普 通 高 校 本 科 计 算 机 专 业 特色 教 材 精 选

现代数字电路与逻辑设计题解及教学参考

高广任　编著

http://www.tup.com.cn

清华大学出版社

普通高校本科计算机专业特色教材精选

现代数字电路与逻辑设计题解及教学参考

高广任　编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本书是与《现代数字电路与逻辑设计》(清华大学出版社出版)一书配合使用的教学参考书。

全书包含两部分内容。第一部分:《现代数字电路与逻辑设计》书中第 1 章~第 8 章的习题解答。第二部分:作为教学补充、参考内容的第 9 章、第 10 章。此两章内容是数字逻辑的重要组成部分,而且是数字逻辑有关自动机理论的高级部分。第 9 章一阶钟控式时序电路补充,依次论述了分频器及其逻辑设计、矩形脉冲信号划分器及其逻辑设计。第 10 章二阶与高阶钟控式时序电路,依次论述了二阶与高阶钟控式存储网络的逻辑设计、开环式移位寄存器及最大状态转移环的求解方法、闭环式非线性左移位寄存器、闭环式线性左移位寄存器、移位寄存器型的串行信号序列发生器、递推式串行信号序列检测器(识别器)和变进制码制计数器及其逻辑设计。

本书可作为高等院校计算机、控制、通信、电子等专业的教学参考用书,亦可作为有关科技人员深入学习数字逻辑的自学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

现代数字电路与逻辑设计题解及教学参考/高广任编著. 一北京:清华大学出版社,2005.11

(普通高校本科计算机专业特色教材精选)

ISBN 7-302-11708-X

Ⅰ.现…　Ⅱ.高…　Ⅲ.数字电路一逻辑设计一高等学校一教学参考资料　Ⅳ.TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 098846 号

出 版 者:清华大学出版社　　**地　址**:北京清华大学学研大厦

http://www.tup.com.cn　　**邮　编**:100084

社 总 机:010-62770175　　**客户服务**:010-62776969

组稿编辑:焦　虹

文稿编辑:王冰飞

印 刷 者:北京鑫丰华彩印有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开　本:185×260　**印张**:17.5　**字数**:406 千字

版　次:2005 年 11 月第 1 版　2005 年 11 月第1 次印刷

书　号:ISBN 7-302-11708-X/TN・273

印　数:1~3000

定　价:23.00 元

出版说明

INTRODUCTION

在我国高等教育逐步实现大众化后，越来越多的高等学校将会面向国民经济发展的第一线，为行业、企业培养各级各类高级应用型专门人才。为此，教育部已经启动了“高等学校教学质量和教学改革工程”，强调要以信息技术为手段，深化教学改革和人才培养模式改革。如何根据社会的实际需要，根据各行各业的具体人才需求，培养具有特色显著的人才，是我们共同面临的重大问题。具体地说，培养具有一定专业特色和特定能力强的计算机专业应用型人才是计算机教育要解决的问题。

为了适应21世纪人才培养的需要，培养具有特色的计算机人才，急需一批适合各种人才培养特点的计算机专业教材。目前，一些高校在计算机专业教学和教材改革方面已经做了大量工作，许多教师在计算机专业教学和科研方面已经积累了许多宝贵经验。将他们的教研成果转化为教材的形式，向全国其他学校推广，对于深化我国高等学校的教学改革是一件十分有意义的事。

清华大学出版社在经过大量调查研究的基础上，决定出版一套“普通高校本科计算机专业特色教材精选”。本套教材是针对当前高等教育改革的新形势，以社会对人才的需求为导向，主要以培养应用型计算机人才为目标，立足课程改革和教材创新，广泛吸纳全国各地的高等院校计算机优秀教师参与编写，从中精选出版确实反映计算机专业教学方向的特色教材，供普通高等院校计算机专业学生使用。

本套教材具有以下特点：

1. 编写目的明确

本套教材是深入研究各地各学校办学特色的基础上，面向普通高校的计算机专业学生编写的。学生通过本套教材，主要学习计算机科学与技术专业的基本理论和基本知识，接受利用计算机解决实际问题的基本训练，培养研究和开发计算机系统，特别是应用系统的基本能力。

2. 理论知识与实践训练相结合

根据计算学科的三个学科形态及其关系，本套教材力求突出学科的理论与实践紧密结合的特征，结合实例讲解理论，使理论来源于实践，又进一步指导实践。学生通过实践深化对理论的理解，更重要的是使学生学会理论方法的实际运用。在编写教材时突出实用性，并做到通俗易懂，易教易学，使学生不仅知其然，知其所以然，还要会其如何然。

