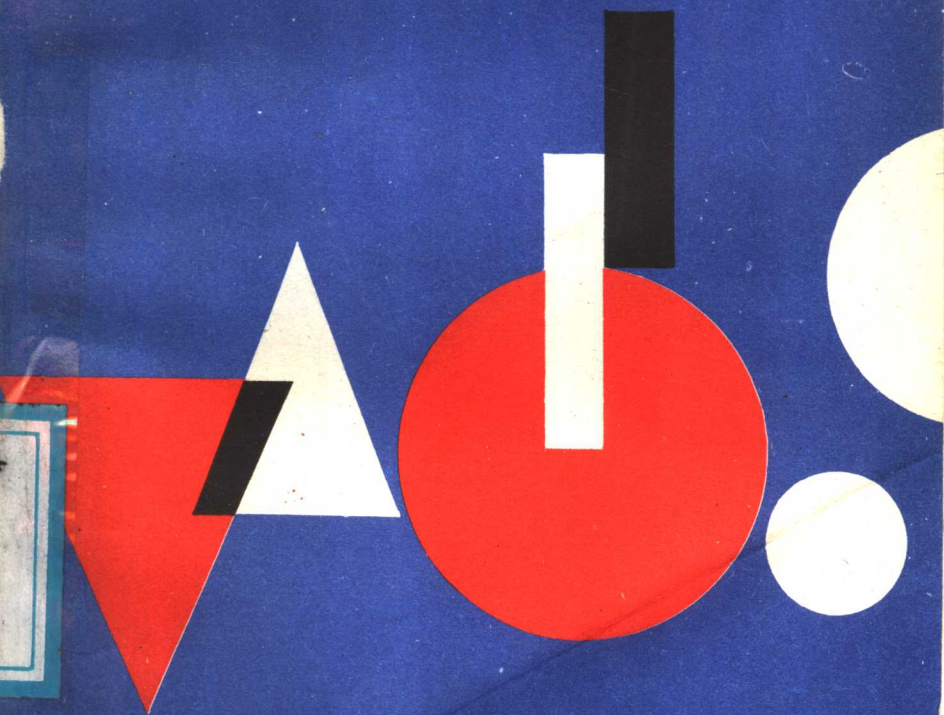


小学数学课外读物丛书

比和比例趣谈

BIHEBI LI QUTAN



山东教育出版社

小学数学课外读物丛书

比和比例趣谈

徐友恒 朱珍华 编

山东教育出版社

1987·济南

小学数学课外读物丛书

比和比例趣谈

徐友恒 朱珍华 编

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东掖县印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 2.5印张 30千字

1988年3月第1版 1988年3月第1次印刷

印数 1—39,120

ISBN 7-5328-0248-5/G·184

定价 0.44元

说 明

为了丰富小学生的课外生活，培养他们学习数学的兴趣，帮助他们学好数学知识，特组织编写了这套《小学数学课外读物丛书》。该《丛书》包括《3比5大吗》《方方学小九九》《快乐的数学晚会》《小问号奇游分数国》《趣解应用题》《比和比例趣谈》《你会算吗》等七册。

该《丛书》以《小学数学教学大纲》为依据，紧密联系教材和教学实际，通过小故事、小游戏、小魔术、读读、想想、做做等形式，介绍了小学数学的基础知识，并适当渗透了一些现代数学思想，还在一定程度上体现了中外小学数学教学的最新尝试。

该《丛书》集知识性、趣味性和实用性于一体，使本来枯燥乏味的数学知识变成了一个个生动、有趣的小故事，读来饶有趣味。拟人、比喻、夸张等手法的运用，会使读者感觉数学知识也亲切可爱。尽管各册作者文风各异，但都注意了符合儿童的年龄特点，对启发学生的智慧，开拓学生的知识领域，培养学生的逻辑思维能力和解决实际问题的能力都大有裨益。

