土路面所占比例达到80%,而水泥混凝土路面仅为20%。

尽管在高速公路路面结构中,水泥混凝土路面所占的百分比不高,但是由于它的强度高、耐久性能好,表面不产生车辙,在很多场合人们还是优选水泥混凝土路面。美国在完善道路网

的过程中,对于交通繁忙、汽车轴重增大的道路,更多地选择了水泥混凝土路面,近几年新建的承受重交通的高速公路中有 53% 的州际公路和 15% 的一级联邦资助道路采用了水泥混凝土路面。英国自 1970 年以来修建的主要干道中约有 22% 为水泥混凝土路面。加拿大水泥混凝土路面占高速公路的比重 1975 年为 5.5%,1982 年为 10% 以上。20 世纪 90 年代以来,美国和欧洲一些国家提出,对于交通特别繁忙的公路应按照长寿命道路的概念来设计路面,有的提出按 50~60 年的寿命来设计路面结构,其中很大一部分国家正在构思修建钢筋混凝土(包括连续配筋路面在内)特强基层,50 年不维修,必要时 5~8 年更换上面沥青混合料功能层的设想,这样水泥混凝土路面在新的持续发展战略地位中又能够发挥其独到的优势。

我国水泥混凝土路面起步较晚;至 1970 年,全国公路水泥混凝土路面的里程仅为 200km,占高级和次高级路面总里程的 0.87%;至 1980 年,混凝土路面的里程为 1600km,约占高级和次高级路面里程的 1.01%。随着高等级公路的发展,混凝土路面也得到了相应的发展;至 1990 年,水泥混凝土路面总里程增加到 11773km,占高级与次高级路面总里程的 4.37%;至 2000 年,水泥混凝土路面总路程达到 111574km,约占高级和次高级路面总里程的 64.9%。30 年来,水泥混凝土路面所占百分比增长了 74 倍。

我国石灰岩资源丰富,煤产量世界首位,近十年来水泥工业发展很快,1998 年水泥产量超过 5 亿吨,居世界首位。因此,我国发展水泥混凝土路面具有先决条件。20 世纪 90 年代以来,国家重点建设的公路水泥混凝土路面总里程已超过 70000km,例如山西大同至运城二级公路连续修筑水泥混凝土路面 153km;南京至上海二级公路修筑水泥混凝土路面 90km;合肥至南京高速公路 87km 为水泥混凝土路面;新乡至郑州一级公路 70km;阿城至哈尔滨一级公路 34km 均修建了水泥混凝土路面。特别是 20 世纪末,广西壮族自治区充分发挥当地建造水泥混凝土路面的有利条件,在桂林至柳州高速公路(138.4km)、南宁至防城高速公路(140km)、三岸至那布高速公路(60km)、柳州至三灵高速公路(140km)、宾阳至南宁高速公路(84km)等总里程为 562km 的高速公路上全部修筑水泥混凝土路面。这样大规模的工程建设,使我国水泥混凝土路面的综合技术达到了一个新的水平。

近 200 年来,水泥混凝土路面作为一种筑路技术,不断完善、不断改进,为世界各国的交通运输作出了贡献。它之所以能经久不衰,主要决定于它本身的优势,但是它也存在着一些并不那么容易克服的问题,有待于道路科技工作者不断地加以改进。

水泥混凝土路面的主要优势有:

- (1)具有较高的抗压强度、抗弯拉强度,以及较强的抗磨耗能力;
- (2)具有良好的稳定性,高温稳定性、低温稳定性和水稳定性均优良;
- (3)具有较好的耐久性,其材料不易老化衰变,正确设计的水泥路面有优良的耐疲劳性能,因此是长寿命路面的最佳选择;
- (4)承载能力高,适用于重载交通、港口集装箱和大件运输,因此工矿道路、停车场、机场跑道均优先选用水泥混凝土路面。

水泥混凝土路面主要的不足之处:

- (1)平整度不如沥青混凝土路面,特别是有接缝路面在高速行驶条件下,舒适感不佳;
- (2)噪声大,轮胎与混凝土路面直接撞击发出的噪声大于沥青路面,特别是重车通行时更为明显,因此,居民密集区通常不修水泥混凝土路面;
- (3)抗滑性能较难恢复,混凝土材料抗滑性能主要取决于集料与硬化水泥浆表面抗滑能力,一旦磨光之后,很难直接用薄层水泥浆来恢复;

