



# 小学数学教师自修读本

《湖北教育》编辑部编

湖北教育出版社

# 小学数学教师自修读本

《湖北教育》编辑部编

湖北教育出版社

责任编辑：宋德莲

封面设计：张崇云



**小学数学教师自修读本**

**〈湖北教育〉编辑部编**

\*

湖北教育出版社出版 湖北省新华书店发行

黄冈县新华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 5.75印张 128,000字

1984年12月第1版 1984年12月第1次印刷

印数：1—17,000

统一书号：7306·141 定价：0.74元

# 目 录

## 业余自学是培训师资的主要形式

|                      |              |
|----------------------|--------------|
| ——代序·····            | 孙德华 (1)      |
| 做一个合格的小学数学教师·····    | 章康 舒文 (3)    |
| 从自然数到有理数·····        | 柯尊信 (10)     |
| 分数与小数·····           | 李昌武 (20)     |
| 数的整除·····            | 陈新汉 张凤芝 (34) |
| 整数四则运算·····          | 章 康 (57)     |
| 分数的四则运算·····         | 舒 文 (66)     |
| 常用速算方法·····          | 王文杰 (85)     |
| 几何图形知识简介·····        | 陈华瑛 (97)     |
| 应用题算术解法的一般思路·····    | 童根源 (108)    |
| 应用题的算术解法与代数解法·····   | 余富学 (117)    |
| 谈谈小学数学课本中的数字思考题····· | 高忠发 (125)    |
| 谈谈小学数学课本中的应用思考题····· | 高忠发 凌蓓 (135) |
| 函数 比例函数·····         | 邹庆祥 (144)    |
| 统计知识简介·····          | 陈贻柏 (155)    |
| 逻辑与小学数学教学·····       | 陈贻柏 (169)    |

# 业余自学是培训师资的主要形式

## ——代序

孙 德 华

一九八〇年，党中央、国务院作出了“在八十年代，全国应基本实现普及小学教育的历史任务”的决定，这是教育战线的一项光荣而艰巨的任务。每个忠于人民的教育事业，立志献身于小学教育的人民教师、教育工作者都在为实现这个目标而努力奋斗。

小学教育是一切教育的基础。要提高全民族的科学文化水平，必须从小学抓起。要努力提高教育质量，使小学毕业生切实达到应有的文化程度。

我省小学教育，在党的十一届三中全会精神指引下，逐步得到了恢复和发展。但是由于师资水平参差不齐，部分教师的水平还比较低，因此，小学教育的质量与教学大纲要求相比，还有很大差距。提高教育质量的关键是提高师资水平，实行多种形式的师资培训，是我省教育战线的当务之急。

我省有一支二十八万人的小学教师队伍，就普及小学教育，提高教学质量看来，可以说，每个小学教师都有一个学习提高的任务，只是不同的人，学习和提高的内容不同而已。有的教师急需过“教材关”；有的教师急需学习教学理

论；有的教师需要扩大知识面和更新知识等等。总的说来，需要提高所教学科的基础文化知识水平的教师，为数还不少。现在，全省每年有近万人进入中师、教师进修学校等参加长期或短期学习，但仍然远远满足不了广大教师脱产进修的要求，绝大多数渴望进修提高的教师，必须走在职进修、业余自学的路子。全省普通教育工作会议提出的“在职为主，业余为主，短训为主”的要求，无疑是正确的，是现阶段培训教师的主要形式。

这本小册子就是为适应小学数学教师文化基础知识业余进修的需要而编写的。执笔的同志都是有经验的教师和教研员。编写时，根据小学数学教学的要求，考虑了内容的深度和广度，考虑了具有初中文化水平教师业余自学的特点和需要。这些文章曾在《湖北教育》上发表过，现在又根据读者意见进行了修改和补充，供大家自学时用，我想是不无裨益的。

我们希望全省小学教师，在教育的春天里，掀起一个学习高潮，积极自学，互帮互助，争取在两三年或三四年内，通过各种途径进修，不仅人人过教材关，而且绝大多数教师达到中师或相当中师毕业水平。这样，我省小学教育质量一定会有较大的提高，普及小学教育就有比较可靠的基础了。

