

九年級

总主编 单 樽 熊 斌

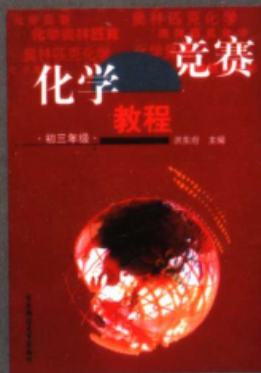
奥数测试

余红兵 葛军 编

华东师范大学出版社



华东师大版学科竞赛系列



ISBN 7-5617-2981-2

01>



9 787561 729816

G·1503 定价：9.00元



奥数测试

(第二版)

总主编 单 樽 熊 斌

九年级

余红兵 葛 军 编

华 东 师 范 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

奥数测试. 九年级/余红兵, 葛军编. —上海: 华东师范大学出版社, 2002. 8
ISBN 7-5617-2981-2

I. 奥... II. ①余... ②葛... III. 数学课—初中—习题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 052709 号

奥数测试 九年级 (第二版)

总主编 单 增 熊 斌
编者 余红兵 葛 军
策划组稿 倪 明 徐惟简
责任编辑 审校部编辑工作组
特约编辑 党 英
封面设计 高 山
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62865537
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 华东师大校内先锋路口
业务电话 上海地区 021-62232873
华东 中南地区 021-62458734
华北 东北地区 021-62571961
西南 西北地区 021-62232893
业务传真 021-62860410 62602316
http: //www. ecnupress. com. cn
社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

照 排 南京理工出版信息技术有限公司
印刷者 苏州永新印刷包装有限责任公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 6.25
字 数 142 千字
版 次 2006 年 1 月第 2 版
印 次 2006 年 1 月第 4 次
书 号 ISBN 7-5617-2981-2 /G·1503
定 价 9.00 元
出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

测试 1	复合二次根式	(1)
测试 2	一元二次方程	(3)
测试 3	可化为一元二次方程的方程	(5)
测试 4	一元二次方程的判别式	(6)
测试 5	根与系数的关系及其应用	(8)
测试 6	二元二次方程组	(10)
测试 7	函数的基本概念与性质	(12)
测试 8	二次函数	(14)
测试 9	锐角三角函数	(16)
测试 10	解直角三角形	(17)
测试 11	圆的基本性质	(18)
测试 12	直线与圆	(20)
测试 13	生活中的数学	(22)
测试 14	统计与概率	(24)
测试 15	函数的最大值与最小值	(26)
测试 16	一元二次不等式	(28)
测试 17	两圆的位置关系	(29)
测试 18	圆中的比例线段	(31)
测试 19	四点共圆	(33)
测试 20	一元二次方程的整数根	(34)

测试 21	不定方程·····	(35)
测试 22	$[x]$ 与 $\{x\}$ ·····	(36)
测试 23	几何定值问题·····	(37)
测试 24	三角形的“五心”·····	(38)
测试 25	梅涅劳斯定理与塞瓦定理·····	(39)
测试 26	染色问题·····	(41)
测试 27	几何不等式·····	(43)
测试 28	极端原理·····	(44)
综合测试题 1	·····	(45)
综合测试题 2	·····	(47)
参考答案与提示	·····	(49)

复合二次根式

一、选择题(每题 6 分,共 30 分)

1 化简 $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$ 得().

- (A) $3-\sqrt{5}$ (B) $5-\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}-\sqrt{5}$

2 若 $\frac{a-b}{\sqrt{2\sqrt{ab}-a-b}}$ 有意义,则可化简为().

- (A) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ (B) $\sqrt{-a}-\sqrt{-b}$ (C) $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$ (D) $\sqrt{-b}-\sqrt{-a}$

3 若实数 m 满足 $\sqrt{m-1}+\sqrt{m-2\sqrt{m-1}}=1$, 则有().