(4)大修或改建时,对废旧混凝土块不易再生利用,造成周边环境不利影响。

第二节 水泥混凝土路面设计理论发展回顾

水泥混凝土与其他筑路材料相比,铺成路面后具有较高的强度与刚度,并且具有板体性能,所以水泥混凝土路面又称为刚性路面。刚性路面在车轮荷载作用下,作为承重结构主要以它的板体抗弯曲强度与刚度保持着路面的正常工作状态,因此,长期以来刚性路面面板厚度设计一直以路面板的抗弯拉应力达到极限强度、路面板产生开裂作为设计的破坏标准。最早的设计方法以欧尔德(C. Older)和哥尔德贝格(A. T. Goldbeck)1920年提出的计算方法为代表。他们假设路面板底下局部发生脱空,板体处于悬臂状态,利用材料力学方法计算得到板体最大弯拉应力,以此作为板体厚度设计的依据。这是一种比较保守的观点与方法,在实际工程中,局部脱空是不允许出现的工作状态。

1925年,威斯特卡德(H. M. Westergaard)采用了铁道工程设计中惯用的温克勒地基假定来描述刚性路面以下的地基支承,用弹性力学中的薄板假定来描述刚性路面板,并假定车轮对面板的作用相当于一个面积相当的圆型均布垂直荷载,通过数学推导,得出了三个不同加荷位置之下,刚性路面板在板中受荷、板边受荷和板角受荷状态下出现的最大弯拉应力。很长时期以来,甚至当今,很多国家刚性路面的厚度设计仍然采用威氏公式计算的弯拉应力作为控制的极限标准。为了证实威氏公式的可靠性,1930年美国联邦公路局在阿灵顿(Arlington)进行了大规模的刚性路面足尺工程试验。通过长时间的量测与观测,证明了威氏应力公式基本上是符合实际测定结果的。但是,由于温克勒地基假定未能充分估计地基各个方向的相互约束,因此计算结果略为偏高。在板角部位受荷时,由于室外温度变形,板角的微量脱空现象,因此,实测的应力大于计算结果。根据阿灵顿试验的大量资料,由布拉德伯利(Bradbury)和斯潘格勒(Spangler)对威氏公式提出了局部调整形成了阿灵顿修正公式。威斯特卡德不仅提出了板中、板边、板角受荷时路面板的弯拉应力公式,而且对应力的集中、薄板计算的误差,以及荷载图式近似于椭圆形的情況,分别提出了弯拉应力计算方法与计算公式。

威氏公式虽然为刚性路面厚度设计方法奠定了基础,但是地基的描述采用温克勒假定过于保守,忽略了它的整体效应。1938年,霍格(A. H. A. Hogg),1939年,舍赫捷尔(О. Я. Шехтер)提出了用弹性半空间地基假定描述刚性路面板下的地基工程状态,以此改善威氏公式的不足。在理论上引用了布辛尼斯基的各向同性的半空间弹性地基假定取代温克勒假定,路面板仍采用弹性薄板假定。在求解数理方程时,引用了贝塞尔函数与积分变换法,最后形成的方法主要适用于半空间地基上无限大薄板的模式。

由于刚性路面板的最不利荷位一般情况位于板角或板边,新的地基假定推导的公式虽然可以计算无限大板的厚度,但是无法确定最不利荷载位置时的弯拉应力。为此,梅特尼科夫等人运用应力等效法则,将两种地基假定下,两个板中应力计算公式取相等,导出了两种地基参数的等效换算公式,得出了以弹性半空间地基假设的参数表达的、三个典型荷载位置的弯拉应力计算公式,尽管尚有诸多不合理之处,但是作为一种近似的方法也是可以的。俄罗斯早期的设计方法,以及我国1958年、1966年的刚性路面设计规范,均以梅德尼可夫公式为基础。

1943年波米斯特(D. M. Burmister)最先发表了双层弹性体系的解析解,柯岗(Б. М. Корган)等人于1953年将弹性层状体系理论用于刚性路面设计。这样人们完全可以摆脱弹性薄板的假定和层间滑动的接触条件,完全可以按照路面板的实际结构厚度及接触条件来建立方程式,

求得解析解。

除了荷载应力之外,温度变化会引起刚性路面产生温度变形,若温度变形受阻刚性路面还将发生与荷载无关的附加温度应力。威斯特卡德提出了由于路面板上、下顶面温差引起面板发生翘曲变形,当变形受到约束时,将产生附加翘曲应力的概念,并由布拉德伯利通过阿灵顿试验路和数值推理提出了刚性路面翘曲应力的计算公式和计算曲线。该计算方法一直延用至今。