# 做一个合格的小学数学教师

章 康 舒 文

小学数学教学是打基础的工作。初看起来，小学数学是很简单的；认真研究起来，它的内容却十分丰富。要做一个合格的小学数学教师，并非易事，得不断学习，不断提高，逐步达到如中央所要求的，有比较渊博的知识，懂得教育规律，能为人师表。

一个合格的小学数学教师，最基本的条件之一，就是能正确而深刻地理解和掌握教材中有关数量关系和空间形式的基础知识。

什么是基础知识？小学数学中的定义、性质、法则、公式等都是基础知识。它们都是用特定的数学语言，十分简练而准确地表述出来的。要教好，教师自己就必须正确理解，牢固掌握。有的概念，仅一、二个字不同，意思就有很大的区别，稍不注意，就会出纰漏，对学生发生有害影响。例如，有人把“最简分数”说成是“分子、分母没有公约数的分数”，这是不确切的。因为“1”总是分子、分母的公约数，怎么会有“分子、分母没有公约数的分数”呢？又如，“整除”与“除尽”是两个互相联系而又有区别的概念，也常常有人发生混淆，这就是他对“整除”是对整数而言，而“除尽”则不限于整数范围没有完全弄清楚缘故。

怎样才能正确理解基础知识呢？应该注意如下三个方面：

首先，对于基础知识要掌握它的来龙去脉，不仅知其然，还能知其所以然。我们知道，课本是供师生共同使用

的。限于学生的知识水平和理解能力，大多数内容不可能讲得很严格，很深入，往往要借助于直觉与直观。但是这决不意味着教师只要掌握课本上直接写出来的东西就行了。相反地，教师所理解的必须比课本范围内的东西更完整、更深入。只有做到这一点，教学时才有可能得心应手，运用自如。例如，自然数有基数、序数两套理论系统，它与小学数学教学有什么关系？原来，人们数数就是以每个自然数都有唯一的后继数这个性质为依据的，而教20以内数的组成也是运用自然数的基数性质（任何数的组成都是如此）。教师对这些性质明确了，教起来才能深入浅出，生动活泼。又如，为什么规定零不能作除数？原来是数的运算要保证存在性与唯一性的要求，用零作除数不能满足这种要求。教师对此有深刻的理解，虽然教学时不一定直接告诉学生，举例时的目的性就比较明确了。

其次，必须掌握知识间的相互联系，抓住核心，融汇贯通。学习的过程是一个逐渐积累的过程，在初步认识了知识的各方面以后，就应该加以回顾、比较、小结，摸清知识的脉络，以便抓住核心，纵观全局。例如，解答应用题是小学数学中的重要内容之一，开始只学习算术解法，后来学到用方程解。两种解法间有什么联系呢？其实，不论哪一种解法，最重要是弄清已知的、未知的各数量关系之间的相互联系，不同的是代数解法（用方程解）使未知量与已知量都处于同等地位，思路比较简明；而算术解法往往要对不同的问题按不同的方法处理，特别是较复杂的应用题，思路迂回曲折。但是，只要能列出简易方程解的应用题，就一定可以用算术方法解。教师明确了两种解法的异同，抓住了解法的核心，处理教材时就不至于就题论题，心中无数了。又如，求

下图阴影部分的面积，从观察入手，可以得到三种解法：

$$(1) \quad a^2 - \left[ a^2 - \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \times 2;$$

$$(2) \quad \left[ \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \times 8;$$

$$(3) \quad 2 \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 - a^2.$$

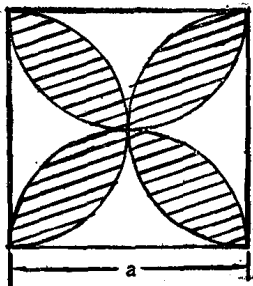
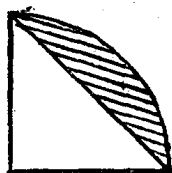