- (A) $1 \leq m \leq 2$ (B) $m \geq 1$ (C) $m > 1$ (D) $1 \leq m \leq 3$

4 化简 $(\sqrt{2}+\sqrt{10})(\sqrt{5}-3)\sqrt{\sqrt{5}+3}$ 得().

- (A) 8 (B) -8 (C) 64 (D) ± 8

5 已知 $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 的算术平方根是 $a+b\sqrt{2}$, 其中 a, b 为有理数, 则().

- (A) $a=3, b=-2$ (B) $a=-2, b=3$
(C) $a=-1, b=1$ (D) $a=1, b=-1$

二、填空题(每题 6 分,共 30 分)

6 化简 $\sqrt{15+\sqrt{161}} =$ _____.

7 化简 $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}} =$ _____.

8 化简 $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} =$ _____.

9 若 $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ 的整数部分是 a , 小数部分是 b , 则 $\frac{1}{b}-a$ 的值是 _____.

10 若 $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2}$ 成立, 则 x 的取值范围是 _____.

三、解答题(每题 15 分,共 60 分)

11 设 $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, 求 $3x^2-5xy+3y^2$ 的值.

12 化简: $\sqrt{15 - 2\sqrt{5 + 12\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}}$.

13 若有理数 a, b 满足 $\sqrt{a - \sqrt{50}} = b - \sqrt{2}$, 求 a, b 的值.

14 设 $A = \sqrt{3 + \sqrt{5}}, B = \sqrt{3 - \sqrt{5}}$. 求证: $11 < A^3 - B^3 < 12 < A^3 + B^3 < 13$.

测试 2

一元二次方程

一、填空题(每小题 5 分,共 40 分)

1 已知 $x_1 = -2$ 是方程 $x^2 + kx + 2 = 0$ 的一个根,则该方程的另一根为 $x_2 =$ _____, 且 $k =$ _____.

2 若 m, n 是方程 $x^2 + 2001x + 1 = 0$ 的两个根,则 $(m^2 + n^2) + 2001 \times (m + n) + 2001 =$ _____.

3 如果 a 是一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 3x - m = 0$ 的一个根,那么 a 的值等于 _____.

4 若 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则 $x^4 + x^2 + 2x - 1 =$ _____.

5 若 $x^2 - \frac{\sqrt{19}}{2}x + 1 = 0$, 则 $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ _____.

6 若方程 $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ 与 $x^2 + 2cx - b^2 = 0$ 有一个相同的根,且 a, b, c 为一个三角形的三边,则此三角形的形状是 _____.

7 已知关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + 2x - a - 1 = 0$ 的根都是整数,那么符合条件的整数 a 有 _____ 个.

8 已知 $x^2 + x - 6$ 是多项式 $2x^4 + x^3 - ax^2 + bx + a + b - 1$ 的因式,则 $a =$ _____, $b =$ _____.

二、解答题(每题 20 分,共 80 分)

9 设方程 $(2000x)^2 - 2001 \times 1999x - 1 = 0$ 的较大根为 a , 方程 $x^2 + 1998x - 1999 = 0$ 的较小根为 b , 求 $a - b$ 的值.

10 求方程 $x^2 - |2x - 1| - 4 = 0$ 的所有根之和.

■ 设 a, b, c 都是整数, $ac \neq 0$, 且方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个正根 $x = t$. 证明: 方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 必有一根 t' , 使得 $t + t' \geq 2$.

12 已知 t 为一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的一个实根.

- (1) 写出 t^3 及 $\frac{1}{t^2}$ 的形如 $at + b$ (a, b 均为有理数) 的表达式;
- (2) 任意给定有理数 a , 是否必有有理数 b, c , 使得 $(t + a)(bt + c) = 1$;
- (3) 写出 $\frac{1}{t^2 + 2}$ 的形如 $at + b$ (a, b 为有理数) 的表达式.

测试3

可化为一元二次方程的方程

一、填空题(每小题 5 分,共 40 分)

1 方程 $\frac{2}{x} - \frac{2}{x(x+1)} = 1$ 的解是_____.