20 世纪 60 年代以后,汽车工业与航空工业有较快的发展,重型载货汽车和大型越洋飞机在交通运输中大量应用,大型的多轮载荷的复杂性使得早期提出的威氏公式为基础的设计方法已无法适应,尽管许多学者提出了用当量单轮荷载取代多轮荷载,但是实际效果仍不够理想。道路科技工作者引用了最初在航天器结构分析中应用的有限元分析方法,试图以此来解决当时刚性路面板无法解决的问题。1965 年张佑启和森克维琦(Zienkiewica, D. C.)最先应用有限元分析刚性路面应力。1970 年以后,沙捷斯(Sargious, M.)和张佑启;黄仰贤(Y. H. Huang)和王光俊(S. T. Wang)等应用有限元方法对刚性路面开展了多方面的研究,他们不仅提出了温克勒和弹性半空间两种地基假定的有限元分析研究成果,而且对温度应力计算,板底有脱空现象、对称性的利用,板与板之间接缝的不同方式等相关的计算方法均提出了重要的成果。

我国系统开展刚性路面结构理论与设计方法的研究起步较晚。20 世纪 70 年代中期,东南大学和浙江省交通厅在浙江省台州地区修筑试验路,进行荷载应力和挠度测定和疲劳试验,通过研究论证了设计理论的可靠性,提出了板下地基模量的非线性特性,以及路面设计时确定地基模量的方法,探讨了路面板在荷载反复作用下疲劳损伤发展过程和估算方法。随后,交通部组织了全国不同部门的许多科技工作人员对刚性路面设计理论、方法和参数开展了长期、系统的研究工作。至 20 世纪 90 年代初,在荷载应力和温度应力的计算分析、疲劳性能和轴载换算、结构评定及设计方法、地基强度及基层顶面模量的确定、可靠度理论与设计方法等方面取得了大量的理论和实用性科研成果,为推动我国混凝土路面的发展,初步建立我国刚性路面设计理论体系奠定了坚实的基础。

路面板厚度的确定除了刚性路面的结构性能之外,还有许多重要内容在刚性路面设计中应该考虑。功能要求就是厚度设计的另一项重要内容。美国州公路工作者协会(AASHTO)于 20 世纪 50 年代末在伊里诺州和沃太华州进行了规模庞大的试验路试验,其中主要成果就是发现路面的使用性能指标随着不同轴载通行次数的增加而逐步下降的规律,从而提出了不同轴载之间保持使用功能下降相当条件下的轴载次数换算关系和以功能指标为设计标准的路面厚度设计方法。虽然 AASHTO 设计方法固其以经验数据为基础而有一定的局限性,但是它能在反映刚性路面的结构强度要求外,同时保障它的使用功能不下降到允许限度以下,显然这是人们对设计概念的一种完善,因为路面结构对于使用者来说主要体现在使用品质的优势上。结构的损坏也是最终通过使用品质的下降而影响使用者的感觉。

基层结构的选择和厚度的确定也是刚性路面设计的重要内容。自从 20 世纪中叶,人们对刚性路面基层有了新的认识以后,各个国家对基层的设计充实了许多内容。首先在季节性冰冻地区的国家提出了防冻层的工作原理、材料要求和防冻层厚度设计方法。我国道路工作者也通过大量实际工程的研究提出了防冻层设计的整套方法。对于基层防侵蚀和防水稳定性问题,许多国家提出了明确的规定,采用结合料稳定粒料修筑基层。对于路面板下基层顶面的地基承载能力,提出了最低要求;并且提出了多层地基顶面承载力参数的确定方法。如联邦航空局设计法、美国波特兰水泥协会设计法和我国水泥混凝土路面设计方法中,都提出了不同的顶

面参数计算方法。

刚性路面的平面分块尺寸与接缝构造的设计是刚性路面设计的重要方面。早期,为了防止温度变化引起路面板不规则的裂缝和挤压破碎,将路面板用伸缩缝分隔,缩缝保证面板收缩时裂缝整齐规则,伸缩保证路面板升温时有伸长的空间。在实际工程中通常缩缝工作较为正常,而伸缩工作很容易失效而引起破坏,所以,许多国家都考虑取消伸缝的可能性,仅在结构物近处设伸缝,其他路段不再设伸缝。在北方寒冷地区、温差较大的地区和国家,还是按照伸缩缝的设计要求作分块处理。

20 世纪 50 年代,土木工程领域开始研究可靠度理论在工程中的应用。长期以来,传统的结构设计均以安全系数为标志用于控制结构的安全可靠性、稳定值法。实际上,工程结构从勘测设计、材料选择与试验,以及整个施工实施过程,各项参数、性能指标均为不确定的,这些数据的变异性与多方面因素有关,因此偏离这些不确定因素,以定值为依据的设计方法,难以达到安全可靠的目的。结构可靠度是指结构完成预定功能或者不出现失效的概率。20 世纪 70 年代,Darter 等首先应用可靠度概念分析柔性路面设计方法,并提出了按目标可靠度设计路面的简单方法。1973 年,Kher 等将可靠度概念用于刚性路面设计,采用一次二阶矩法对路面结构可靠度作了分析,并纳入 AASHTO 路面设计方法(1986)年。1985 年,Witczak 等又提出了刚性机场道面的可靠性设计方法。