图 1

第一种解法是用正方形的面积减去非阴影部分的面积，其中方括号内的恰好是非阴影部分中两块的面积。

第二种解法是先求图形中阴影部分(弓形)的面积，它等于圆面积的  $\frac{1}{4}$  减去等腰直角三角形的面积，8个弓形合起来就是原图中阴影部分的面积。



第三种解法是把原图看作是4个部分重合的半圆，重合的部分就是阴影部分。由4个半圆的面积减去一个正方形的面积恰好是重合部分(即阴影部分)的面积。

如果进一步探求三种解法的联系，可以将(1)(2)两式变形，得到：

$$(1) \quad a^2 - \left[ a^2 - \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \times 2$$

$$= a^2 - 2a^2 + 2\pi \left( \frac{a}{2} \right)^2$$

$$= 2\pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 - a^2$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left\{ \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right\} \times 8 \\
 &= 2\pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 - 4 \left( \frac{a}{2} \right)^2 \\
 &= 2\pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 - a^2
 \end{aligned}$$

可见，第一种，第二种解答都可以化成第三种解答。认识到三种解法的统一性，教学的路子就比较宽了。

再次，必须熟悉和掌握知识的发展。为了便于学生接受，课本上有些内容采取了几次循环，逐步加深的办法，也有的在小学只是初步接触，留下印象，为中学的继续学习作准备。教师必须明确循环中各阶段的作用与重点，熟知后继内容是如何讲述的。这样，教学时才能掌握好尺度，提出合适的要求。例如，运算律几乎在开始讲整数运算时就已经有了，不过没有出现名词，后来出现运算律的名词，又常常和简便运算在一起，以致有人误以为学习运算律就是为了简便运算。其实这仅是一个较次要的方面，更重要的是离开运算律，就连最简单的运算也几乎无法进行。在抽象代数中，运算律是一个重要的研究方面，可以说脱离运算律的运算是不存在的。又如，小学数学中的几何知识都是初步的、直观的，大多是看看、比比、画画，以形成图形的简单印象。到中学阶段再强调逻辑推理与论证，比较严格。虽然不应该把中学阶段的逻辑要求完全搬到小学里来，但小学阶段所教的应与以后中学阶段所讲的发生矛盾。象用拼图的方法讲三角形的内角和时，就要为以后证明这性质作准备。

一个合格的小学数学教师，还要具备一定的业务能力。由于教师不仅要自己掌握知识，还要引导学生获得知识，因

此教比学的要求更高。小学生年龄小，知识面比较窄，教师的主导作用就显得更为重要。

提高业务能力，也可以从三方面去努力：

第一，努力做到居高临下，深入浅出。教师有“一桶水”，才能给学生“一杯水”。还有一个如何提高自己“一桶水”的利用率的问题。我们有时遇到这样的人：他学的并不坏，也能够解题，就是讲不好，教学效果差。人们形容这种人是“茶壶里装饺子——有货倒不出来。原因是这种人 对 教学方法研究不够，不能用自己学得的知识指导教学。知识是划分阶段的，教师既要了解较高阶段的东西，又要能用以驾驭所教的内容。例如，小学数学在各个年级都注意适当渗透集合、函数、统计等现代数学思想，以加深对基本内容的理解，并扩大学生的知识面，为进一步学习数学和现代科学技术打基础。因此，一个小学数学教师，不仅自己要注意掌握这方面的知识，还要根据学生的具体情况，引导学生通过直观逐步积累感性材料，为以后的学习作准备。象认数的过程中可以蕴含集合的思想，用杯子和盖子配套渗透——对应思想等。当然这并不意味着要把一些较抽象、较深的内容无选择地塞给学生。

第二，注意探索规律，做到举一反三，以便灵活处理教材内容。教学是一个复杂的双边活动过程，有一般的原则应该遵循，但并无固定的模式可以照搬硬套。只有根据时间、地点、对象等具体条件，把书教活，才有利于开发儿童的智力，培养学生的能力。例如，“1、2、3、4、5五个数分别填在右图的各空格里，使横行、竖行的三个数的和都是8”。这五个数既小又少，凑一个答案并不难。但教师不应该满足于凑答案，而应该探索

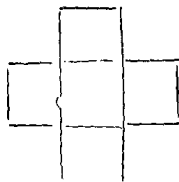


图 2

其解答规律。先考虑这五个数的和是15，横行、竖行的和都是8， $8 + 8 = 16$ ，16比15大1，说明1要用两次。因此1要填在中间空格里，再填周围的数就容易了。进一步推广：

