面向21世纪高校教材

高等数学 上册

Advanced Mathematics

施庆生 郭金吉 陈晓龙 • 主编

苏州大学出版社

面向 21 世纪高校教材

高等数学

上 册

施庆生　郭金吉　陈晓龙　主编

苏 州 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 上册/施庆生,郭金吉,陈晓龙主编.
苏州:苏州大学出版社,2005.8
面向21世纪高校教材
ISBN 7-81090-512-0

Ⅰ. 高… Ⅱ. ①施…②郭…③陈… Ⅲ. 高等数学—高等学校—教材 Ⅳ. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第068222号

内容提要

本书是根据《高等学校工科本科高等数学课程教学基本要求》编写的高等学校教材,内容包括一元函数微积分、多元函数微积分、常微分方程、空间解析几何和无穷级数。本书选材力求少而精,注重微积分的思想及其实际背景的介绍,注意与目前中学课程标准的衔接,在每一章的结尾附有小结和复习练习题,以帮助读者进一步掌握和巩固所学知识。为使读者尽早接触数学软件并了解其应用,本书附录还介绍了Mathematica数学软件的基本知识及其简单应用。

本书可作为高等学校工科、理科(非数学专业)各专业学生学习高等数学课程的教材,也可供自学者阅读和参考。

高等数学(上册)

施庆生 郭金吉 陈晓龙 主编

责任编辑 谢金海

苏州大学出版社出版发行
(地址:苏州市干将东路200号 邮编:215021)
宜兴文化印刷厂印装
(地址:宜兴市南漕镇 邮编:214217)

开本787mm×960mm 1/16 印张40.25(共两册) 字数719千
2005年8月第1版 2005年8月第1次印刷
ISBN 7-81090-512-0/O·25(课) 定价:59.50元
(共两册)

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换
苏州大学出版社营销部 电话:0512-67258835

前　　言

本书内容包括一元函数微积分、多元函数微积分、常微分方程、空间解析几何和无穷级数，可作为高等院校工科、理科（非数学专业）各专业的高等数学教材。

高等数学是相关专业的学生进行专业学习和研究必不可少的数学工具。为使读者在今后的工作中更新数学知识，为学习现代数学方法奠定良好的基础，本书选材力求少而精，注意与目前中学课程标准的衔接，注重微积分的思想及其实际背景的介绍，渗透现代数学思想，加强应用能力的培养。在一元函数微积分部分对不定积分和定积分进行了统一处理，使得内容精练简捷；在多元函数微积分部分注意利用向量知识来表述分析中的有关内容，这样的处理方法符合现代数学的发展趋势，有利于培养学生综合应用数学知识的能力。为使读者尽早接触数学软件并了解其应用，尝试数学理论与计算机应用的有机结合，在附录中介绍了 Mathematica 软件的基本知识及其简单应用。

本书分上、下两册。上册包含一元函数微积分与常微分方程，下册包含空间解析几何、多元函数微积分和无穷级数。部分带 * 号的内容供选学。习题题型全面，有层次，在每一章的结尾有小结和复习练习题，以帮助读者进一步复习巩固所学知识。在书末给出了习题的答案，以便于教师和学生参考。

本书上册由郭金吉（第一、二章）、许志成（第三、六章）、周晓跃（第四章）和朱耀亮（第四、五章）编写；下册由陈晓龙（第七、八章）、施庆生（第九、十章）和邓晓卫（第十一章）编写；附录由张维荣和许丙胜编写。上册由郭金吉统稿，下册由陈晓龙统稿，全书最后由施庆生定稿。

本书的编写得到了学校教改基金的支持。

编　者

2005 年 8 月于南京工业大学

目录

引　言

高等数学是高等学校理工科专业的必修课程，它的内容包括一元及多元微积分、无穷级数、常微分方程、空间解析几何.由于构成高等数学的主体是一元及多元微积分，所以高等数学这门课程也可称为微积分.