2 方程 $\frac{2x+4}{x^2-x} = \frac{x+5}{x-1}$ 的解是_____.

3 方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 1$ 的解的个数是_____.

4 方程 $\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} = \frac{4}{21}$ 的解是_____.

5 方程 $x^2+3x - \frac{3}{x^2+3x-7} = 9$ 的全体实数根的积是_____.

6 已知关于 x 的方程 $\sqrt{3x-a} = x$ 有一个根为 1,那么另一个根为_____.

7 若 $\sqrt{x+y}(\sqrt{x+y}-1) = 2$,则 $x+y$ 等于_____.

8 方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的解是_____.

二、解答题(每题 20 分,共 80 分)

9 解方程 $\frac{x^2+3x+2}{x^2-3x+2} = \frac{2x^2+3x+1}{2x^2-3x+1}$.

10 解方程 $(6x+7)^2(3x+4)(x+1) = 6$.

11 解方程 $(x+1)^4 + (x+3)^4 = 82$.

12 设 $a \geq -6$ 是给定的实数,解方程

$$x^4 - 10x^3 - 2(a-11)x^2 + 2(5a+6)x + a^2 + 2a = 0.$$

一元二次方程的判别式

一、填空题(每题 5 分,共 40 分)

■ 关于 x 的方程 $x^2 - mx + m - 2 = 0$ 的根的情况有下列四种叙述:①方程没有实数根;②方程有两个相等的实数根;③方程是否有实根与 m 的值有关;④方程有两个不相等的实数根.其中正确的叙述是_____ (填序号).

■ 2 关于 x 的方程 $kx^2 - 6x + 3 = 0$ 有实数根,则 k 的非负整数值是_____.

■ 已知关于 x 的方程 $mx^2 - 2x + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根,那么 m 的取值范围是_____.

■ 4 若方程 $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ 没有实数根,则整数 k 的最小值等于_____.

■ 若 $n > 0$, 关于 x 的方程 $x^2 - (m - 2n)x + \frac{1}{4}nm = 0$ 有两个相等的正实数根,则 $\frac{m}{n}$ 的值等于_____.

■ 6 已知关于 x 的方程 $x^3 - ax^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ 有且只有一个实数根,则 a 的取值范围是_____.

■ 设 m 是实数.已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根,则关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + m(m + 1) = 0$ 的实根共有_____个.

■ 8 设 a 是实数, x_0 是关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{-ax} + \frac{(a-1)^2}{4} = 0$ 的一个实根,则 $a^{100} + x_0^{100} =$ _____.

二、解答题(每题 20 分,共 80 分)

■ (1) 已知方程 $x^2 + 2px - q = 0$ (p, q 是实数)没有实数根,求证: $p + q < \frac{1}{4}$;

(2) 判断上述命题的逆命题是否正确,若正确,请加以证明;若不正确,请举一反例.

- 10 已知关于 x 的方程 $4x^2 + 4bx + 7b = 0$ 有两个相等的实数根, y_1 、 y_2 是关于 y 的方程 $y^2 + (2-b)y + 4 = 0$ 的两个根, 求以 $\sqrt{y_1}$ 、 $\sqrt{y_2}$ 为根的一元二次方程.

- 已知方程甲: $x^2 + p_1x + q_1 = 0$, 方程乙: $x^2 + p_2x + q_2 = 0$, 其中 p_1 、 p_2 、 q_1 、 q_2 均为实数, 且满足 $p_1p_2 = 2(q_1 + q_2)$, 问甲、乙两个方程是否至少有一个有实数根, 并说明理由.

- 12 若关于 x 的二次方程 $x^2 + 2(a+1)x + 3a^2 + 4b^2 + 4ab + 2 = 0$ 有实数根, 求 a 、 b 的值.

