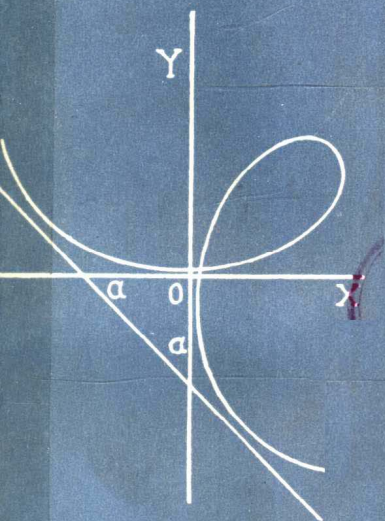


中央广播电视大学
一九八四年理工科招考复习指导

数 学

中央电大数学组 编



中央广播电视大学出版社

中央广播电视大学
一九八四年理工科招考复习指导

数 学

中央电大数学组 编

中央广播电视大学出版社

中央广播电视大学
一九八四年理工科招考复习指导
数 学

中央电大数学组 编

*

中央广播电视大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂排版
朝 阳 六 六 七 厂 印 装

*

开本 787×1092 1/32 19 印张 411 千字
1983 年 1 月第 1 版 1983 年 7 月第 2 次印刷
印数 430,001—830,000
书号: 7300·1 定价: 1.65 元

前 言

为了帮助广大的电大考生系统地复习中学阶段的数学、物理、化学、英语等课程的基础知识，我们以全国统编中学教材为依据，并根据《中央广播电视大学一九八四年理工科招生考试复习大纲》(以下简称《大纲》)的要求和范围，编写了数学、物理、化学、英语等四门课程的复习指导。供报考电大的考生复习参考使用。

本书按章次简列基本内容，选配了典型例题并加以分析，还配备了一定数量的习题，对于绝大部分习题给了答案或提示，以便查用。本书旨在通过综合训练，使读者对中学数学的基本概念、基本理论，有一个全面的了解，提高分析问题和解决问题的能力。

凡书中的内容或提法若与《大纲》不一致处，应以《大纲》为准。

在编写过程中，北京市第四中学的兰保玲、王汉华、刘绍贞等同志为本书作了审稿工作，在此一并致谢。

由于编写的时间十分仓促，水平有限，错误在所难免，欢迎读者批评指正。

编 者

1983年1月 北京

目 录

第一篇 代 数

预备知识	1
预备知识习题	12
第一章 整式	16
习题一	24
第二章 乘法公式和分解因式	28
习题二	42
第三章 分式和根式	47
习题三	63
第四章 方程	74
习题四	97
第五章 不等式	112
习题五	125
第六章 方程组	131
习题六	159
第七章 指数和对数	172
习题七	181
第八章 函数	186
习题八	196
第九章 数列	201
习题九	213

第十章 排列组合和二项式定理·····	219
习题十·····	231
第十一章 复数·····	237
习题十一·····	252

第二篇 几 何

第一章 相交线与平行线·····	257
习题十二·····	265
第二章 三角形·····	268
习题十三·····	279
第三章 四边形·····	284
习题十四·····	291
第四章 相似形·····	295
习题十五·····	301
第五章 圆·····	306
习题十六·····	315
第六章 直线与平面·····	320
习题十七·····	325
第七章 简单体·····	326
习题十八·····	332

第三篇 三 角

第一章 任意角的概念·····	333
习题十九·····	337
第二章 任意角的三角函数·····	340

习题二十	357
第三章 三角函数的图象和性质	363
习题二十一	374
第四章 三角恒等式	377
习题二十二	385
第五章 反三角函数与简单的三角方程	390
习题二十三	399

第四篇 平面解析几何

第一章 直角坐标系和基本公式	401
习题二十四	409
第二章 曲线和方程	413
习题二十五	420
第三章 直线	424
习题二十六	435
第四章 二次曲线	443
习题二十七	461
第五章 坐标变换	473
习题二十八	481
第六章 极坐标和参数方程	485
习题二十九	498
综合练习题	507

答案与提示

第一篇 代数(答案)	512
------------	-----

第二篇 几何(答案).....	553
第三篇 三角函数(答案).....	557
第四篇 平面解析几何(答案).....	566
综合练习题(答案).....	587
中央广播电视大学一九八四年理工科招生考试	
复习大纲.....	589

第一篇 代 数

预 备 知 识

代数和算术,虽然是两门学科,但它们却是紧密地联系着的。算术里的许多内容,都是在代数里必须用到,而且经常用到的。和算术一样,初等代数也是研究数与数的运算规律的。但是代数与算术有一个明显区别,就是它将广泛地用 $a, b, \dots$ 字母来表示数。在我们复习代数知识之前,先将算术里有关的数的概念和运算知识做一个复述还是必要的。

一、基 本 内 容

(一) 自然数

1. 有关概念

(1) 自然数(也称为正整数)