高等数学主要研究的是什么样的问题？使用什么样的方法？这无疑是大家学习这门课程时所关心的问题.下面将初步说明这些问题.

一、面积问题

1. 圆的面积——割圆术

在初等几何里，我们首先会计算矩形、三角形和梯形等简单几何图形的面积，进而会计算任何多边形的面积，因为任一多边形可以分为许多三角形.特别对正多边形，我们有以下面积公式

$$S=\frac{1}{2}lh,$$

其中 l 是多边形的周长，h 是边心矩.它是通过将正多边形分为多个以其中心为顶点、任一边为底边的等腰三角形而求得的.

如何来求半径为 R 的圆的面积？这里假设圆的周长 $2\pi R$ 是已知的.

求圆面积的困难在于圆的周界是曲线，而不是直线，即困难在一个“曲”字.这里我们面临着“曲”与“直”这一对矛盾.“在一定条件下直线和曲线应当是一回事”(恩格斯语).为此，我们将圆周分成许多小段，如 n 个等长的小段，这样可以得到圆的内接正 n 多边形，这正 n 边形的面积为

$$S_n=\frac{1}{2}l_nR_n,$$

其中 l_n，R_n 分别表示正 n 边形的周长和边心矩.显然当 n 很大时，S_n 就近似于圆的面积 S. n 越大，近似程度就越高.

但是，不论 n 有多大，S_n 只是圆面积的近似值，而不是圆面积的精确值.为了得到圆面积的精确值，我们自然让 n 无限地增大，记为 $n\to\infty$.显然，当 $n\to\infty$

时，S_n 将无限趋近于圆面积 S，我们记为

$$\lim_{n\to\infty}S_n=S,$$

其中 lim 是英文 limit 的缩写，表示极限的意思. 同样，当 $n\to\infty$ 时，内接正 n 边形周长 l_n 无限趋近于圆周长 $l=2\pi R$，边心矩 R_n 无限趋近于圆的半径 R，即

$$l=\lim_{n\to\infty}l_n,R=\lim_{n\to\infty}R_n.$$

因此

$$S=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}l_nR_n\right)=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\cdot 2\pi R\cdot R=\pi R^2.$$

这就导出了圆面积公式.

上述用圆内接正多边形来推算圆面积的方法，称为“割圆术”，是我国古代数学家刘徽在公元三世纪就提出来的，其基本思想是“分割”(解决“直”与“曲”这一对矛盾)，求和(以直代曲求圆面积近似值)，取极限(求圆面积的精确值).

2. 曲边三角形的面积

求 $f(x)=x^2$ 与 x 轴及 $x=1$ 所围的曲边三角形的面积(如图 0-1).

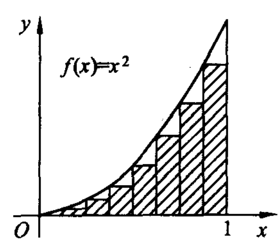

图 0-1

我们利用“割圆术”的思想方法可以求出所给的曲边三角形的面积.

分割 将 x 轴上的区间 $[0,1]$ 分成 n 个小区间，其分点为

$$x_0=0,x_1=\frac{1}{n},\cdots,x_i=\frac{i}{n},\cdots,x_{n-1}=\frac{n-1}{n},x_n=\frac{n}{n}=1,$$

且每个小区间长度为 $\frac{1}{n}$.