3. 注意培养学生的动手能力

每种教材都增加了能力训练部分的内容，学生通过学习和练习，能比较熟练地应用计算机知识解决实际问题。既注重培养学生分析问题的能力，也注重培养学生解决问题的能力，以适应新经济时代对人才的需要，满足就业要求。

4. 注重教材的立体化配套

大多数教材都将陆续配套教师用课件、习题及其解答提示，学生上机实验指导等辅助教学资源，有些教材还提供能用于网上下载的文件，以方便教学。

由于各地区各学校的培养目标、教学要求和办学特色均有所不同，所以对特色教学的理解也不尽一致，我们恳切希望大家在使用教材的过程中，及时地给我们提出批评和改进意见，以便我们做好教材的修订改版工作，使其日趋完善。

我们相信经过大家的共同努力，这套教材一定能成为特色鲜明、质量上乘的优秀教材。同时，我们也希望通过本套教材的编写出版，为“高等学校教学质量和教学改革工程”作出贡献。

清华大学出版社

前言

PREFACE

数字逻辑（数字电路）理论，是计算机科学的一门重要基础学科。它的研究内容非常广泛，主要包括数字电路或系统的分析、设计、操作、故障检测与排除及计算机模拟等问题。

数字逻辑与其他较老的学科，如数学、物理等比较，是年轻的，其发展史不长。整个数字逻辑理论的发展，也是遵循理论与实践相结合的模式进行的。

1847年英国的数学家乔治·布尔（George Boole）发表了《逻辑的数学分析》著作，提出了用数学分析方法表示命题陈述的逻辑结构。继而在1854年又发表了《思维规律的研究》，成功地将形式逻辑问题归结为一种代数运算，即布尔代数运算。

1938年克劳德·香农（Claude E.Shannon）将布尔代数应用于电话继电器开关电路的设计中，从而建立了数字逻辑的理论基础。

在此期间，很多其他科学家，如狄·摩根（De.Morgan）等人，也对布尔代数的理论建设做了很多贡献。

1946年美国制造了世界第一台电子管计算机，对数字逻辑理论的发展起了巨大的推动作用。

为了解决逻辑设计中逻辑函数的化简问题，1952年前后，维奇（Veitch）和卡诺（Karnaugh）相继提出了维奇图和卡诺图概念。1956年奎恩（Quine）和麦克拉斯基（Mecluskey）又提出了列表法化简逻辑函数问题。但多变量逻辑函数与函数组的化简问题，至今也没有理想地解决。

1954年霍夫曼（Huffman）提出了时序电路的一般组成框图，但受当时条件所限，此组成框图的给出形式，今天看来是原始和肤浅的，因而是不合适的。

1956年前后，米利（Mealy）和莫尔（Moore）对时序电路又进行了分类，提出了米利型时序电路和莫尔型时序电路，并给出了设计方法。

此后，在20世纪50年代后期和60年代初期，许多数字逻辑方面的

专家，在时序电路的设计及检测等有关理论的建设上，均做了大量的工作。20 世纪 50 年代形成的有限自动机理论，近 40 多年来发展也较快，国内也出版了几本有关的专著。

计算机系统主要由硬件系统和软件系统组成，二者缺一不可。在计算机硬件系统的组成中，核心部分就是一个相应的复杂数字电路系统。尽管当前微电子学的发展使数字电路能大规模或超大规模地集成化，但具体电路的设计还必须在数字逻辑有关理论的指导下进行，否则是不可思议的。当前数字逻辑理论的建设和发展，确实落后于计算机的生产与实践，因此应加强对数字逻辑理论的建设，其中也包括对传统数字逻辑中一些概念及理论进行更新和完善化处理。

当前国内外数字逻辑的理论体系，对下述各问题一直没能很好地解决：

（1）双稳态触发器完整的一般组成与结构、完整定量化的静态分析方法、完整的逻辑设计方法。

（2）钟控式时序电路的定义、分类及一般的组成和结构。

（3）钟控式一阶同步与异步时序电路的统一分析方法和统一设计方法。

（4）钟控式二阶同步与异步时序电路的统一分析方法和统一设计方法。

（5）钟控式高阶同步与异步时序电路的统一分析方法和统一设计方法。

（6）常用的钟控式一阶、二阶和高阶时序电路的种类及其用途。

作者历经多年的教学与科研，终于解决了上述各问题，并在《现代数字电路与逻辑设计》（清华大学出版社出版）一书中作了详细的论述，但受篇幅限制，对钟控式一阶时序电路的有关部分内容和钟控式二阶与高阶时序电路的内容没能论述。