该《丛书》由崔振玉同志主编，本册由徐友恒、朱珍华同志编写。

1987年10月

目 录

☆、比和比例的意义	(1)
1. 比和除法有密切的联系	(1)
2. 满足 $a:b=3:2$ 的数 a 和数 b 有多少	(3)
3. 化简比的方法	(7)
4. 连比的意义	(13)
5. 兰兰对比和比例的认识	(17)
6. 判断两个比组成比例的方法	(19)
7. $ad=bc$ 可以列出多少个比例	(24)
8. 解比例有规律可循	(27)
☆、两种量的比例关系	(30)
1. 常见数量关系中量的比例关系	(30)
2. 一些好的判断方法	(31)
3. 关键是存在哪个“一定”	(35)
☆、用比例解应用题	(37)
1. 按比例怎么分	(37)
2. 成比例关系经常见	(46)
3. 解题方法要灵活	(60)
4. 用比例解应用题优点真不少	(66)

★ 比和比例的意义

1. 比和除法有密切的联系

开始学习比的意义，小强想：王老师说，两个数相除又叫做两个数的比，理解比的意义很重要。我得想办法，找窍门掌握比的意义和性质。于是，他去找数学兴趣小组的小刚、小华和锋锋等商量。从哪里研究起呢？大家一致要求锋锋谈点看法。

锋锋是数学兴趣小组的组长，遇事爱动脑子。他说：“既然两个数相除又叫两个数的比，我们可以把比和除法联系起来分析，就不难理解比的意义和性质了。”大家认为锋锋说得很对。

“两个数相除又叫两个数的比，那么求两个数的比值从方法上看就是做除法了？”小刚

说。

小华说：“一点不错，比的前项就相当被除数，比的后项就相当除数，比值就相当于商。写成式子就是‘前项 $\div$ 后项=比值’。”

“经你们这样一说，我也明白了，根据比和除法的关系，一定有‘后项 $\times$ 比值=前项’，‘前项 $\div$ 比值=后项’。”这是兰兰的声音。

小强接着说：“计算有关比的问题有三种。第一，已知比的前项和后项求比值，用除法；第二，已知比的前项和比值求后项，用除法；第三，已知后项和比值求前项，用乘法。”

同学们热烈地讨论着，兰兰问冬冬：“你怎么不发表意见？”冬冬就把她写的一个纸条拿给同学们看。纸条上画了如下的一个表，来说明“比和除法、分数”的关系：

比	前 项	比号 (:)	后 项	比 值
除 法	被 除 数	除号 ($\div$)	除 数	商
分 数	分 子	分数线 (—)	分 母	分数值

“比和除法、分数的关系这么密切，有什么

区别呢？”小涛忽然提出这个问题。这一下，把大家问住了，一时没有一个同学能回答，大家都认真地思考着。过了一会儿，锋锋说：“我认为，比是两种量的倍数关系，除法是一种运算，分数是数。读法上也不同，如 $a:b$ 读作 a 比 b ； $a \div b$ 读作 a 除以 b ，或者读作 b 除 a ； $\frac{a}{b}$ 读作 b 分之 a 。”

2. 满足 $a:b=3:2$ 的数 a 和数 b 有多少

同学们学习了比的意义后，很容易发现， $a:b=3:2$ ， a 是3时， b 是2； a 是6时， b

是4； a 是 $\frac{1}{2}$ 时， b 是 $\frac{1}{3}$ ；……这样的数 a

和数 b 到底有多少？在冬冬的家里，数学兴趣小组的同学展开了热烈地讨论，都在找能满足 $a:b=3:2$ 这个条件的数 a 和数 b 。

锋锋写出了这样几组：

$a=3, b=2$ ； $a=9, b=6$ ； $a=12, b=8$ ； $a=15, b=10$ ； $a=18, b=12$ ； $a=21, b=14$ ；……

$$b = 14.$$

小强写的是：

$$a = \frac{3}{2}, b = 1; a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{2};$$

$$a = 7\frac{1}{2}, b = 5; a = 1, b = \frac{2}{3}; a = 0.3,$$

$$b = 0.2; a = 0.6, b = 0.4.$$

这时，冬冬的爸爸过来问：“你们是怎么写出这些数的？”

小红不加思索地说：“凑的呗！”虽然她的回答引起了一阵笑声，但是其他同学也回答不出更好的道理。

冬冬的爸爸问：“应用比的基本性质，能不能很快得出一些比值是 $3:2$ 的数呢？”