求和 在第 i 个小区间 $[x_{i-1},x_i]$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 上，以 x_{i-1} 点的函数值 $f(x_{i-1})=x_{i-1}^2=\frac{(i-1)^2}{n^2}$ 为高作矩形，以此矩形面积近似表示小曲边梯形的面积，则曲边三角形面积 S 的近似值为

$$S_n=0^2\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\cdot\frac{1}{n}+\cdots+\left(\frac{n-1}{n}\right)^2\cdot\frac{1}{n}=\sum_{i=0}^{n-1}\left(\frac{i}{n}\right)^2\cdot\frac{1}{n}$$

$$=\frac{1}{n^3}[1^2+2^2+\cdots+(n-1)^2]=\frac{(n-1)n(2n-1)}{6n^3}=\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n}\right).$$

取极限 为求曲边三角形面积的精确值 S，令 $n\to\infty$，有

$$S=\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{3}.$$

上述两个例子是一元函数积分学起源的重要例子，其基本思想是：分割、求和、取极限，这是解决非均匀求和问题的基本方法.

二、切线和速度问题

1. 切线问题

求曲线 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 处切线的斜率.

如何求一条给定曲线在一点处的切线？这是微分学起源的一个重大动力之一. 首先我们来定义什么是切线. 在中学中，我们学过圆和椭圆的切线. 那时的定义是："若一条直线与圆（椭圆）只相交于一点，则称这条直线为该圆（椭圆）的切线."但若将这个定义运用到一般的曲线上是不行的. 例如抛物线 $f(x)=x^2$ 与 $x=1$只有一个交点，但 $x=1$ 显然不是切线.

设 $y=f(x)$ 是一条光滑的连续曲线，$(x_0,f(x_0))$是曲线上一定点，$(x,f(x))$是曲线上一动点. 显然过$(x,f(x))$，$(x_0,f(x_0))$两点可以唯一确定曲线的一条过$(x_0,f(x_0))$的割线. 这时我们这样定义曲线在点$(x_0,f(x_0))$处的切线：如果点$(x,f(x))$沿曲线无限趋近于$(x_0,f(x_0))$（这时记 $x\to x_0$）时，割线的极限位置就称为曲线 $y=f(x)$在 $x=x_0$ 处的切线.

下面我们就用这种思想方法来求 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 处切线的斜率. 设过$(1,1)$的切线已作出（如图 0-2 所示），我们来求它的斜率. 可以看出，割线的斜率为

$$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{x^2-1}{x-1}.$$

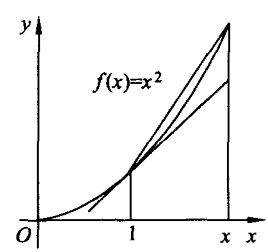

图 0-2

注意到点$(x,f(x))$沿曲线无限趋近于$(1,1)$等价于 $x\to 1$，故 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为

$$k=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)=2.$$

2. 速度问题

设自由落体运动的位移函数 $s(t)=\frac{1}{2}gt^2$，求 $t=t_0$ 时的瞬时速度 $v(t_0)$.

对匀速运动，速度$=\frac{\text{位移}}{\text{时间}}$. 这里的自由落体运动不是匀速的，而是变速的. 为了解决"变"与"不变"的矛盾，我们先考察落体在$[t_0,t]$中走过的位移 $s(t)-s(t_0)$. 当$t-t_0(>0)$很小时，我们可以用平均速度：

$$\bar{v}(t_0)=\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$$

近似表示 $v(t_0)$. 但是对任意 $t-t_0>0$,这样算出的都只是平均速度,而不是瞬时速度 $v(t_0)$.

让 t 无限趋近于 t_0(记为 $t\to t_0$),则

$$v(t_0)=\lim_{t\to t_0}\bar{v}(t_0)=\lim_{t\to t_0}\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}=\lim_{t\to t_0}\frac{\frac{1}{2}gt^2-\frac{1}{2}gt_0^2}{t-t_0}$$

$$=\lim_{t\to t_0}\frac{1}{2}g(t+t_0)=gt_0.$$

上述计算过程可以归结如下:局部以匀速(不变)近似代替变速,得到瞬时速度的近似值,然后通过求极限,求出瞬时速度的精确值.

从以上两个例子中,人们提炼出了微分学的基本概念——导数.