我国对路面结构可靠度的研究于 20 世纪 80 年代中期开始。在交通部的统一规划与组织领导之下,交通部公路科学研究所等单位开展了柔性路面结构可靠度研究;同济大学等单位开展了刚性路面结构可靠度的研究;西安空军工程学院开展了空军机场道面结构可靠度的研究。刚性路面可靠度研究工作中,开展了较大规模的调查和测试分析工作,以统计分析路面材料、结构参数及交通参数的变异性,并检验结构设计方法同实际相吻合的程度,为我国刚性路面结构设计从确定型向概率型转换作技术储备,并成为我国 2002 年新一轮水泥混凝土路面设计规范的基础。

刚性路面设计理论与方法的发展经历了 70 余年的历程,凝聚了世界各国道路科技工作者几代人的辛勤劳动。设计理论与方法的发展紧密结合世界交通运输的发展,不断顺应交通形势发展需求,不断给予更新和完善。发展的过程是不断引进相关学科研究成果和新技术的过程,展望未来,随着我国和世界各国在新时期交通运输发展的新形势,刚性路面设计理论与方法面临的问题和改革的任务仍然艰巨。广大道路科技工作者,特别是青年科技工作者,应当认真学习,理解前人的研究工作,面对当前发展中的问题,在科学技术的前进道路上开拓创造提出新的更加完善的理论与方法。

第三节 水泥混凝土路面科技发展趋势

水泥混凝土路面作为公路、城市道路和机场跑道的主要路面结构类型,世界各国,无论是发达国家还是发展中国家,均在全方位开展科学研究,以推动水泥混凝土路面系列技术不断完善及推广应用。刚性路面的设计理论与方法将随着混凝土路面技术的发展而不断更新。从目前发展趋势看,在以下几方面有可能有较明显的进展。

一、混凝土材料结构及性能的研究

普通混凝土材料最大的优势是抗压强度高、耐久性好。当混凝土材料用于路面结构,以路

面板的形式承受载荷,它的主要破坏形式是板体受弯曲作用,因弯拉强度不足而断裂,因此,路面结构的其他优势均被它薄弱的弯拉强度所掩盖而得不到发挥,普通混凝土的抗弯拉强度仅为抗压强度的 $1/12$ 。因此从材料科学的角度看,关键技术是如何提高混凝土的强度,特别是抗弯拉强度。

用纤维添加料增强水泥混凝土的抗弯拉强度是一种成功而且有效的途径。目前已取得成功的钢纤维混凝土路面有良好的效果。在动力冲击荷载明显的路段;受标高限制不允许用更厚的混凝土路面,采用钢纤维路面可以取得较好的效果。除钢纤维之外,正在开发研究的还有多种多样纤维增强技术,包括无机纤维材料和有机纤维材料都有可能取得突破,而成为一种新型的路用混凝土材料。

用聚合物改性水泥混凝土铺筑路面是另一种改变路用混凝土性能的有效途径。普通水泥混凝土路面采用高标号水泥,设计高标号混凝土,其混合料的刚度偏高,材料的脆性明显,车辆通行时,撞击路面发出的噪声高,这都会影响路面的使用品质,研究复合材料的专家正在研究开发应用多种聚合物作为改性剂。掺加到水泥中或掺加到混合料中,使混合料既保持高强度的优势,又能降低刚性和脆性,使水泥混凝土路面具有一定的“柔”性,达到改善路用性能的目的。

采用沥青、水泥双重结合料的半刚性混凝土路面是试图改变材料性能,提高路用性能的另一种技术途径。为了将水泥混凝土与沥青混凝土两种路面材料的优势并融为一体,提出了这一种具有半刚性特点的新型混凝土路面。在技术上有两种思路:一种设想是形成大孔隙的沥青混合料骨架,灌入水泥砂浆填塞孔隙,形成半刚性整体结构;另一种设想是形成大孔隙的水泥混合料骨架,用沥青砂胶填塞孔隙。采用双重结合料组成的新混合料将具有水泥混凝土和沥青混凝土两种路面的优势,而克服两者的不足。

二、混凝土路面结构的加筋技术的研究

随着钢筋混凝土结构加筋技术的发展和完善,在混凝土路面中能否用加筋的办法以提高承载能力和减薄路面,成为相当长时期内人们探讨的方向。但是由于路面混凝土板所受的荷载位置的不确定性,板体内部应力也随之发生变化,有的甚至正负弯矩交替出现,再加上路面属于一种狭长的板体结构,钢筋的精确布置有难度,因此,至今还不能像建筑结构那样充分发挥钢筋混凝土结构的优势,但也取得不少进展。