本书包含两部分内容。

第一部分：《现代数字电路与逻辑设计》一书中第 1 章～第 8 章的习题解答。

《现代数字电路与逻辑设计》一书中的习题，共有 42＋15＋15＋18＋28＋11＋47＋11＝187 题，其中有少数习题未给出解答，这是由于这些习题在教材正文中容易找到其答案，或者与其同类的习题已给出解答。

第二部分：作为教学参考内容的第 9 章、第 10 章。此两章是数字逻辑的重要组成内容，而且是数字逻辑有关自动机理论的高级部分。

第 9 章一阶钟控式时序电路补充，依次论述了分频器及其逻辑设计、矩形脉冲信号划分器及其逻辑设计。

第 10 章二阶与高阶钟控式时序电路，依次论述了二阶与高阶钟控式存储网络的逻辑设计、开环式移位寄存器及最大状态转移环的求解方法、闭环式非线性左移位寄存器、闭环式线性左移位寄存器、移位寄存器型的串行信号序列发生器、递推式串行信号序列检测器（识别器）和变进制码制计数器及其逻辑设计。

限于学识水平，书中可能存在各种不足和谬误，敬请读者批评和指正。

作　者

2005 年 8 月

目录

CONTENTS

第 1 章 逻辑代数

CHAPTER

1. 已知 $y=f(x_3,x_2,x_1)=x_3x_2\overline{x_1}+x_3\overline{x_2}+x_2x_1$，求 $f(1,0,1)$ 和 $f(1,1,1)$ 的值。

解：

$y=f(1,0,1)=1\cdot 0\cdot \overline{1}+1\cdot \overline{0}+0\cdot 1=0+1+0=1$

$y=f(1,1,1)=1\cdot 1\cdot \overline{1}+1\cdot \overline{1}+1\cdot 1=0+0+1=1$

2. 给出下述各逻辑函数的真值表。

① $y=\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1$

② $y=\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1}$

解：

① $y=\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1$ 的真值表如下：

编号	x_2	x_1	$\overline{x_2}$	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}\,\overline{x_1}$	x_2x_1	$y=\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1$
0	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0	1	1

② $y=\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1}$ 的真值表如下：

编号	x_2	x_1	$\overline{x_2}$	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}\,\overline{x_1}$	x_2x_1	$y=\overline{\overline{x_2}\,\overline{x_1}+x_2x_1}$
0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1
2	1	0	0	1	0	0	1
3	1	1	0	0	0	1	0

3. 用真值表法证明下述各等式。

① $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$

② $\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$

③ $\overline{A\,\overline{B}+\overline{A}\,B}=AB+\overline{A}\,\overline{B}$

④ $A+\overline{A}B=A+B$

解：从略。

4. 利用真值表法，求解下述各逻辑方程。

① $\overline{x}_2 x_1+x_2\overline{x}_1=1$

② $x_3(\overline{x}_2+x_1)+\overline{x}_3 x_2 x_1=1$

③ $x_2+x_1=x_2 x_1$

解：

① 函数 $y=\overline{x}_2 x_1+x_2\overline{x}_1$ 的真值表如下：

编号	x_2	x_1	$y=\overline{x}_2 x_1+x_2\overline{x}_1$	方程解 $x_2\ x_1$ 的值
0	0	0	0	
1	0	1	1	0　1
2	1	0	1	1　0
3	1	1	0	

即该方程的解为 $x_2x_1=01,10$。

② 函数 $y=x_3(\overline{x}_2+x_1)+\overline{x}_3 x_2 x_1$ 的真值表如下：

编号	x_3 x_2 x_1	$\overline{x}_3$	$\overline{x}_2$	$x_3\overline{x}_2$	x_3x_1	$\overline{x}_3x_2x_1$	y	方程解 $x_3x_2x_1$ 的值
0	0 0 0	1	1	0	0	0	0	
1	0 0 1	1	1	0	0	0	0	
2	0 1 0	1	0	0	0	0	0	
3	0 1 1	1	0	0	0	1	1	0 1 1
4	1 0 0	0	1	1	0	0	1	1 0 0
5	1 0 1	0	1	1	1	0	1	1 0 1
6	1 1 0	0	0	0	0	0	0	
7	1 1 1	0	0	0	1	0	1	1 1 1