“使横行、竖行三数的和都是9，都是10”等等。还可以再考虑用这五个数填图，横行、竖行三数的和最小都是多少？最大都是多少？这样做了之后，这一类的填图题就都可以解决了。又如，“同学们搞野营活动，一个同学向负责后勤的老师领碗。1人一个饭碗，2人一个菜碗，3人一个汤碗，一共领了55个碗。算一算参加野营活动的有多少人？”解答的方法有：

用分数知识解： $55 \div (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ ；

用整数知识解：2和3的最小公倍数是6，6个人算一个组， $55 \div (6 \div 2 + 6 \div 3) \times 6$ ；

用方程解：设人数为X， $X + \frac{X}{2} + \frac{X}{3} = 55$ 。

不同的解法用到不同的知识，教师能从不同的角度去考虑同一问题的不同解法，教起来就可以得心应手，有的放矢了。

第三，要根据教学目的，恰当而灵活地设计多种练习。学生所学的知识，需要用各种形式的练习去巩固。特别是一些比较抽象的概念，一些容易混淆的知识，更应该在练习中让学生自己去分辨、去理解、去掌握。例如，质数的概念，在分数四则计算中应用很广泛，这就要精心设计练习，帮助学生巩固和运用这一概念。

1. 划去1—50各数中的合数，看看50以内的质数

有哪几个？（目的是区别质数与合数）

2. 熟记20以内的8个质数。

3. 49是质数吗？47呢？57呢？（区分容易混淆的质数与合数）

4. 任意写出100以内的一组数，再指出哪几个是质数。（学会判断质数与合数）

5. 把8、9、12、15、……分别写成两个质数的和。

6. 你能用几种形式把100写成两个质数的和？

7. 写出两个质数，使它们的差为1；使它们的差为奇数。

8. 两个质数的乘积是质数还是合数？为什么？两个质数的和呢？

一个合格的小学数学教师，所应具备的条件是多方面的。以上仅就丰富基础知识、提高业务能力谈了谈我们的粗浅看法。每个人只要在党的教育方针指引下，根据自己的实际，有的放矢地、坚持不懈地进行学习，并把学习与工作结合起来，就一定可以不断提高教学水平，在为四化建设培育英才的工作中作出自己的贡献。

# 从自然数到有理数

柯 尊 信

数是大家经常使用的概念。但是，作为一个数学教师，还应该对它了解得更多一些。如果我们知道从自然数到有理数是怎样产生和逐步扩展起来的，知道各种数的意义以及它们之间有些什么联系等有关知识，对掌握教材，指导教学都会有好处。这里就这些问题作一些介绍。

最先出现的“数”是自然数。在人类最初的采集和渔猎劳动中，就逐渐形成了“有、无、多、少”的概念，这是认识数的开始，经过不断的抽象和提炼，人们逐渐认识到用彼此等价（在“有、无、多、少”意义上的等价。下同）的集合中的一个大家最熟悉，最方便的集合作为代表，来表示这类集合的物体的个数。例如，看到两只鹿，就用两只眼睛来表示，看到五匹马就用五个手指来表示。这时数还紧紧地和实物联系在一起，没有把数与具体物体的集合分离开来，随着生产的发展，人们才渐渐把数从具体物体的集合中抽象出来，并创造了数字符号来表示这些抽象出来的数，自然数也就产生了。

由此我们知道，用来表示物体个数的一、二、三……其中每一个都叫做自然数。每一个自然数实际是一类等价的非空有限集合的标记。它表示非空有限集合中元素的个数。

“1”是自然数的单位，其余的自然数都是由“1”组成的。用逐次添“1”的办法把所有的自然数排列起来，就得到“1、2、3、4……”，象这样按照一定的顺序排列

着的一列自然数，就叫做“自然数列”。

自然数列有以下性质：

1. 有始。自然数列有最前面的数，即“1”，它是自然数中最小的数；

2. 有序。在自然数列里，每一个自然数后面都有一个而且只有一个后继数，并且除“1”以外，每一个自然数都有一个而且只有一个先行的数。

3. 无穷。自然数列里不存在最后的自然数，即不存在最大的自然数。

有了自然数列，我们可以非常方便地计数了。例如要知道教室里的学生数，就可以一个一个地指着学生，同时依次念出自然数列中的自然数，使它和指着的学生一一对应，如果最后一个学生和自然数48对应，那么，教室里就共有48个学生。这种数出物体个数的过程就是“计数”。很明显，教室里有多少学生，无论从哪一个学生开始，也无论一排一排地或一列一列地数，只要既不重复，也不遗漏，最后的结果总是相同的。