听了冬冬的爸爸的问话，大家心里亮堂了，都在很快地写着。冬冬的爸爸问大家：“你们是怎样写出来的？”

锋锋回答说：“由比是 $3:2$ ，把比的前项和后项同时乘以 2，乘以 3，乘以 4，乘以 5，……就得到 6 与 4，9 与 6，12 与 8，15

与10, ……”

兰兰说：“把比3 : 2的前后项同时乘以
 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、……就得到
数 $1\frac{1}{2}$ 与1, 1与 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ 与
 $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{3}$, ……”

小强说：“先假设 $a=3$, $b=2$, 把这两个数分别同时乘以0.1、0.2、0.3、0.4、……
就得到 $a=0.3$, $b=0.2$; $a=0.6$, $b=0.4$;
 $a=0.9$, $b=0.6$; $a=1.2$, $b=0.8$; ……”

经过这样一番讨论, 大家满意地说: “知道了两个数的比, 利用比的基本性质就可以写出许许多多比值相等的比。

一直在默默地写的冬冬突然问: “就没有别的办法了吗?” 不等别人回答, 她又接着说: “ $a:b=3:2$, 根据比的有关计算, 可得到 $a=\frac{3}{2}b$, 给 b 一个数, 象 $b=1$, $b=2$,

$b = 3, b = 4, \dots$ 把这些数代入式子 $a = \frac{3}{2}b$

中,就可算出 a 的值: $a = \frac{3}{2}, a = 3, a = 4\frac{1}{2},$

$a = 6, \dots$ 当然,把 b 换成分数和小数,又会算出另外一些相对应的数。这样得到的每一组

相对应的两个数的比的比值都是 $\frac{3}{2}$ 。

听了冬冬的发言大家非常高兴,都认为她说的方法很好,已给两数的比,求这两个数,利用这种方法不但找得快,而且找得准确。

冬冬的爸爸问:“满足 $a:b=3:2$ 的数 a 和数 b 有多少?”

锋锋说:“多的不可能全部写出来。”

小强说:“是不是可以这样理解,知道两个数的比,就说明知道了这两个数的倍数关系,凡是符合这个固定倍数关系的一组数,都是满足条件的。这样的两个数有无穷多个。”

冬冬的爸爸说:“正是这样。”

3. 化简比的方法

(1) 利用比的基本性质化简比

同学们在利用比的基本性质化简比时，不少同学出现过错误。有一次做作业，小红把三个题都做错了。她的同位小涛一个题一个题的讲给她听，她才找到了错误的原因。但在另一次作业中，她又犯了类似的错误，细心的冬冬发现了同学们学习的困难，就找锋锋商量。

冬冬说：“这样一个题一个题地给同学讲不是好办法。”

锋锋说：“你的意思是把化简成整数比的方法切实让同学掌握？”

冬冬说：“就是这个意思。让同学们掌握了利用比的基本性质化简比的规律，做题就不会困难了。”

锋锋说：“我们还不清楚呢！”

冬冬笑着说：“研究嘛！”

在校园的草坪上，数学兴趣小组的同学围坐成一圈。小强第一个发表意见。他说：“比

的前项和后项都是整数比的化简，只要用前、后项的最大公约数去除前后项，就可以化成最简的整数比。如 $84:105 = (84 \div 21) : (105 \div 21) = 4:5$ ； $75:100 = (75 \div 25) : (100 \div 25) = 3:4$ ； $144:126 = (144 \div 18) : (126 \div 18) = 8:7$ 。

“若是遇到两个小数相比，用扩大同样倍数的方法，先把小数比化成整数比，再按整数比的化简方法去做。如， $0.6:0.4 = (0.6 \times 10) : (0.4 \times 10) = 6:4 = (6 \div 2) : (4 \div 2) = 3:2$ ； $0.15:0.5 = (0.15 \times 100) : (0.5 \times 100) = 15:50 = (15 \div 5) : (50 \div 5) = 3:10$ ； $5.2:0.91 = (5.2 \times 100) : (0.91 \times 100) = 520:91 = (520 \div 13) : (91 \div 13) = 40:7$ 。”另一位同学接着说。