即该方程的解为 $x_3x_2x_1=011,100,101,111$。

③ 函数 $y_1=x_2+x_1$ 和 $y_2=x_2x_1$ 的真值表如下：

编号	x_2	x_1	$y_1=x_2+x_1$	$y_2=x_2x_1$	方程解 $x_2\ x_1$ 的值
0	0	0	0	0	0　0
1	0	1	1	0	
2	1	0	1	0	
3	1	1	1	1	1　1

即该方程的解为 $x_2x_1=00,11$。

5. 分别说明下述真值表的物理含义。

① 真值表 1：

编号	x_2	x_1	$y=f(x_2,x_1)$
0	0	0	$f(0,0)$
1	0	1	$f(0,1)$
2	1	0	$f(1,0)$
3	1	1	$f(1,1)$

② 真值表 2：

编号	x_2	x_1	$y=f(x_2,x_1,A_2,A_1)$
0	0	0	$f(0,0,A_2,A_1)$
1	0	1	$f(0,1,A_2,A_1)$
2	1	0	$f(1,0,A_2,A_1)$
3	1	1	$f(1,1,A_2,A_1)$

解：

① 真值表 1：

通过控制量 x_2、x_1 的取值，从 4 路常量数据中选择一路数据。

② 真值表 2：

通过控制量 x_2、x_1 的取值，从 4 路函数中选择一路函数。

6. 根据定义，分别求下述各函数的对偶函数和反演函数。

① $y=\overline{A\cdot B}$

② $y=\overline{A+B}$

③ $y=\overline{A\cdot B+B\cdot\overline{C}}$

④ $y=\overline{A}\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}$

解：

① 对偶函数：$y^*=\overline{A+B}$

反演函数：$y_{反}=\overline{\overline{A}+\overline{B}}=A\cdot B$

② 对偶函数：$y^*=\overline{A\cdot B}$

反演函数：$y_{反}=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}=A+B$

③ 对偶函数：$y^*=\overline{(A+B)(B+\overline{C})}=\overline{B+A\cdot\overline{C}}$

反演函数：$y_{反}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{B}+C)=\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(\overline{B}+C)}=A\cdot B+B\cdot\overline{C}$

④ 对偶函数：$y^*=(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})$

反演函数：$y_{反}=(A+\overline{B}+\overline{C})(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

$$=\overline{\overline{A}\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}}$$

7. 应用代数法，分别证明下述各等式。

① $A\cdot B+B\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot C+\overline{B}\cdot C=A\cdot B+C$

② $A\cdot B\cdot(C+D)+D+\overline{D}(A+B)(\overline{B}+\overline{C})=A+B\cdot\overline{C}+D$

③ $A\cdot B\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}=\overline{A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}}$

④ $A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot C=A+B+C$

⑤ $(A+\overline{B})\cdot(B+\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)=A\cdot B\cdot C$

解：

① 左端$=A\cdot B+B\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot C+\overline{B}\cdot C=A\cdot B+C(B\cdot D+\overline{A}+\overline{B})$

$=A\cdot B+C(D+\overline{A}+\overline{B})=A\cdot B+C\cdot D+C\cdot\overline{A\cdot B}=A\cdot B+C\cdot D+C$

$=A\cdot B+C(D+1)=A\cdot B+C$

② 左端$=A\cdot B\cdot(C+D)+D+\overline{D}(A+B)(\overline{B}+\overline{C})=A\cdot B\cdot(C+D)+D+(A+B)(\overline{B}+\overline{C})$

$=A\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot D+D+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}$

$=A\cdot B\cdot C+D+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}$

$=A\cdot B\cdot C+D+A\cdot\overline{B\cdot C}+B\cdot\overline{C}=A+B\cdot\overline{C}+D$

③ 右端$=\overline{A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}}=\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{B\cdot\overline{C}}\cdot\overline{C\cdot\overline{D}}\cdot\overline{D\cdot\overline{A}}$

$=(\overline{A}+B)(\overline{B}+C)(\overline{C}+D)(\overline{D}+A)$

$=(\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C)(\overline{C}\cdot\overline{D}+A\cdot\overline{C}+A\cdot D)=A\cdot B\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