配筋混凝土路面,在路面板纵向配置 $0.4\% \sim 0.8\%$ 的钢筋,以约束混凝土板,使之产生裂缝之后仍保持紧密接触状态。这种路面结构通常可以在 $80 \sim 150\text{m}$ 范围内不设置伸缩。

连续配筋混凝土路,在路面板的纵向配置连续不间断的钢筋或钢筋网,以阻止裂缝的展开,连续配筋混凝土路面一般不设伸、缩缝,仅在桥梁、涵洞等结构物处设伸缝。这样,混凝土路面具有表面平整,整体性强,行车平稳,雨水不易渗入,路面结构能维持较长时间的稳定及较好的使用品质。

预应力混凝土路面一般采用后张法施工,施工方法与结构工程相同。虽然预应力混凝土路面较普通混凝土路面可以略为减薄路面厚度,但由于施工操作多为手工劳动,无法实施机械化施工,因此大面积推广有一定困难。

三、混凝土路面结构层组合的研究

早期的混凝土路面直接在压实完成的路基顶面浇捣混凝土路面板。二战以后普遍出现唧

泥破坏现象,引起了人们对基层的重视。混凝土路面基层的功能明确为提高承载力,防止土基被水侵蚀形成冲刷脱空,季节冰冻地区还应按防冻层的要求设置底基层。对基层所用的材料要求不含细料,不含冰冻敏感材料,耐侵蚀。设置基层以后,虽然板体支持略有加强,但是不能以此作为减薄面层板厚度的依据,它的作用最重要的是为板体形成一个均匀一致的地基支承条件。20世纪20年代以来,由于沥青路面采用了半刚性基层,在水泥混凝土板下也采用水泥稳定或二灰稳定的基层,甚至还采用贫混凝土基层。实践证明,混凝土路面板采用过强的、刚性过大的基础,虽然它的基础支承增强了,但是路面板在经受温差作用发生翘曲变形时,其附加应力反而增大,甚至出现了温度应力大于荷载应力而提早断裂的现象。

在混凝土路面结构层组合的研究中,另一个重要的发展趋势是将沥青路面结构层的优点用到水泥混凝土刚性路面中来。一是在混凝土路面板上加铺4~8cm的优质沥青混合料。这样使得路面既保持了水泥混凝土路面高强、稳定、耐久的优点,又能获得沥青路面那样的平整、无缝、噪声低等优良使用品质。也有人称这种路面为复合路面,但仍属于刚性路面的范畴。不仅在面板上加铺沥青混合料结构层,有的在混凝土板下用沥青混合料铺筑基层或排水基层。这样既能获得高强稳定地基支承,防止雨水渗入发生侵蚀、冲刷,还可以排除层间积水,而更为重要的是克服了半刚性基层和刚性基层刚度过大的缺点。

20世纪90年代,美国和欧洲各国先后提出“永久性路面”的理念。尽管各个国家对永久性路面的理解和具体的路面结构并不完全相同,但是它的宗旨是相同的,即路面主结构的强度与厚度应尽可能取用最好的选择,使它的使用年限在满足预测交通载荷的情况下获得相当长的寿命,有的提出40年,也有提出50年甚至更长。在这期间,仅需对表面的功能结构层作定期更换,这样用少量的养护期和少量的养护投资即可以保持路面的优良使用品质和长期的畅通无阻。对于承担繁重交通的道路而言,这种永久性路面,虽然初次基建投资较高,但是从长效的全寿命期经济分析来看是最经济的,目前我国有一些省市已开始研究永久性路面。永久性路面有两种选择,即沥青路面和水泥混凝土路面。永久性水泥混凝土路面通常可选择具有完备基层、底基层结构的连续配筋混凝土路面作为主结构,在连续配筋混凝土路面之上铺设4~8cm沥青混合料,作为定期更换的表面功能层。

四、刚性路面结构设计理论与方法的研究

近一个世纪以来,虽然路面设计理论与方法的研究有很大进展,但是到目前为止,各个国家的设计方法都不一样,归结起来,可分为经验法和半经验半解析法。水泥混凝土路面设计方法自一开始便明显地反映出路面的承重结构特性,因此大部分国家的水泥混凝土路面设计方法都采用半经验半解析法,我国也不例外。半经验半解析法的力学基础理论,虽然已有许多研究人员致力于开发研究,但是到目前为止,较为成熟、普遍认为可以作为路面结构设计基本理论基础的主要包括三部分:弹性半空间体;弹性多层体系;弹性地基板。作为路面结构设计的另一个重要的力学基础理论,即路面结构动力学以及路面结构的动力响应也是人们关注的重点,特别是动力响应的定量分析方法。动力响应与路面结构损伤的发展过程与机理等都应当深入研究,将来也有可能以动力响应代替静力响应作为结构设计的力学基础。