自然数可以看成由三部分组成:①单位1;②质数;③合数。

任何一个自然数都可以表示成

$$a_0 \cdot 10^n + a_1 \cdot 10^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot 10 + a_n$$

其中 $a_0 \dots a_n$ 为 $0, 1, \dots, 9$ 中的一个数。

如 4318 可以写成

$$4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 1 \times 10 + 8$$

(2) 质数(也称为素数)

除 1 外, 只能被 1 和它本身所整除的正整数, 叫质数。

如 2, 3, 5, 7, ...。

(3) 合数

除了能被 1 和它本身所整除外, 还能被其它正整数所整除的正整数叫合数。

如 4, 6, 8, ...。

(4) 因数, 质因数

如果正整数 m 能被正整数 n 所整除, 那么数 n 叫数 m 的因数 (或叫约数)。如果 n 是质数, 则 n 叫质因数。

如 $\frac{18}{3}=6$, 则 3 是 18 的因数。由于 3 是质数, 所以 3 也叫做 18 的质因数。

(5) 公约数, 最大公约数。

几个正整数所公有的约数, 叫这几个数的公约数。如

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 27 \quad 81} \\ \underline{2 \quad 9 \quad 27} \end{array}$$

3 便是 6, 27, 81 的公约数。

几个正整数的公约数中最大的一个, 叫最大公约数。如

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32} \\ \underline{2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16}} \\ \underline{2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8}} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

由于 $2 \times 2 \times 2 = 8$, 8 是数 16, 24, 32 的最大公约数。

如果两个正整数的最大公约数是 1, 那么这两个正整数是互质数。如 5 与 7。

(6) 如果正整数 m 能被正整数 n 整除, 称 m 是 n 的倍

数。

如 $124 \div 4 = 31$, 则 124 是 4 的倍数。

几个正整数所公有的倍数, 叫这几个数的公倍数。如

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 49 \quad 56} \\ \underline{7 \quad 8} \end{array}$$

$$7 \times 7 \times 8 = 392$$

则 392 是数 49、56 的公倍数。

公倍数中最小一个叫最小公倍数。

如数 2、4、6 的公倍数有 12, 24, 60, 等等, 则 12 是数 2, 4, 6 的最小公倍数。

2. 自然数的性质

(1) 在自然数中, 有最小数 1, 而没有最大数。

(2) 在自然数中, 任意两个数可以比较大小, 称为自然数的有序性。

(3) 在自然数中, 永远可以进行加法和乘法运算。

3. 有关正整数的表示法

(1) 能被 2 整除的正整数叫偶数。用 $2n$ (n 是自然数) 来表示。

(2) 不能被 2 整除的正整数叫奇数。用 $2n-1$ (n 为自然数) 来表示。

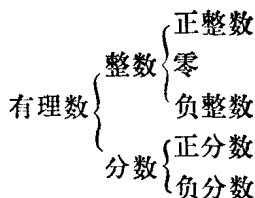
(3) 连续正整数可以表示为 $n, n+1, n+2, \dots$ 其中 n 为自然数。

(二) 有理数

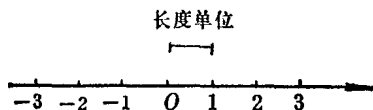
1. 概念

(1) 有理数 所有整数, 分数统称为有理数。

有理数结构可写成:



(2) 数轴 确定了方向(正方向), 规定了原点和长度单位的直线叫数轴。



预图一

(3) 相反数 在数轴上具有方向相反, 而与原点的距离相等的两个点所表示的数叫做相反数。

如预图 1 中的 -2 和 2 , -3 和 $+3$, ...。

任何一个正数的相反数是一个负数。

任何一个负数的相反数是一个正数。

零的相反数仍然是零。

(4) 绝对值 在数轴上表示一个数的点, 离开原点的距离, 叫做这个数的绝对值。用“ $| |$ ”来表示。

正数的绝对值, 就是这个正数本身。

负数的绝对值, 就是它的相反数。

零的绝对值, 就是零。

(5) 倒数 如果两个数的乘积等于 1, 那么这两个数互称倒数(或者称 1 除以一个数的商, 叫做这个数的倒数)。

如求 5 的倒数, 则 $1 \div 5 = \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$ 便是 5 的倒数, 5 也是 $\frac{1}{5}$ 的倒数。

(6) 代数和 表示几个正数, 负数或者零相加的式子, 叫做这几个数的代数和。如

$$\begin{aligned} & (-10) + (-5) - (-3) - 7 \\ &= (-10) + (-5) + (+3) + (-7) \end{aligned}$$

(7) 近似数 在实际运算中, 无法求得准确数, 只能用与实际接近的数来表示, 这样的数, 叫做近似数。

(8) 有效数字 对于近似数, 从左边第一个非零数字起, 到右边最末一位数字止, 所有的数字, 都叫做这个数的有效数字。

例如, 圆周率 $\pi = 3.14159265 \dots$ 取精确到 0.0001 的近似值便是 3.1416, 有效数字是五位。

2. 有理数大小比较法则

- (1) 任何正数大于任何负数。
- (2) 任何正数大于零。
- (3) 零大于任何负数。
- (4) 两个正数中, 绝对值较大的那个数大。
- (5) 两个负数中, 绝对值大的那个数小。

3. 有理数运算法则和运算性质

(1) 加法运算法则和运算性质

法则:

① 同号两数相加, 取原来加数的符号, 并把它们的绝对值相加。

② 异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大绝对值减去较小的绝对值。

③ 互为相反数相加等于零。

④ 任何数和零相加,仍得这个数。

性质:

① 加法交换律

$$a+b=b+a$$

② 加法结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

(2) 减法运算法则和运算性质

法则:

减去一个数,等于加上这个数的相反数。

$$a-b=a+(-b)$$

性质:

从一个数中减去几个数的和,等于从这个数中连续减去各个加数。

$$a-(b+c)=a-b-c$$

(3) 乘法运算法则和运算性质

法则:

① 两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘。

② 零乘任何数,仍得零。

③ 多个有理数相乘,如果负因数是偶数个,则积的符号为正;如果负因数是奇数个,则积的符号为负,并将其绝对值相乘。

性质:

① 乘法交换律

$$ab = ba$$

② 乘法结合律

$$(ab)c = a(bc)$$

③ 乘法分配律

$$a(b+c) = ab+ac$$

(4) 除法运算法则和运算性质

法则:

① 两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除。

② 零除以任何一个不等于零的数, 都等于零(注意: 零不能作除数)。

③ 一个数除以另一个数, 等于被除数乘以除数的倒数。

$$a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

性质:

① 一个数除以几个数的积, 等于把这个数连续除以各个因数。

$$a \div (bcd) = a \div b \div c \div d$$

② 几个数的和除以一个数, 等于把各个加数分别除以这个数, 再把各个商相加。

$$(a+b+c) \div d = a \div d + b \div d + c \div d$$

(5) 乘方运算法则

① 正数的任何次幂都是正数。

② 负数的偶次幂是正数, 负数的奇次幂是负数。

③ 零的任何次幂都是零。

④ 幂的绝对值, 等于底数的绝对值的幂。

(三) 实数

1. 概念

(1) 方根

如果 $x^n = a$, 那么 x 叫做 a 的 n 次方根, 记作 $x = \sqrt[n]{a}$ (n 为大于 1 的自然数)。

$\sqrt[n]{a}$ 当 $a \geq 0$ 时, 永远有意义。

$\sqrt[n]{a}$ 当 $a < 0$, n 为奇数时, 有意义。 n 为偶数时, 无意义。

$x = \sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做 a 的平方根。

$x = \sqrt[3]{a}$ 叫做 a 的立方根。

(2) 无理数 无限不循环小数叫做无理数。如 $\sqrt{2}$, π 等都是无理数。

(3) 实数 有理数和无理数统称为实数。

2. 性质

(1) 在实数范围内, 既没有最小的数, 也没有最大的数。

(2) 有序性。任意两个实数可以比较大小。

(3) 连续性。实数的全体与数轴上的所有点是一一对应的(因此, 数轴又叫做实数轴)。

(4) 封闭性。在实数范围内, 永远可以施行加法、减法、乘法、除法和乘方五种运算(除数不能为零)。

3. 实数的运算顺序

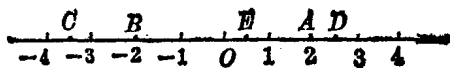
如果有括号先做括号内。除此外, 先第三级(乘方和开方运算)运算, 其次做第二级(乘法和除法运算)运算, 最后做第一级(加法和减法运算)运算。也称为由高级运算到低级运算。同级运算, 从左到右。

二、例题分析

例1 把下列各数用数轴上的点表示出来:

$$2 \quad -2 \quad -3.5 \quad 2\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

解 步骤是: ①先画出数轴; ②在数轴上找出相对应的点。



预图 2

数轴上 A, B, C, D, E 各点分别表示 $2, -2, -3.5, 2\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$ 。

从预图 2 可以看出, 和原点距离相等的两个点, 如 A 和 B , 所表示的数是互为相反数。

例2 求下列各数的绝对值:

$$12 \quad -1000 \quad -0.037 \quad \frac{2}{3} \quad 0 \quad -7$$

$$\text{解 } |12| = 12 \quad \left| \frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} \quad |-1000| = 1000,$$

$$|-0.037| = 0.037 \quad |-7| = 7 \quad |0| = 0$$

例3 比较下列各数的大小:

① 0 和 $\frac{1}{7}$, ② 0 与 $-\frac{2}{7}$, ③ 0.01 和 -89 ,

④ $-\frac{1}{2}$ 与 -2 , ⑤ $|-8|$ 和 $|7|$ 。