三、小结

在以上两部分中,我们列举了微积分的几个典型问题,并通过这些例子,说明了微积分研究的问题以及处理这些问题所依据的基本思想和方法. 从以上讨论我们看出以下几点:

第一,贯穿全部讨论的一个基本观点,就是变化的观点. 用变化的观点去考察问题,在变化中去认识事物. 例如,在切线问题中,把切线看做割线运动与变化的极限位置;在变速直线运动的速度问题中,我们从小段时间内的平均速度的变化中去理解和计算瞬时速度;在圆的面积和曲边三角形的面积的计算中也是如此.

第二,从变化的观点出发,引入变量的概念.

在以上两部分中,我们接触了许多变量. 微积分主要研究变量,而初等数学则主要是研究常量,即固定不变量. 在数学发展的历史上,在平面解析几何的基础上产生了微积分之后,就开始了变量数学的研究. 变量概念的出现是数学发展的一个转折点.

第三,在同一个问题中,往往同时出现几个变量. 我们不是孤立地研究每一个变量,而是着重研究变量之间的依赖关系,从变量之间的联系中去考察问题. 例如,在圆面积的计算中,我们研究当变量 n 增大时,内接正 n 边形的面积 S_n 这个变量是怎样随 n 而变化的;在切线问题中,我们研究当变量 x 趋近于 x_0 时割线斜率这个变量是怎样随 x 而变化的. 变量之间的这类依赖关系就叫做函数. 函数是微积分的一个基本概念.

第四，在我们处理上述问题时常遇到许多矛盾，有的表现为曲与直的矛盾，有的表现为变与不变的矛盾．为解决这种矛盾，首先是在局部范围内“以直代曲”或“以不变代变”，从而求得问题的近似值．为求问题的精确值，我们考察近似值的变化趋势，从而得到问题的精确解答．这就是所谓的极限方法．极限理论是微积分的基础，它从方法论上突出地表现了微积分不同于初等数学的特点．

通过以上叙述，大家就可以从整体上对这门课有一个大概的了解，这对我们了解后面各章所处的地位、学好各章内容有一定的好处．

四、几个常用逻辑量词

为今后使用方便，我们介绍几个常用逻辑量词．

$\forall$ 表示“任一个”“对任给的”“对所有的”．例如“$\forall x\in Z,P$”表示对集合 Z 中所有（任一）x，都具有性质 P．

$\exists$ 表示“存在”“有”．例如“$\exists x\in Z,P$”表示在集合 Z 中存在一个 x，具有性质 P．

$P\rightarrow Q$ 表示“若 P 则 Q”“P 蕴含 Q”或“P 是 Q 的充分条件”“Q 是 P 的必要条件”．

$P\Leftrightarrow Q$ 表示“P 等价于 Q”或“P 的充要条件是 Q”．

第一章

函数、极限与连续

由引言的介绍，我们知道高等数学研究的对象是变量，而变量之间的依赖关系就是所谓的函数关系．极限方法是研究变量的一种基本方法．本章将介绍函数、极限、函数的连续性等基本概念以及相关的一些性质．

第一节　函　数

一、集合

1. 集合及其运算

面对大千世界，人们总是把林林总总的客观事物按其某一方面的特性进行适当划分，再分门别类地加以研究．集合的概念正是这一原则最基本的体现．

集合又称**集**，是指具有某种特定性质的具体的或抽象的对象组成的总体，这些对象就称为该集合的元素．通常用大写字母 A,B,S,T 等表示集合，用小写字母 a,b,x,y 等表示元素．

若 x 是集合 A 的元素，则称 x 属于 A，记为 $x\in A$；若 y 不是集合 B 的元素，则称 y 不属于 B，记为 $y\overline{\in}B$(或 $y\notin B$)．

自然数的集合、正整数的集合、整数的集合、有理数的集合、实数的集合是我们常用的集合，习惯上分别用字母 $\mathbf{N},\mathbf{N}_+,\mathbf{Z},\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$ 表示．