④ 左端$=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot C = A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C(\overline{A}+A\cdot B)$

$=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C(\overline{A}+B)$

$=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+C\cdot B=A\cdot\overline{B}+B+C\cdot\overline{A}=A+B+C\cdot\overline{A}=A+B+C$

⑤ 左端$=(A+\overline{B})\cdot(B+\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)$

$=(A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)$

$=(A\cdot B+\overline{B}\cdot\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)=(A\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})\cdot(A+B+C)$

$=A\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot C=A\cdot B\cdot C$

8. 试用与或型分解规则推导下列等式，并说明三元逻辑函数共有多少种。

$$f(A,B,C)=f(0,0,0)\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+f(0,0,1)\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+f(0,1,0)\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+f(0,1,1)\overline{A}\cdot B\cdot C+f(1,0,0)A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+f(1,0,1)A\cdot\overline{B}\cdot C+f(1,1,0)A\cdot B\cdot\overline{C}+f(1,1,1)A\cdot B\cdot C$$

解：

① 推导相应等式：

$f(A,B,C)=A\cdot f(1,B,C)+\overline{A}\cdot f(0,B,C)$

$=A\cdot\{B\cdot f(1,1,C)+\overline{B}\cdot f(1,0,C)\}+\overline{A}\{B\cdot f(0,1,C)+\overline{B}\cdot f(0,0,C)\}$

$=A\cdot\{B\cdot(C\cdot f(1,1,1)+\overline{C}\cdot f(1,1,0))+\overline{B}\cdot(C\cdot f(1,0,1)+\overline{C}\cdot f(1,0,0))\}+$
$\overline{A}\cdot\{B\cdot(C\cdot f(0,1,1)+\overline{C}\cdot f(0,1,0))+\overline{B}\cdot(C\cdot f(0,0,1)+\overline{C}\cdot f\cdot(0,0,0))\}$

$=A\cdot B\cdot C\cdot f(1,1,1)+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot f(1,1,0)+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot f(1,0,1)$
$+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot f(1,0,0)+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot f(0,1,1)+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot f(0,1,0)$
$+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot f(0,0,1)+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot f(0,0,0)$

② 三元逻辑函数的具体表达式与系数 $f(1,1,1)\sim f(0,0,0)$ 的取值是一一对应的，因为此 8 个系数的取值方案共有 2^8 种，所以三元逻辑函数共有 $2^8=256$ 种。

9. 应用或与型分解规则证明下述等式：

$$f(A,B)=(f(0,0)+A+B)\cdot(f(0,1)+A+\overline{B})\cdot(f(1,0)+\overline{A}+B)\cdot(f(1,1)+\overline{A}+\overline{B})$$

解：

$$\begin{aligned}f(A,B)&=(A+f(0,B))\cdot(\overline{A}+f(0,B))\\&=(A+(B+f(0,0))\cdot(\overline{B}+f(0,1)))\cdot(\overline{A}+(B+f(0,0))\cdot(\overline{B}+f(0,1)))\\&=(f(0,0)+A+B)\cdot(f(0,1)+A+\overline{B})\cdot(f(1,0)+\overline{A}+B)\cdot(f(1,1)\\&\quad+\overline{A}+\overline{B})\end{aligned}$$

10. 根据定义和反演规则分别求下述各函数的反演函数，并进行对照。

① $y=\overline{A\cdot(B+\overline{C})+B\cdot\overline{A\cdot C}}$

② $y=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot C$

解：

① 根据定义求解：

$$\begin{aligned}y_{反}&=\overline{(\overline{A}+\overline{B}\cdot C)\cdot(\overline{B}+\overline{\overline{A}+\overline{C}})}=\overline{(\overline{A}+\overline{B}\cdot C)}+\overline{(\overline{B}+A\cdot C)}=A\cdot\overline{\overline{B}\cdot C}+B\cdot\overline{A\cdot C}\\&=A\cdot(B+\overline{C})+B\cdot(\overline{A}+\overline{C})=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B+B\cdot\overline{C}=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\\&=B+A\cdot\overline{C}\end{aligned}$$

利用反演规则求解：

$$\begin{aligned}\overline{y}&=A\cdot(B+\overline{C})+B\cdot\overline{A\cdot C}=A\cdot(B+\overline{C})+B\cdot(\overline{A}+\overline{C})=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B+B\cdot\overline{C}\\&=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B=B+A\cdot\overline{C}\end{aligned}$$