根与系数的关系及其应用

一、填空题(每题 5 分,共 40 分)

二次方程 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的根的和是_____.

2 以一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的两根之和与两根之积为根的一元二次方程可以是_____.

已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ 的两个实数根 x_1, x_2 满足 $(x_1 + x_2)^2 - (x_1 + x_2) - 12 = 0$, 则 m 的值为_____.

4 若一元二次方程 $x^2 - ax - 4a = 0$ 的两个实数根之和为 $4a^2 - 3$, 则两根之积等于_____.

已知 $(2002-a) \cdot (2000-a) = 2001$, 那么 $(2002-a)^2 + (2000-a)^2 =$ _____.

6 已知 $ab \neq 1$, a, b 满足 $a^2 + 4a + 2 = 0$, $2b^2 + 4b + 1 = 0$, 则 $a^3 + \frac{1}{b^3} =$ _____.

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2px - p^2 - 1 = 0$ 的两个实数根为 x_1 和 x_2 , 若此方程的两根之和不大于两根之积, 则 p 的值为_____.

8 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有实数根. 甲由于看错了二次项系数, 求得两个根为 2 和 4; 乙由于看错了某一项系数的符号, 求得两根为 -1 和 4. 则 $\frac{2b+3c}{a} =$ _____.

二、解答题(每题 20 分,共 80 分)

设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个根, 求 $x_1^4 + 3x_2$ 的值.

10 设 a 为整数, x_1, x_2 是方程 $4ax^2 - 4ax + a + 4 = 0$ 的两个实根, 求使得 $\frac{x_2^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2}$ 的值为整数的 a 的值.

已知方程 $x^2 + a_1x + a_2a_3 = 0$ 与方程 $x^2 + a_2x + a_1a_3 = 0$ 有且只有一个公共根, 求证: 这两个方程的另两个根(公共根除外)是方程 $x^2 + a_3x + a_1a_2 = 0$ 的根.

12 设 a, b, c 为实数, 满足 $a + b + c = 0, abc = 1$.

证明: a, b, c 中必有一个大于 $\frac{3}{2}$.

测试 6

二元二次方程组

一、填空题(每题 10 分,共 60 分)

1 已知 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = 3 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} x + y = m, \\ xy = n \end{cases}$ 的一个实数解,这个方程组的另一个实数解是_____.

2 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, 方程组 $\begin{cases} y^2 - 4x - 2y + 1 = 0, \\ y = x + a \end{cases}$ 只有一组实数解,且方程组的解为_____.

3 方程组 $\begin{cases} x^2 - 2xy - y^2 = 1, \\ 2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0 \end{cases}$ 的解为_____.

4 若 $x^2 + xy + y = 14$, $y^2 + xy + x = 28$, 则 $x + y$ 的值为_____.

5 方程组 $\begin{cases} x + y + \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 10, \\ (x^2 + 9)(y^2 + 4) = 24xy \end{cases}$ 的解为_____.

6 一个正整数,若分别加上 100 与 191,则可得到两个连续整数的完全立方,则这个正整数为_____.

二、解答题(每题 15 分,共 60 分)

7 设方程组 $\begin{cases} x^2 - y + a + 2 = 0, \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$ 的两组解 $\begin{cases} x = x_1, \\ y = y_1 \end{cases}, \begin{cases} x = x_2, \\ y = y_2 \end{cases}$ 满足条件: x_1, x_2 是两个不等正数,且 $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 8a^2 - 6a - 11$. 求 a 的值.

8 解方程组 $\begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{5}{2}, \\ x + y = 10. \end{cases}$

■ 已知 x, y 均为实数, 且满足 $\begin{cases} xy + x + y = 17, \\ x^2y + xy^2 = 66, \end{cases}$ 求 $x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$ 的值.

10 已知实数 a, b 满足 $a^2 + ab + b^2 = 1$, 若 $t = ab - a^2 - b^2$, 求证: $-3 \leq t \leq -\frac{1}{3}$.