刚性路面结构设计由确定型向概率型过渡在我国2002年的水泥混凝土设计规范中已经初步实现,可靠度设计方法的目的是要将路面结构设计、施工中各项因素的实际变异性通过可靠概率加以控制,也就是实现设计与施工实践的统一,理论与实践的统一。所以要使设计方法真正达到目的还应对各个实践环节作更深入的研究,以明确内在的确切关系,确保工程质量。

刚性路面结构设计发展的另一个趋势是设计的标准化,即典型结构设计方法。有一些国家为了让工程师从繁琐的理论概念与冗长的计算过程中解脱出来,把成功的结构组合经验与设计理论计算结合,组成以交通等级和地基支承等级为变量的路面结构典型设计图表。工程师仅需确定工程所属的交通等级和地基支承等级便可以获得多种同一效果的结构组合方案供选用。有人认为这种设计方法有一定的优势,有可能获得广泛的推广应用,我国自 20 世纪 90 年代起大规模开展了这方面的研究,研究工作还在持续进行之中。

刚性路面设计除了基本理论与方法方面的研究之外,许多国家对表面特性,接缝传荷能力,硬路肩的设计也进行了详细的研究。这些看来似乎是微不足道的细节问题,但是在现代高速车辆行车下将显得特别重要,所以有些国家对此有专门的特殊要求。

对于以特重车辆为主的道路和机场跑道,由于它轴重与轮重的分布不同于一般汽车,若是选用刚性路面结构,除了按实际轴载轮载的分布验算弯拉应力外,有时候,某一部位的局部沉降会成为一个突出的问题,在结构设计时需要加以控制。因此有人提出,对特重载道路的水泥混凝土路面设计,同时应验算极限弯拉应力和极限弯沉值(沉降)。因此,要深入研究刚性路面极限弯沉的位置和计算方法,研究不同厚度刚性路面在不同地基支承条件下经受重载的反覆作用后,弯沉的发展规律以及弯沉容许值的确定方法等。我国还没有专门为重载道路水泥混凝土路面所用的设计规范或指南,今后随着交通运输的发展,车辆组成的多样化和专门化,重载道路路面专用设计标准与方法的确定也是很必要的。

第二章

刚性路面荷载应力

道路和机场刚性道面经受着各种复杂的应力作用,其中包括车轮荷载引起的荷载应力,温度变化引起的温度应力,以及由于湿度变化所引起的应力等。假如各种应力的综合作用超过了混凝土的容许应力范围,路面将产生裂缝,破坏,直至最后完全丧失承载能力。自从 20 世纪初,水泥混凝土路面开始广泛使用以来,刚性路面的荷载应力一直是人们十分关注的重要研究课题。1925 年,威斯特卡德(H. M. Westergaard),1938 年,霍格(A. H. A. Hongg),1939 年,舍赫捷尔,(O. Я. Шехтер);1943 年,波米斯特(D. M. Burmister),1953 年,柯岗(Бя. Korah)等人,在刚性路面荷载应力研究方面所作的贡献为刚性路面应力分析和设计方法奠定了基础。20 世纪 60 年代以来,随着电子计算机的广泛使用,各种有限元分析方法用于刚性路面应力分析,使荷载应力的研究达到了一个新的阶段。本章将尽可能详尽地介绍各个阶段的主要研究成果,以此作为应力计算和设计方法的理论基础。有关运用各种有限元法分析刚性路面应力的内容,将在第四章作介绍。

第一节 早期的荷载应力计算方法

1920 年,欧尔德(C. Older) 和哥尔德贝克(A. T. Goldbeck) 根据材料力学原理,提出了最早的刚性路面荷载应力计算方法。由于当时所用的水泥混凝土路面板较薄,路面破坏的主要形式为角隅断裂,所以欧尔德等人认为主要应该验算角隅应力,并且认为角隅断裂主要是因为板下地基局部下陷,使得板角端部呈现局部脱空现象所致。当然,除了地基局部下陷之外,面板因温度、湿度不均匀变化产生角顶向上翘曲,也会引起面板与地基局部脱开。反映这种状况的计算图式,如图 2-1 所示。

由图 2-1 可见,当车轮荷载 P 作用在角顶处,混凝土板处于一种悬臂的状态;板的一端是固定的,与板内侧相联;板的另一端为自由端。由荷载 P 引起的角隅断裂线 AB 与边缘成 45° 角,离顶点的距离为 a ,见图 2-2a)。