即同时证得 $y_{反}=\overline{y}$

② 从略。

11. 根据定义和对偶函数的计算式分别求下述各函数的对偶函数，并进行对照。

① $y=A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B$

② $y=(A+\overline{B})\cdot(B+\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)$

解：

① 从略。

② 根据定义求解：

$$\begin{aligned}y^{*}&=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot C=A\cdot(\overline{B}+B\cdot C)+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}\\&=A\cdot\overline{B}+A\cdot C+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}\\&=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C=A\cdot\overline{B}+B+C=A+B+C\end{aligned}$$

利用计算式求解：

$$\begin{aligned}y^{*}&=\overline{(A+\overline{B})\cdot(B+\overline{C})\cdot(C+\overline{A})\cdot(A+B+C)}\,|A\rightarrow\overline{A},B\rightarrow\overline{B},C\rightarrow\overline{C}\\&=\overline{(\overline{A}+B)\cdot(\overline{B}+C)\cdot(\overline{C}+A)\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}\\&=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{A}+A\cdot B\cdot C=A+B+C\end{aligned}$$

12. 已知 $y=(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$：

① 应用二次反演法，求函数 y 的与非与非标准表达式。

② 应用二次对偶法，求函数 y 的与非与非标准表达式。

解：

① $\overline{y}=\overline{(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})}=\overline{A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C}$

$=\overline{A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C}=\overline{A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C}$

$=\overline{A\cdot B+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C}=\overline{A\cdot B}\cdot\overline{\overline{B}\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot C}$

$y=\overline{\overline{y}}=\overline{\overline{A\cdot B}\cdot\overline{\overline{B}\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot C}}$（第 1 种与非与非标准表达式）

② $y^{*}=\overline{(\overline{A}+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)}=\overline{A\cdot B+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C}$

$=\overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(B+C)}+\overline{(A+\overline{C})}}$

$y=(y^{*})^{*}=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{B\cdot C}\cdot\overline{A\cdot\overline{C}}}$（第 2 种与非与非标准表达式）

13. 已知 $y=A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$。

① 应用二次反演法，求函数 y 的或非或非标准表达式。

② 应用二次对偶法，求函数 y 的或非或非标准表达式。

解：

① $\overline{y}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}}=\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}}=(\overline{A}+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot$
$\overline{C}+\overline{A}\cdot C=A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C=A\cdot B+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C$

$=\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(B+C)}+\overline{(A+\overline{C})}$

$y=\overline{\overline{y}}=\overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(B+C)}+\overline{(A+\overline{C})}}$ （第 1 种或非或非标准表达式）

② $y^{*}=\overline{\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C}=\overline{\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C}=(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})$

$=\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(B+C)}+\overline{(A+\overline{C})}$

$y=(y^{*})^{*}=\overline{\overline{(A+B)}+\overline{(\overline{B}+\overline{C})}+\overline{(\overline{A}+C)}}$ （第 2 种或非或非标准表达式）

14. 已知 $y=\overline{\overline{A\cdot B}\cdot(A+C\cdot D)}+\overline{B}\cdot\overline{D}$，求其反演函数 $\overline{y}$ 和对偶函数 y^{*} 的与或表达式。

解：

① 求其反演函数 y 的与或表达式：

$$\overline{y}=\overline{\overline{\overline{A\cdot B}\cdot(A+C\cdot D)}+\overline{B}\cdot\overline{D}}=\overline{A\cdot B}\cdot(A+C\cdot D)\cdot(B+D)$$
$$=\overline{A\cdot B}\cdot(A\cdot B+B\cdot C\cdot D+A\cdot D+C\cdot D)$$
$$=\overline{A\cdot B}\cdot(C\cdot D+A\cdot D)=(\overline{A}+\overline{B})\cdot(C\cdot D+A\cdot D)$$
$$=\overline{A}\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot D+\overline{B}\cdot C\cdot D$$
$$=\overline{A}\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot D$$

② 求其对偶函数 y^{*} 的与或表达式：

$$y^{*}=A\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{D}$$

15. 利用代数法，分别将下述各函数化为最简与或式和最简与非与非式。

① $y=A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot C+A\cdot C\cdot D$

② $y=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+B\cdot\overline{C}\cdot E+\overline{C}\cdot D\cdot E$

