

[西德] 阿·普曼 著

钱可强 李名纪 译

李承绪 校

画法几何学

福建科学技术出版社

画法几何学

〔西 德〕阿·普曼 著

钱可强 李名纪 译

李承绪 校

福建科学技术出版社

一九八四年·福州

DARSTELLENDEN GEOMETRIE

VON

DIPL. ING. A. PUMANN

BAUDIREKTOR A. D.

1. TEIL

8. VERBESSERTE AUFLAGE

画法几何学

〔西德〕普曼著
钱可强 李名纪 译

李承绪 校

*

福建科学技术出版社出版

（福州得贵巷27号）

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/16 13.75印张 326千字

1984年4月第1版

1984年4月第1次印刷

印数：1—4,040

书号：15211·12 定价：1.50元

序

在科学技术和文化教育方面，我国有自己的成就和经验，但也需要吸收国外的先进经验。在高等学校的教材建设中同样如此。德国普曼著的投影几何这本教材具有它的特色，印行已至第八版。钱可强和李名纪两位老师把它译成中文，对于丰富我国投影几何教材和提高这门课程的教学质量，必将有所帮助，值得欢迎和支持。

同济大学校长 李国豪

1981年3月

译 者 的 话

本书是同济大学留德预备班选用的画法几何教材，是目前西德工科大学普遍推荐的较好的参考书。全书共两册，第一册包括点、线、面、体、仿射、轴测、曲线曲面、截切、相贯、展开等内容；第二册包括阴影、透视、标高、屋面交线等内容。

本书的体系与我国目前的教材比较接近，但内容更为丰富和全面。在点、线、面部分比较强调迹点、迹线及其在其它象限的投影；投影变换的方法从点的投影中引出辅投影的概念，逐步深入，贯穿始终；仿射基本理论的叙述简明扼要，并且较早引出仿射的基本概念和作图方法，使读者容易理解，在以后的章节里，仿射作为一种作图方法特别在截切部分得到充分的应用；展开的内容不独立成章而分散在有关章节中贯彻；截切和相贯部分的内容尤其丰富，不仅列出大量图例，而且附有多种解法和工程实例。其他如轴测、曲线曲面等也都有独到之处，有些内容和图例是我们所看到的国内外教材上所没有的。

本书的编写形式也颇具特色，文字十分精练，图文紧密对照，注意总结归纳，便于读者自学。这种编写方法是很值得我们借鉴的。

在西德，画法几何是一门独立的课程，由数学教师讲授。它是理工科大学的必修课，但是目前我国还没有德国画法几何教材的中译本。为此，我们先译出本书的第一册——画法几何的基础部分，供我国大专院校师生、工程技术人员以及广大图学工作者自学与参考。

本书在翻译制版过程中，曾得到福州大学机械系制图教研室的大力协助，在此表示感谢。

由于我们水平有限，译文中不妥之处在所难免，恳切希望广大读者批评指正。

译 者

1980. 10.

规定符号

$A、B、$	……点
$A_1、B_1$	……点
AB	……线段
A'	……点的水平投影
A''	……点的正面投影
A'''	……点的侧面投影或第三投影面上的投影
A^N	……点的第四投影面上的投影
π_1	……水平投影面
π_2	……正面投影面
π_3	……侧面投影面（辅投影面）
${}_1X_2$	……投影轴（ π_1 与 π_2 的交线）
${}_2X_3$	……投影轴（ π_2 与 π_3 的交线）
${}_1X_3$	……投影轴（ π_1 与 π_3 的交线）
$a、b、g、g_1、g_2$	……直线
$//$	……平行
$\perp$	……直角
h_o	……水平迹线（平面与 π_1 的交线）
v_o	……正面迹线（平面与 π_2 的交线）
$\perp$	……垂直
$\angle$	……角度
$\alpha、\beta、$	……角度的符号
$\triangle ABC$	……由角ABC组成的三角形
$\sim$	……相似
$\cong$	……全等
$A^o、A^x、$	……轴上点
$A_o、B_o$	……实长
$\rightarrow$	……延长

目 录

1	投影分类	1~2
1.1	中心投影	
1.2	平行投影	
1.21	斜投影	
1.22	正投影	
2	正投影分类	3
2.1	单面正投影 (垂直的单面投影)	
2.2	两面体系的投影 (垂直的两面投影)	
2.3	六面基本视图	
3	新投影面的建立	4~8
3.1	新投影面 π_3 垂直于 π_1 和 π_2	
3.2	新投影面 π_3 垂直于 π_1	
3.3	新投影面 π_4 的建立	
4	空间点	8~13
4.1	坐标差	
4.2	例题	
5	空间直线	13~25
5.1	各种位置的直线 (线段)	
5.2	例题	
5.3	两直线的相对位置	
5.31	两直线相交	
5.32	两直线平行	
5.33	两直线交叉	
5.4	直线的迹点	
5.5	例题	
5.6	线段的实长	
5.61	用直角三角形法求作实长 (三角形坐标差法)	
5.62	梯形法	
5.63	旋转法	
5.64	辅投影法	
5.7	例题	
6	空间的平面	25~35
6.1	通过迹线确定平面	