自然数既可以表示事物的多少，也可以表示事物的顺序。用来表示集合中元素个数多少的数叫做“基数”；用来表示集合中元素次序的数叫做序数。

学生学习数学就是从熟悉自然数列开始的。我们在教10以内数的认识和加减法时，了解上述知识，就可以使我们加深对教材的理解，从而有目的地引导学生学好课本安排的内容。学生熟悉自然数列，也应有一个从具体到抽象的过程，因此要加强直观教学，给学生提供不同的计数实物，让学生从计数的基础上抽象出数字来，培养学生撇开各种实物的其它一切特性，而仅仅只顾及数目的能力。继而又通过直观，

使学生理解自然数所表示的基数和序数的意义。而教2——10的组成时，又都从自然数列的有序性开始，在原来的数目上添“1”成为一个新数，如 $2 = 1 + 1$ ， $3 = 2 + 1$ ， $4 = 3 + 1$ ，……， $10 = 9 + 1$ 。这样便于让学生掌握数的拼拆，理解数的顺序以及数与数的关系，为计算打好基础。

自然数仅能表示“有”，而在实践中，常常会遇到一个物体也没有的情况，因而就产生了一个新数——零，用符号“0”表示。因此，零是空集合的标记，它表示集合中没有元素。

“0”作为一个独立的数，不仅可以表示“没有”，对“有”进行否定，而且“具有非常确定的内容”。例如 $0^{\circ}\text{C}$ 不是说“没有温度”，相反，它表示一个确定的温度，不过是“零度”罢了。作为一个数，“0”既不是正数，也不是负数，而是一个唯一的中性数，是一切正数和负数的界限。

“0”不是自然数，它比任何自然数都小，我们把它放在自然数列“1”的前面，就得到一个数列：0、1、2、3……。这个数列叫做“扩大的自然数列”。扩大的自然数列中的每一个数都叫做“整数”，换句话说，“0”和自然数都是整数。

小学数学教材中，“0”是在认识“5”后才出现的。这是因为对学生来讲，“0”作为一个数，理解起来比较抽象，而在学生认识了1——5这些表示“有”的数以后，再对比来认识表示“没有”的“0”，就容易接受了。从人们的认识来看，数的概念也不是一次形成的。“0”的引进，数就从自然数扩展到整数，但在未引进负数前，整数只能理解为“0”和自然数。在帮助学生形成这一概念时，我们要注意的是：决不能让学生将整数理解为只有“0”和自然数。

由于自然数列是无穷的，如果每一个自然数都用一个独立的符号来表示，那是不可能的，也是不必要的。我国古代劳动人民根据长期实践的经验创造了一种“十进”的计数、读数、写数的方法，这就是十进位制。

在十进制记数法中，就是用数字0、1、……9和计数单位个、十、百、千、万结合起来记数。由于相邻两个计数单位间的进率都是十（即满十进一），这种记数方法叫做“十进位制记数法”。

一个数字在记数中所占的位置叫做“数位”。数位依次为个位、十位、百位……。同一个数字随着它在所记数里的位置不同，所表示的数也不同。也就是说，在记数中，表示数的每个数字不但有它本身的数值意义，并且还有它所占位置的意义，即每个数位上的数字表示这个数位上的单位的个数，这就是位值原则，例如“3”，如果记在个位上，就表示三个一；如果记在十位上，就表示三个十；如果记在百位上，就表示三个百，等等。据此，我们可以记出一切自然数。

用一个不是零的数字所表示的数叫做一位数，用两个数字（十位数字不是0）所表示的数叫做两位数，其余依此类推。一般地，用几个数字所表示的数（但最左端的数字不为0）就叫几位数。通常又把两位以上的数统称为多位数。

在一个数里，记在某个数位上的数字，我们有时也把它说成是“某位数字”。例如，记在十位上的数字，我们就说它是“十位数字”。

记数原则是数的读、写和四则计算的基础。课本上虽然在“百以内数的认识”中才开始逐步出现数位概念，但认识10以后，学生就接触到了数位，因此教师从这个时候起，就