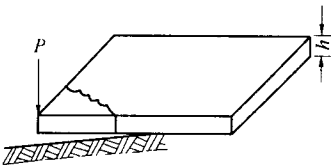


图 2-1 路面板与地基脱开

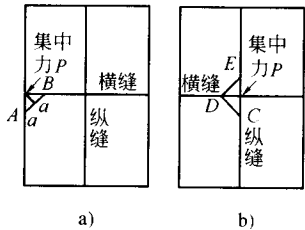


图 2-2 荷载位置图

a) 荷载在外侧角隅,无传力杆连接;b) 荷载在内侧角隅,横缝有传力杆连接

由集中荷载 P 所造成的断裂面上的弯矩为:

$$M = Pa$$

$$\text{或} \quad Pa = \frac{\sigma I}{y} = \frac{\sigma \frac{2a \cdot h^3}{12}}{h/2} = \frac{\sigma ah^2}{3}$$

$$\text{因此} \quad \sigma = \frac{3P}{h^2} \quad (2-1a)$$

式中: P ——车轮荷载(MN);

σ ——混凝土板顶面的拉应力(MPa);

I ——以中性轴为准的沿 AB 线的垂直断面惯性矩(m^4);

y ——自中性轴至最外纤维的距离(m);

h ——混凝土板厚度(m)。

当荷载作用在内侧角隅处,横缝有传力杆连接,如图 2-2b) 所示。假定有一半的荷载传到邻板,路面沿着 CD 、 DE 发生破坏,则破裂面上最大的弯矩应力为:

$$\sigma = \frac{1.5P}{h^2} \quad (2-1b)$$

当荷载作用在内侧角隅,纵横缝都设有传力杆时,则荷载的传布情况很复杂,可以认为有 1/3 荷载通过横缝传给邻板,另有 1/3 荷载通过纵缝传给邻板,则破裂面上的最大弯拉应力为:

$$\sigma = \frac{P}{h^2} \quad (2-1c)$$

式(2-1b)也适用于板边受荷时的应力计算,式(2-1c)也适用于板中受荷时的应力计算。欧尔德公式(2-1a、b、c)是最早的刚性路面应力计算公式,它是非常近似和粗糙的,而且角隅应力公式(2-1a)极其保守。但它的相对定性概念促使人们设法加强路面板边、板角部位的结构强度,如采用厚边式路面,或边缘加强钢筋与角隅加强钢筋等。

第二节 弹性薄板与地基假定

目前的刚性路面应力分析,大多是以弹性地基上的薄板为力学分析模式。弹性地基包括温克勒(Winkler)地基,弹性均质半空间地基与弹性层状半空间地基。本节着重介绍弹性薄板与各种弹性地基的基本特性与数学模式。

一、弹性薄板的定义与假定

两个平面和垂直于这两个平行面的柱面或棱柱面所围成的物体称为板,如图 2-3 所示。平分厚度 h 的平面称为板的中间平面,简称中面。如果板的厚度 h 远小于板面的最小尺寸 b ,它就称为薄板。薄板受到垂直于板面的荷载,就会弯曲,中面所弯成的曲面称为弹性曲面,而中面内各点沿 z 方向的位移称为薄板的挠度 w 。假如挠度 w 远小于板的厚度 h ,称为薄板小挠度理论。通常所用的水泥混凝土路面或机场道面,它的平面尺寸比它的厚度大得多,同时,由于混凝土的脆性,面板不允许产生很大的挠度,因此,刚性路面的构造和工作状态完全符合薄板小挠度理论的基本假定。

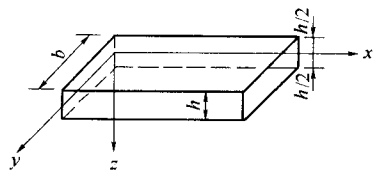


图 2-3 薄板示意图

薄板弯曲问题的解是以下列三个基本假定为依据的。

(1) 应力分量 τ_{zx} 、 τ_{zy} 和 σ_z 远小于其他应力分量,因而它们对形变的影响可以不计。由于不计 τ_{zx} 和 τ_{zy} 对形变的影响,所以有:

$$\gamma_{zx} = 0, \quad \gamma_{yz} = 0 \quad (2-2)$$

也就是说,所有垂直于中面 xy 的直线,在薄板弯曲以后,仍保持直线,并且垂直于弹性曲面。由于不计 σ_z 对形变的影响,所以有:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\mu)}{E}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

(2) 形变分量 ϵ_z 极其微小,可以不计,即 $\epsilon_z = 0$,由弹性力学中的几何方程得知, $\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$,所以有:

$$w = w(x, y) \quad (2-4)$$

也就是说,薄板内任意一根垂直于中面的直线上,各点的位移 w 均相等。即挠度 w 只与平面位置 x, y 有关,与垂直坐标 z 无关。

(3) 薄板受有垂直于板面的荷载时,中间平面内各点都没有平行于板面的位移,也就是:

$$(u)_{z=0} = 0, \quad (v)_{z=0} = 0 \quad (2-5)$$

因为: $\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$, 由式(2-5)可得:

$$(\epsilon_x)_{z=0} = 0, (\epsilon_y)_{z=0} = 0, (\gamma_{xy})_{z=0} = 0$$

也就是说,中面的任意一部分,在弯曲成弹性曲面前后,在 xy 面上的投影形状保持不变。在上述基本假定中:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ——分别为 x, y, z 方向的正应力分量;