表示集合的方式通常有两种．一种是**列举法**，就是把集合的元素逐一列举出来．例如由 a,b,c 三个字母组成的集合 A 可表示为 $A=\{a,b,c\}$．有些集合的元素无法一一列举出来，但如果能将它们的变化规律表示出来，也可用列举法表示．例如自然数集合 $\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,n,\cdots\}$．另一种方法是**描述法**．设集合 A 是由具有某种性质 P 的元素构成，则 A 可表示为 $A=\{x\mid x$ 具有性质 $P\}$．例如 $x^2-1=0$的解集 X 可表示为 $X=\{x\mid x^2-1=0\}$．平面上单位圆上点的集合 M 可表示为 $M=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$．

需要注意的是，集合中的元素之间没有次序关系，且同一元素的重复出现不具有任何意义. 例如$\{a,b\}$，$\{b,a\}$与$\{a,b,a\}$表示同一集合.

有一类特殊的集合，它不包含任何元素，如$\{x \mid x\in \mathbf{R}, x^2+1=0\}$，我们称之为**空集**，记为$\varnothing$.

设A，B是两个集合，如果A的所有元素都属于B，则称A是B的**子集**，记为$A\subset B$（或$B\supset A$）. 我们规定，对任一集合A，$\varnothing\subset A$. 显然，对任一集合A，$A\subset A$. 如果A是B的一个子集，即$A\subset B$，且B中存在一个元素$x \overline{\in} A$，则称A是B的一个真子集. 例如$A=\{a,b,c\}$，A有2^3个子集：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$，$\{a,b,c\}$，真子集有2^3-1个.

如果$A\subset B$，$B\subset A$，则称集合A与集合B**相等**，记为$A=B$.

下面讨论集合的运算.

集合的基本运算有**并**、**交**、**差**、**补** 4 种.

设A、B为两个集合. 我们定义并、交、差如下：

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\};$$

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\};$$

$$A\backslash B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x \overline{\in} B\}.$$

设我们在集合X中讨论问题，$A\subset X$，则集合A关于X的补集A_X^c定义为$A_X^c=X\backslash A$. 在不发生混淆的情况下，我们将A_X^c简记为A^c.

集合的上述 4 种运算具有下列性质：

（1）**交换律**　$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$.

（2）**结合律**　$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$,

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.

（3）**分配律**　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$,

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

（4）$A\cup A_X^c=X$，$A\cap A^c=\varnothing$.

（5）$A\backslash B=A\cap B^c$.

（6）**对偶律**　$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$，$(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$.

最后简单介绍一下有限集与无限集.

若集合A由有限个元素组成，则称集合A是**有限集**. 不是有限集的集合称为**无限集**，如前面说的$\mathbf{N}$，$\mathbf{N}_+$，$\mathbf{Z}$，$\mathbf{Q}$，$\mathbf{R}$都是无限集.

如果一个无限集中的元素可以按某种规律排成一个序列，或者说这个集合可以表示为$\{a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots\}$，则称其为**可列集**（或**可数集**）. 例如$\mathbf{N}$，$\mathbf{N}_+$，$\mathbf{Z}$，$\mathbf{Q}$是可列集，$\{x \mid \sin x=0\}$是可列集，而$\{0\leqslant x\leqslant 1\}$不是可列集.

2. 区间

区间是实数集 $\mathbf{R}$ 的子集.

设 $a,b(a<b)$ 是两个实数,称满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合为以 a,b 为端点的**开区间**,记为 $(a,b)=\{x|a<x<b\}$;类似定义以 a,b 为端点的**闭区间**和**半开半闭区间**如下:

$$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\},$$
$$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\},$$
$$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}.$$

上述几类区间其长度是有限的,称为**有限区间**.除此之外,还有下列几类无限区间:

$$(a,+\infty)=\{x|x>a\},[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\},$$
$$(-\infty,b)=\{x|x<b\},(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}.$$

我们将 $\mathbf{R}$ 记为 $\mathbf{R}=(-\infty,+\infty)=\{x|x$ 为任意实数$\}$.