③ $y=A\cdot D+B\cdot C\cdot\overline{D}+(\overline{A}+\overline{B})\cdot C$

④ $y=A\cdot(B+\overline{C})+\overline{A}\cdot(\overline{B}+C)+\overline{\overline{B}\cdot C+B\cdot\overline{C}\cdot D}$

⑤ $y=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}+C\cdot\overline{A}+A\cdot\overline{C}$

解：

① $y=A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+B\cdot C+A\cdot C\cdot D=A\cdot\overline{B}+B\cdot C+A\cdot\overline{C}+A\cdot C+A\cdot C\cdot D$

$$=A\cdot\overline{B}+B\cdot C+A+A\cdot C\cdot D=A+B\cdot C$$

$$y=\overline{\overline{A+B\cdot C}}=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B\cdot C}}$$

② $y=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+B\cdot\overline{C}\cdot E+\overline{C}\cdot D\cdot E$

$=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E(B+D)$

$=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E(\overline{\overline{B}\cdot\overline{D}})$

$=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{C}\cdot(\overline{B}\cdot\overline{D}+E(\overline{\overline{B}\cdot\overline{D}}))=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{C}\cdot(\overline{B}\cdot\overline{D}+E)$

$=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot C+\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot C+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E$

$=A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E$

$$y=\overline{\overline{A\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot E}}=\overline{\overline{A\cdot C}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{\overline{B}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{\overline{C}\cdot E}}$$

③ $y=A\cdot D+B\cdot C\cdot\overline{D}+(\overline{A}+\overline{B})\cdot C=A\cdot D+B\cdot C\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C+\overline{A\cdot B}\cdot C$

$=A\cdot D+B\cdot C\cdot\overline{D}+C=A\cdot D+C$

$$y=\overline{\overline{A\cdot D+C}}=\overline{\overline{A\cdot D}\cdot\overline{C}}$$

④ $y=A\cdot(B+\overline{C})+\overline{A}\cdot(\overline{B}+C)+\overline{\overline{B}\cdot C+B\cdot\overline{C}\cdot D}$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot C+(B+\overline{C})(\overline{B}+C+\overline{D})$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C+B\cdot\overline{D}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C+B\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot C+B\cdot C+\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=A\cdot B+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+B\cdot C+\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+B\cdot C+\overline{C}\cdot\overline{D}$

$$y=\overline{\overline{A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+B\cdot C+\overline{C}\cdot\overline{D}}}=\overline{\overline{A\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{B\cdot C}\cdot\overline{\overline{C}\cdot\overline{D}}}$$

⑤ $y=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}+C\cdot\overline{A}+A\cdot\overline{C}=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot$
$\overline{A}+C\cdot\overline{A}=A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}$

$$y=\overline{\overline{A\cdot\overline{B}+B\cdot\overline{C}+C\cdot\overline{D}+D\cdot\overline{A}}}=\overline{\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{B\cdot\overline{C}}\cdot\overline{C\cdot\overline{D}}\cdot\overline{D\cdot\overline{A}}}$$

注意：要判定本题中各题的求解结果（最简与或式）是否正确，可采用卡诺图化简法进行验证。

16. 已知逻辑函数 $y=\overline{(A+B)\cdot C\cdot D+A\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot(C+D)}$，

① 求 y 函数的最简与或式、最简与非与非式、最简与或非式。

② 求 y 函数的最简或与式、最简或非或非式、最简或与非式。

解：

① $y=\overline{(A+B)\cdot C\cdot D+A\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot(C+D)}$

$=\overline{A\cdot C\cdot D+B\cdot C\cdot D+A\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot D}$

$=\overline{A\cdot C\cdot D}\cdot\overline{B\cdot C\cdot D}\cdot\overline{A\cdot B\cdot C}\cdot\overline{A\cdot B\cdot D}$

$=(\overline{A}+\overline{C\cdot D})\cdot(\overline{B}+\overline{C\cdot D})\cdot(\overline{A\cdot B}+\overline{C})\cdot(\overline{A\cdot B}+\overline{D})$

$=(\overline{C\cdot D}+\overline{A}\cdot\overline{B})\cdot(\overline{A\cdot B}+\overline{C}\cdot\overline{D})=(\overline{C}+\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}\cdot\overline{D})$

$=\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot\overline{D}$　（y 的最简与或式）

$$y=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot\overline{D}+\overline{C}\cdot\overline{D}}}=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{\overline{B}\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{B}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{\overline{C}\cdot\overline{D}}}$$