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ——分别为 x, y, z 方向的正应变分量;

u, v, w ——分别为 x, y, z 方向的位移分量;

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ——分别为三个方向的剪应力分量;

$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ ——分别为三个方向的剪应变分量;

E, μ ——分别为材料的弹性模量与泊松比。

二、弹性曲面的微分方程

在薄板弯曲问题中,取薄板的挠度 w 作为基本未知函数。因此,其他分量都要用 w 来表示。由方程(2-2)得知:

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

$$\text{因此有} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (2-6)$$

由方程(2-2) 可见, $\frac{\partial w}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial w}{\partial y}$ 只是 x 和 y 的函数, 与 z 无关, 于是由式(2-6) 积分得到:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} + f_1(x, y)$$

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} + f_2(x, y)$$

根据方程(2-5), 当 $z = 0$ 时, $u = v = 0$, 于是

$$f_1(x, y) = 0, \quad f_2(x, y) = 0$$

因此得到 $u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}$

于是形变分量可以用 w 来表示如下:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

应力分量也可以用 w 表示, 由方程(2-3) 得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\epsilon_x + \mu\epsilon_y) = \frac{-Ez}{1-\mu^2} \times \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\epsilon_y + \mu\epsilon_x) = \frac{-Ez}{1-\mu^2} \times \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \frac{E}{2(1+\mu)}\gamma_{xy} = \frac{Ez}{1+\mu} \times \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

为了用 w 表示应力分量 τ_{xz} 、 τ_{yz} 和 σ_z , 运用弹性力学中的平衡微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= -\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= -\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \end{aligned}$$

将公式(2-8) 代入, 并且对 z 进行积分。由于薄板表面有如下边界条件:

$$(\tau_{xz})_{z=\pm h/2} = 0, (\tau_{yz})_{z=\pm h/2} = 0, (\sigma_z)_{z=h/2} = 0$$

于是有:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} = \tau_{zx} &= -\frac{E}{2(1-\mu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= -\frac{E}{2(1-\mu^2)} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \\ \sigma_z &= -\frac{Eh^3}{6(1-\mu^2)} \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right)^2 \left(1 + \frac{z}{h} \right) \times \nabla^2 \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

式中: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ——拉普拉斯算子。对于圆柱坐标为: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ 。

为了求出挠度与荷载之间的关系,假定薄板顶面作用有向下的荷载 q ,则在薄板的顶面,有边界条件:

$$(\sigma_z)_{z=-h/2} = -q$$

利用这一条件代入式(2-9)中的正应力公式,得出:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \nabla^2 \nabla^2 w = q$$

或

$$D \nabla^2 \nabla^2 w = q \quad (2-10)$$

式中: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ ——板的圆柱刚度或弯曲刚度。

方程(2-10)为薄板的弹性曲面微分方程。一切以弹性薄板假定为模式的刚性路面应力分析的课题,归根到底就是根据薄板侧面的各种不同的边界条件和约束条件,求解未知函数 w 。然后再由方程式(2-8)和式(2-9)解出各项应力分量。

三、薄板截面上的弯矩、扭矩和剪力

从薄板内割取一个无穷小的平行六面体,尺寸为 dx 、 dy 和 h ,如图2-4所示。在垂直于 x 轴的面上,作用着 σ_x 、 τ_{xy} 和 τ_{xz} 。在垂直于 y 轴的面上,作用着 σ_y 、 τ_{yx} 和 τ_{yz} 。由式(2-8)、式(2-9)可以看出,所有这些应力分量都是 z 的奇函数,假如在 $-h/2$ 到 $+h/2$ 整个厚度范围内积分,其总值分别等于零,而只能分别合成为弯矩和扭矩。

应力分量 σ_x 合成为弯矩 $M_x dy$,而薄板的每单位宽度上的弯矩 M_x 为:

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{+h/2} z \sigma_x dz = \frac{-E}{(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz \\ &= \frac{-Eh^3}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

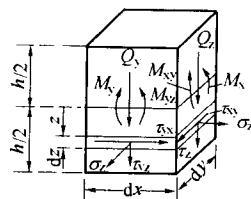


图2-4 无穷小平行六面

按同样的方法,对所有的应力分量所合成的弯矩或扭矩,沿着薄板的整个厚度积分,即可得出每单位宽度上的弯矩或扭矩,即:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= M_{yx} = -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \\ Q_y &= -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

经过整理后,可以得出各应力分量与弯矩、扭矩、剪力、荷载之间的关系: