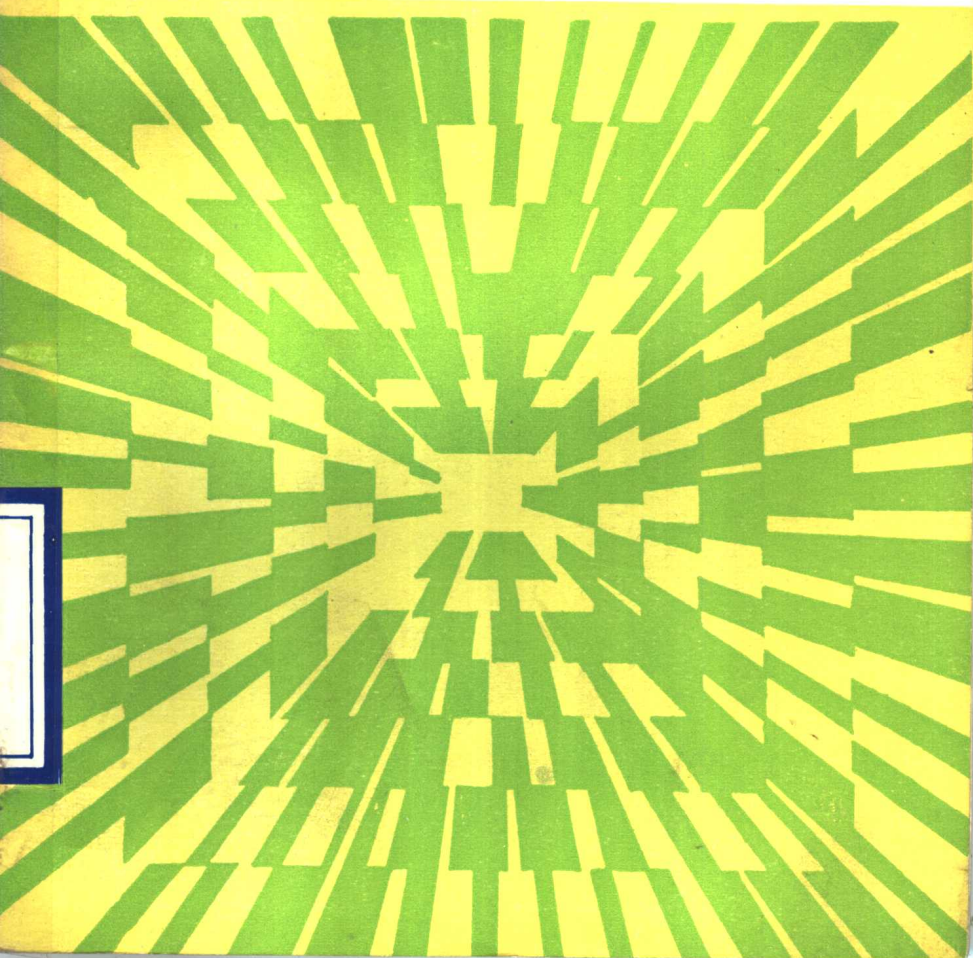


初中几何自学纲要

第 一 册

杨世明 张庄容 编

科学技术文献出版社



初中几何自学纲要

(第一册)

杨世明 张庄容 编

* * * * *

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

初中几何自学纲要

(第一册)

杨世明 张庄容 编

科学技术文献出版社出版

上海市印刷十二厂印刷

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/32 印张 9.25 字数 202,000

1987年12月第1版 1992年8月第3次印刷

印数 43,001—48,000 本

统一书号: 7176·73 定价: 3.25元

ISBN 7-5023-0007-4/G·2

目 录

* * * * *

引言(第 1~2 课)	1
第一章 基本概念(第 3~16 课)	6
一、直线、射线、线段(第 3~8 课)	6
二、角(第 9~16 课)	22
第二章 相交线、平行线(第 17~30 课)	45
一、相交线、垂线(第 17~20 课)	45
二、平行线(第 21~25 课)	56
三、命题、定理、证明(第 26~30 课)	67
第三章 三角形(第 31~69 课)	83
一、三角形(第 31~35 课)	83
二、全等三角形(第 36~43 课)	99
三、等腰三角形(第 44~49 课)	117
四、基本作图(第 50~55 课)	136
五、直角三角形(第 56~60 课)	150
六、逆定理、对称(第 61~69 课)	163
第四章 四边形(第 70~88 课)	199
一、多边形(第 70~72 课)	199
二、平行四边形(第 73~83 课)	207
三、梯形(第 84~88 课)	234
第五章 面积、勾股定理(第 89~96 课)	258

一、面积(第 89~93 课).....	258
二、勾股定理(第 94~96 课).....	274

引 言

1

〔学习要点〕 1. 几何是研究事物几何性质的科学。

那么,什么是“几何性质”呢?

拿教室里的黑板来说,它可能是木头、水泥或玻璃制成的;黑色;有一定的重量;表面形状是长方形;有一定的尺寸;挂在前壁正中;很光滑……。如上都是“黑板”这物体的特点,就是它的性质;其中,涉及到它的形状、尺寸大小和位置的性质,就称为几何性质。例如黑板表面是长方形的,很平,长5米、宽1.2米,挂在前壁正中,下端边缘离地面1米,这些都是黑板的几何性质。而它的颜色,质料,是否结实,等等,都不是几何性质,这些就不是几何学研究的对象。

我们学习几何,首先要善于观察、分析,从事物的各种性质中区分出它的几何性质。

2. “几何”这名词是从哪里来的? 这是明代科学家徐光启(1562~1633)在翻译古希腊数学家欧几里得(Euclid, -330~-275)的著作《几何原本》时首先使用的。我国古代,在几何学方面也有着辉煌的成就。就拿流传至今的几部数学书《算数书》(公元前二世纪)、《周髀算经》(公元前一世纪)、《墨经》和《九章算术》(公元一世纪)来说,其中已记载了相当丰富的几何知识。我国古代还出了象商高、刘徽、赵爽、秦九韶、祖冲之、祖暅等多位成就卓著的几何学家,他们的杰作,如商高定理(就是勾股定理)、刘徽割圆术、赵爽弦图、秦九韶三

斜求积公式、祖冲之求 π 、祖暅求积原理等，至今为世界所称道。我们中华民族是一个富有几何才能的民族，我国历代都有不少知名和不知名的数学家，对几何学的发展做出了重要贡献。

当然，其他国家的人民对几何学的发展也贡献不小。埃及、印度、希腊等国家都出了不少著名学者，象毕达哥拉斯(Pythagoras, 约-580~-500)学派以他们的定理著称，欧几里得总结当时埃及和希腊人已知的数学知识写成《几何原本》，后经德国数学家希尔伯特(D. Hilbert, 1862~1943)研究改进，写成《几何基础》一书，完成了初等几何学的奠基工作。

今天我们学习几何学，就要继承前人丰富的几何知识，用于祖国的四个现代化建设。在学习中，要知识、能力并重，还要注意发挥我们的创造才能。

3. 几何学是通过图形来表现事物的几何性质的，我们将从图形上观察和发现性质，然后通过推理来证明它们，通过精确的几何语言来表述它们，因此，几何学比起代数来，具有直观、形象的特点。

[参考习题]

1. 什么叫事物的几何性质？举例说明怎样从一个具体事物中抽象出它的几何性质。

2. 你知道我国古代和近代哪几位数学家？他们在几何学方面有哪些成就？

3. 我们为什么要学习几何？你打算怎样学好几何？

4. 用一根纸条(要长一点)系一个“死扣”，慢慢拉紧压平，你得到一个什么样的图形？你能说明它的道理吗？(随着几何知识的增长，就会找到答案。)

5. 怎样测出一个山峰的高度？想一个实际可行的方法。

6. 摆两个同样的三角形,最少用几根火柴? 摆三个或四个呢? 我说摆四个最少用六根火柴,你信吗?

2

〔学习要点〕 1. 一个物体,当我们只考虑它的形状、大小时,就称为几何体,简称为体. 对几何体,可以考虑它的长、宽和高.

体是由面围成的,有时也说体的界限是面. 面有曲的、有平的. 面常常从体上分离出来进行研究. 对于面,我们不考虑它的厚薄.

面和面相交于线,或说线是面的边界. 线有直的,有曲的. 对于线,不考虑它的宽和高(即粗细).

线和线相交于点,或说点是线的界限. 对于点,我们不考虑它的长、宽、高(即大小),而只考虑它的位置.

点、线、面或若干点、线、面组合在一起,就称为几何图形. 几何图形能清楚地反映事物的几何性质. 如果图形上所有的点都在同一个平面里,就称为平面图形,研究平面图形性质的,就称为平面几何. 我们现在学习的,就是平面几何.

建议读者观察长方体(例如墨水瓶纸盒,教室或一般的房间),最好仿照右图自己画一个图,作一个模型(图1),然后数一数它有几个面、线、点,并对照上面的讲述,说明它们之间的关系.

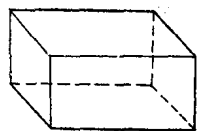


图 1

2. 对上面介绍的一些概念,有两点要说明一下:

① 点、线、面的关系也可反过来看,正如用笔画线和扫帚扫地一样,也可以认为点动成线,线动成面,线和面都可以看作是由点构成的. 这种从实际观察中得到的认识,在我们今后的几何学习中是常常要用到的.

② 在分析长方体的几何性质时,可以采用“平的面”、“直的线”的说法,是说长方体的面是平的,棱线是直的,但不能说成“平面”、“直线”,而略去“的”字,因为“平面”、“直线”是几何中特定概念,而这里的“平的”、“直的”还是从经验得到的日常用语。

3. 学习平面几何要注意的几点:

首先,要做好学习的准备:铅笔、圆规、量角器、直尺、一对三角板,这些是必不可少的工具;平面几何要研究图形,我们不仅要学会看图,还要学会按要求画出准确、清晰、美观的图形,还要学会用几何语言和符号确切地表述几何知识和方法。

其次,对于我们在小学数学里已学过的一些关于几何图形的知识,要正确对待。在小学里只停留于一些直观的描述,凡图形上看出的结论都认为是正确的,而在几何里却不然,图形当然是很重要的,语言和符号都要结合图形,但图形毕竟还是起着辅助的作用,从图中看出的东西,如未经行文交待或推理论证为正确的,是不能作为根据的,因为图形本身和我们对于图形的观察总不免有局限性,因此,对过去直观地接受的东西,要逐点进行辨析、审核、整理、提高,用新学的知识对它们加以“改造”。

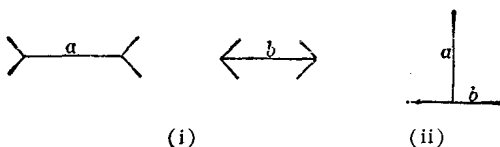
第三,要养成认真看书、审题、看图、思考的习惯,一步不懂,不走下一步;要从模仿入手,逐步学会分析、综合、反驳等思考和论证方法。

[参考习题]

1. 可以从哪两个方面来说明点、线、面之间的关系?能举些实例加以说明吗?

2. 如图,每组中的两条线段,哪一条长?先观察作出结

论,然后再通过测量来验证你的结论.想一想,为什么会这样?

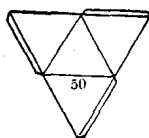


(第2题图)

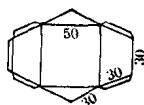
3. 为什么说在几何中“图形很重要,但有局限性”?你能举例说明吗?

4. 按下图中的形状和尺寸(单位: mm)画在硬纸上,剪下并经粘贴,制成立体模型;数出这些几何体的面、线和点数,填入下表.

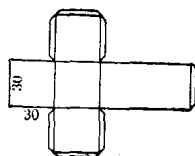
体 号	面 数	线(棱)数	(顶)点数
i			
ii			
iii			



(i)



(ii)



(iii)

(第4题图)

第一章

基本概念

一、直线、射线、线段

1.1 直线

3

[学习要点] 1. 什么是直线？我们用描述的方法来说明直线概念：一是打比喻：拉紧的线，纸的折痕，笔直远去的公路，都给我们以直线的形象。二是直接描述直线的形象：直线是向两方无限延伸着的。（由此可见，我们永远只能画出直线的一部分，而画不出整条直线。）三是通过概括出直线的基本性质，凡由这性质确定的东西就是直线。

2. “一条直线上有无限多个点”有两层意思：一是整条直线（甚至直线上一小段）上有无限多个点；二是直线由无限多个整齐地连续排列的点构成的。

点可以用一个大写字母来表示，直线可以用表示它上面任意两个点的两个大写字母来表示，或用一个小写字母来表示。如图 1-1 中的直线，可记作直线 AB ，或直线 AC ，或直线 l 。表示直线的字母，应当与图形上所标的一致。

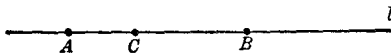


图 1-1

3. 直线的基本性质。一根木条用一个钉子钉在墙上，一般它还可以转动；钉上两个钉子，它就固定了。这就说明：过

一点 O 可以画无数多条直线 $a_1, a_2, a_3, \dots$ (图 1-2);而过两个点 A, B ,仍然可以画直线,却只能画一条(如果反复画几次,可以发现都互相重合)(图 1-3).从这个事实中我们总结出直线的基本性质:经过两点有一条直线,并且只有一条直线(这一性质也说成是,两点确定一条直线).过三个点就不一定能画出直线.

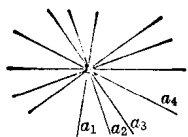


图 1-2

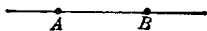


图 1-3

注意:基本性质中的“有”,是指存在着(可以画出来,用墨线弹出来,等等,方法无关紧要);“只有”是指要是有的话,最多有一条(不会有两条、三条),这叫做唯一性,这与日常语言“只有”是不同的。“有”和“只有”两层意思的结合,叫做确定.

4. 如果两条直线都经过同一个点,我们说这两条直线相交,这个点是这两条直线的公共点,叫做这两条直线的交点(也可以说成:有一个公共点的两条直线,叫做是相交的).从直线的基本性质,可以推出相交直线的性质:两条直线相交,只有一个交点.这是因为,假如两条直线相交有两个交点,那么经过这两点便会有两条直线,这就违反了前面讲过的“经过两点只有一条直线”.即与“直线的基本性质”的后半部分相矛盾.我们承认基本性质,就不能承认两条直线相交有两个(或两个以上)交点.

5. 学习中,应注意几何语言不同于日常语言,几何中的

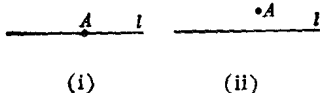


图 1-4

语言有两个显著特点：(1) 有特定的含义；(2) 要与图形相结合。例如说“点 A 在直线 l 上”，是指“直线 l 通过点 A ”

(图 1-4(i))，而不是指点 A 在 l 的上方(图 1-4(ii))；对后者，称“点 A 在直线 l 外”，或“点 A 不在直线 l 上”。又如“ a 、 b 、 c 三条直线两两相交”，是指 a 、 b 相交， b 、 c 相交， a 、 c 也相交，可能有两种情形，如图 1-5 所示。再如“ A 、 B 、 C 三点不共线”，是说点 A 不在直线 BC 上，点 B 不在直线 AC 上，点 C 也不在直线 AB 上。对于这样三个点，每两点确定一条直线，共可确定三条直线。



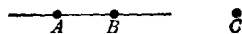
图 1-5

学习中，应反复进行几何语言、符号、图形互相对照“翻译”的练习。

[参考习题]

1. 如图，点 C 是否在直线 AB 外？怎样取一点 D ，使在直线 AB 外？

2. 试在平面上取四个点 A 、 B 、 C 、 D ，使每三点都不在一



(第1题图)

条直线上(称为三三不共线的四个点)；其中每两点确定一条直线，共确定__条直线。三三不共线的五个点，共可确定__条直线。

3. 检验一把尺子是否“直”，可用如下方法：在纸面上取

适当的两个点 A, B , 过 A, B 用这把尺画“直线”, 将纸倒转过来, 过 B, A 再画一次, 两条“直线”如完全重合, 说明这把尺子是“直”的; 如有不重合的地方, 说明“不直”. 试说明这一方法是根据什么?

4. 先画图, 通过观察, 填空: 一条直线把平面分为__部分; 两条相交的直线把平面分为__部分; 三条两两相交的直线把平面分为__或__部分; 两两相交的四条直线可能有__, __或__个交点, 把平面分成__, __或__部分.

1.2 射线和线段



[学习要点] 1. 在直线上某点一旁的部分, 叫做**射线**; 这个点叫做射线的**端点**. 因为射线可以由端点和它上面的任意一个点来确定, 所以射线就用表示端点和它上面任意一点的两个大写字母来表示, 如图 1-6 所示, 称为射线 OA . 要注意: 射线 OA 和射线 AO 是不一样的, 射线端点的字母写在前面.



图 1-6



图 1-7

射线可以向端点所在的一方延伸, 如图 1-7 所示的虚线部分 OB , 称为射线 OA 的**反向延长线**. 实际上, OB 是与射线 OA 端点相同而方向相反的射线.

2. 直线上两点间的部分叫做**线段**(直线的一段), 这两个点叫做线段的**端点**. 因为线段可以由两个端点确定, 所以线段可以用表示它两个端点的大写字母来表示, 如图 1-8 中的线段可以记作线段 AB . 由于线段没有方向, 也可以记作线

段 BA , 或用一个小写字母, 记作线段 a .

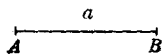


图 1-8

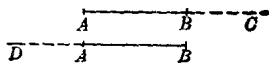


图 1-9

线段可以向两个方向延伸. 线段向一个方向延伸的部分叫做线段的延长线. 如图 1-9 中, 延伸的部分 BC 和 AD 都是 AB 的延长线, 为区别起见, 把延伸的部分 BC 称为 AB 的延长线, AD 称为 AB 的反向延长线. 很明显, “延长线段 BA ” 和 “反向延长线段 AB ” 是一回事.

延长线常用虚线表示.

3. 用已知名词来说明某一名词的语句叫做定义. 不过, 这种说明必须抓住最本质的性质. 如 “线段向一方延伸的部分叫线段的延长线” 就是一个定义, 这里用 “线段”、“向一方”、“延伸”、“部分” 等来说明 “延长线” 的含义.

4. 可以列表来比较直线、射线、线段的性质 (请把表中的空格自己填上):

概念	端点数	延伸性	定义	性质(公理)	作图表述
直线	0	不能	不定义		过 A, B 两点作直线 AB
射线	1	可向一方延长			作射线 OA
线段	2	可向两方延长			连结 AB ; 作线段 a

[练习指导] 1. 在由许多点、线组成的图形中, 辨认出并用字母正确地表示射线、线段. 对此, 应按定义, 把要辨认和表示的部分从整个图形中分离出来. 例如定义只说 “直线

上两点之间的部分叫做线段”，
而没有说不容许线段上有用字
母标出的点或有线与它相交。

在图 1-10 中， CE 也是线段。

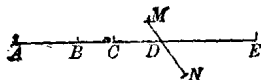


图 1-10

2. 为了正确画出射线、线
段及其延长线，就要确切理解“连结 AB ”、“作射线 OA ”、“延
长 AB ”、“反向延长线段 AB ”、“作射线 AB 的反向延长线”等
说法的含义，能画出相应的图形。

3. 还可以进行一些有规律地列出和数出射线、线段的练
习。如图 1-10 中共有多少条线段？可以这样数：

$AB, AC, AD, AE; BC, BD, BE; CD, CE; DE.$

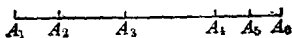
$MD, MN; DN.$

共 13 条。这样挨着数，既不重复，也不会漏掉。

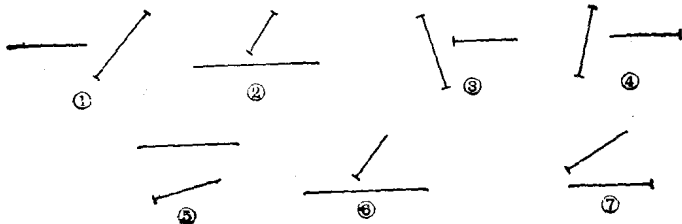
[参考习题]

1. 填充：不共线三点，可以连结成____条线段；三三不
共线的四点可连结成____条线段。

2. 写出下图中的线段，它们共有____条。



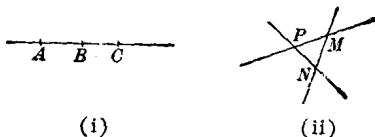
(第 2 题图)



(第 3 题图)

3. 如图所示,①~②中的直线和线段能否相交?为什么?图③~④中的射线和线段能否相交?为什么?图⑤~⑦中的射线和直线能否相交?为什么?

4. 下图的(i)、(ii)中,各有几条射线?



(第4题图)

5. (1) 画两条相交的射线(按端点不同位置,有三种情形),并标上字母.

(2) 画下面指出的每组三条线段:

- ① AB, AC, AD ; ② AB, BC, CD ,
③ AB, BC, CA ; ④ AB, CD, EF 均过点 O .

(3) 画首尾顺次相接的线段 AB, BC, CD, DE, EA ; 画射线 AB, BC, CD, DE, EA .

1.3 线段的比较和度量

5

[学习要点] 1. 怎样知道甲、乙俩人的高矮?

常用的方法是让他们比一比. 这种比较的方法, 在几何问题的研究中也是很重要的. 怎样比较呢? 比较的结果又会怎样呢? 日常的经验告诉我们: 可以让甲站到乙的跟前去, 脚要站在同一平面上, 然后看他们的头顶, 这时, 有三种可能:

- (1) 甲、乙头顶在同一水平, 那么甲和乙一样高;
- (2) 甲头顶在乙头顶之下, 那么甲比乙矮;
- (3) 甲头顶在乙头顶之上, 那么甲比乙高.