“要是遇到一个整数和一个小数怎么办？”一个同学突然问。

许多同学七嘴八舌地说：“只要化成整数比再化简就行了。”

小涛说：“经大家这样一讲，我明白了。”

若是遇到两个分数比的化简，要先用分母的最小公倍数去乘比的前项和后项，把分数比化成整数比，再按整数比的化简方法化简。如

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{3} \times 12 \right) : \left(\frac{1}{4} \times 12 \right)$$

$$= 4 : 3; \quad \frac{3}{72} : \frac{5}{84} = \left(\frac{3}{72} \times 504 \right) : \left(\frac{5}{84} \right.$$

$$\times 504) = 21 : 30 = (21 \div 3) : (30 \div 3)$$

$$= 7 : 10; \quad \frac{2}{3} : 5 = \left(\frac{2}{3} \times 3 \right) : (5$$

$$\times 3) = 2 : 15。”$$

小红提出这样的问题：“还有分数比小数，分数比百分数，这些比的化简属于哪种类型？”

锋锋马上回答：“因为小数和百分数都是特殊的分数，所以化简比的问题只要分成两种类型就可以了。一种是整数比的化简问题，另一种是含有分数比的化简问题。象， $\frac{3}{8} : 1.75$

$$= \frac{3}{8} : \frac{175}{100} = (\frac{3}{8} \times 200) : (\frac{175}{100} \times 200)$$

$$= 75 : 350 = (75 \div 25) : (350 \div 25) = 3 : 14;$$

$$1\frac{1}{3} : 16\% = \frac{4}{3} : \frac{16}{100} = (\frac{4}{3} \times 300) :$$

$$(\frac{16}{100} \times 300) = 400 : 48 = (400 \div 16) : (48 \div 16) = 25 : 3。 ”$$

(2) 兰兰化简比的方法

下面是兰兰做的四道求比值的题:

$$\textcircled{1} 4 : 8 = 4 \div 8 = \frac{1}{2} ;$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{2}{1} = 2 ;$$

$$\textcircled{3} 0.5 : 3 = 0.5 \div 3 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2} \times 3} = \frac{1}{6} ;$$

$$\textcircled{4} 0.2 : 50\% = 0.2 \div 0.5 = \frac{2}{5}.$$

做完这四道题以后，她在想：把一个比先求出比值，再写成比，不就能化简成最简单的整数比了吗？象上面四道题，把比值写成比就把原来的比化简成最简单的整数比了：

$$\textcircled{1} 4 : 8 = \frac{1}{2} = 1 : 2;$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2 \text{ (看作 } \frac{2}{1} \text{)} = 2 : 1;$$

$$\textcircled{3} 0.5 : 3 = \frac{1}{6} = 1 : 6;$$

$$\textcircled{4} 0.2 : 50\% = \frac{2}{5} = 2 : 5.$$

她又想，书上说利用比的基本性质可以把任意的比化简成最简单的整数比，上面这种先求比值，再把比值写成简单整数比的形式，是不是一种化简比的方法？她自己拿不准，就把想法告诉了冬冬。冬冬认真地思考着，觉得有道理，是利用“前项：后项=比值”，把比值

写成简单整数比的形式来化简的，确实是一种化简比的好方法。她做了一道题试了试：

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{2}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{\cancel{4}^1_2} = \frac{7}{10} = 7 : 10$$

她觉得这方法确实简便，便宣传开了。经冬冬一宣传，这个方法很快在全班应用开了。小涛听了后，开始还不太相信，为了证实一下，他把利用比的基本性质化简比和兰兰的方法做了如下比较：

①方法一

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{3} \times 15\right) : \left(\frac{1}{5} \times 15\right) = 5 : 3$$

方法二

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{3} = 5 : 3$$

②方法一

$$\begin{aligned}\frac{3}{74} : \frac{5}{86} &= \left(\frac{3}{74} \times 3182\right) : \left(\frac{5}{86} \times 3182\right) \\ &= 129 : 185\end{aligned}$$