以后在不需要指明所论区间是否包含端点,以及是有限区间还是无限区间的场合,我们就简单地称之为“区间”,且常用 I 表示.

邻域也是经常用到的概念.

设 δ 是任一正数.称开区间 $(a-\delta,a+\delta)$ 为点 a 的 δ **邻域**,记为 $U(a,\delta)$,即

$$U(a,\delta)=\{x|a-\delta<x<a+\delta\}.$$

这里点 a 称为邻域的中心,δ 称为邻域的半径.$U(a,\delta)$ 也常写为

$$U(a,\delta)=\{x||x-a|<\delta\}.$$

有时不需指明点 a 的邻域的半径 δ,则用 $U(a)$ 表示 a 的某一邻域.有时需要把邻域中心 a 点去掉.点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后,称为 a 的去心 δ 邻域,记为 $\mathring{U}(a,\delta)$,即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x|0<|x-a|<\delta\}.$$

这里 $0<|x-a|$ 表示 $x\neq a$.

二、函数

在引言中我们已看到,在同一个问题中,经常同时出现好几个变量,而这些变量又往往是相互联系、相互依赖的.变量之间的这种确定的依赖关系,就叫做函数.现在我们先就两个变量的情况举几个例子.

例 1 考虑圆面积 S 与它的半径 r 之间的关系:

$$S=\pi r^2. \tag{1.1}$$

当半径 r 在 $(0,+\infty)$ 内任意取定一个数值时,由上式就可以确定圆面积 S.

例 2　初速度为零的自由落体运动位移与时间的关系为

$$s=\frac{1}{2}gt^2, \tag{1.2}$$

其中 g 为重力加速度. 假定物体着地的时刻为 T,则在 $[0,T]$ 上任意取定一个数值时,由上式就可以确定相应位移 s.

例 3　经过原点 $(0,0)$, $(1,1)$ 与 $(-1,1)$ 的抛物线上点 (x,y) 的坐标 y 与 x 之间关系为

$$y=x^2. \tag{1.3}$$

对 $(-\infty,+\infty)$ 内任意取定一个数值 x,由上式就可以确定 y.

例 4　在引言中,为求曲边三角形的面积,我们先求小矩形面积之和 S_n, S_n 与段数 n 的关系为

$$S_n=\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n}\right). \tag{1.4}$$

当段数 n 在 $2,3,\cdots$ 中取值时,由上式可以确定相应 S_n 的值.

我们还可以举出许多例子. 撇开各个例子的实际背景,其共同本质是:它们都表达了两个变量之间的依赖关系,这种依赖关系给出了一种对应法则,即一个变量取定了一个数值,那么按照这种确定的对应法则,就可以确定另一变量的一个相应值. 由此就可以抽象出函数的一般概念.

定义 1　设有两个变量 x 和 y, D 是一个给定的数集. 如果对于 D 中每一个数 x,变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的**函数**,记为 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的**定义域**, x 叫做**自变量**, y 叫做**因变量**.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**,记为 $y\big|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$. 当 x 遍历 D 的每个数值时,对应的函数值全体组成的数集

$$W=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$$

称为函数的**值域**.

为了理解这个定义,这里再作几点说明:

(1) 函数关系.

函数 $y=f(x)$ 中的"f",代表从变量 x 到变量 y 的**对应法则**(或**对应关系**),称为函数关系. 至于这种对应法则是什么,由具体问题确定. 例如,例 1—例 4 中的对应法则分别是(1.1)—(1.4)式.

在 x、y 之间,一般存在以下三种对应:

一是对任一 $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$,相应的 $y_1\neq y_2$(其中 $y_i=f(x_i)$, $i=1,2$). 此