6.2	平面的各种位置 (特殊情况)	
6.3	平面内的平行线 (迹线平行线)	
6.31	平面内水平线	
6.32	平面内正平线	
6.33	平面内最大斜度线	
6.4	由水平线和正面线在 π_1 、 π_2 面上的投影确定一个平面 ε	
6.5	由两相交直线决定一个平面	
6.6	由最大斜度线 f_1 在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.7	由最大斜度线 f_2 在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.8	由三个点在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.9	由两平行线在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.10	由两水平线在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.11	由两正平线在 π_1 、 π_2 面上的投影决定一个平面	
6.12	平面向 π_1 面翻转 (倾角 α_1)	
6.13	平面向 π_2 面翻转 (倾角 α_2)	
6.14	同向旋转和异向旋转的平面	
7	点、直线和平面的例题	36~55
7.1	平面内的点 (直线)	
7.2	两平面相交	
7.3	两平面的夹角	
7.4	过四点的平面	
7.5	两交叉直线的公垂线和距离	
7.6	直线与平面的交点	
7.7	点与直线的距离	
7.8	平面绕一迹线旋转到与投影面重合 (三角形的实形)	
7.81	三角形的实形	
7.9	两直线之间的夹角	
7.10	例题	
7.11	垂直于一个平面	
7.111	垂直于一个三角形	
7.112	垂直于一条直线	
7.113	从一点向三角形平面作垂线	
7.114	从一点向迹线平面作垂线	
7.12	三角形与平面的交线	
7.13	通过直线和线外一点确定的平面 ε	
7.14	两个三角形的交线	
8	正多面体 (柏拉图式多面体)	55~56
9	透视对应 (中心投影)	57
10	仿射	58~60
11	同调轴	60

12	对称线	60
13	轴测投影	61~72
13.1	斜轴测图	
13.11	斜轴测图的画法	
13.2	正面斜轴测投影(自由透视和军用透视)	
13.21	轴测画法中的自由透视	
13.22	轴测投影中的军用透视	
13.3	DINS 规定的轴测投影	
13.4	正轴测投影	
13.5	圆的正轴测投影画法	
14	交会法或快速画法	74
15	平面与平面立体相交	75~89
15.1	正垂面 ϵ 与垂直于 π_1 投影面的棱柱体相交	
15.2	正垂面 ϵ 与平行于 π_2 投影面的斜棱柱体相交	
15.3	正垂面 ϵ 与一般位置的斜棱柱体相交	
15.4	用辅助投影法作平面与棱线垂直于 π_1 投影面的棱柱体的交线及截切后的表面展开	
15.5	用辅助投影法作平面与棱线平行于 π_2 投影面的斜棱柱体的交线	
15.6	棱线平行于 π_2 投影面的斜棱柱表面展开	
15.7	用辅助投影法求平面与一般位置斜棱柱相交及棱柱表面展开	
15.8	以棱柱与平面 ϵ 的交点求平面与棱线垂直于 π_1 投影面的棱柱相交	
15.9	以透视仿射对应法求平面与棱线平行于 π_2 投影面的斜棱柱相交	
15.10	以透视仿射对应法求平面与一般位置的斜棱柱相交	
15.11	正垂面与棱线平行于正面的斜棱柱相交(平面法)	
15.12	用平面法求平面与斜棱柱体相交	
15.13	正垂面与棱锥相交	
15.14	以辅助投影法求平面与棱锥相交	
15.15	用透视同素对应求平面与斜棱锥相交及截切后表面展开	
15.16	正垂面与棱锥相交(平面法)	
15.17	用平面法求平面与棱锥相交	
15.18	用平面法求平面与斜棱锥相交	
16	曲线的展开	90
16.1	圆弧长度的近似作法	
16.11	考斯基法	
16.2	库绍斯法	
16.3	曲线看作由若干小直线段所组成	
16.4	渐开线法求弧长	
16.5	用库绍斯法将以 R 为半径的圆弧转换成以 R_1 为半径的另一圆弧的近似作法	
17	椭圆	91~98
17.1	椭圆画法	
17.2	用长短轴作圆法作椭圆(克卜勒法)	

17.3	以长短轴端点作圆弧画出椭圆	
17.4	绳索法 (园艺工人法)	
17.5	纸条画法	
17.6	用列茨法由共轭直径作椭圆的长短轴	
17.7	由共轭直径利用纸条法作椭圆	
17.8	圆经仿射对应成椭圆	
17.9	已知长短轴作椭圆	
17.10	已知椭圆作椭圆	
17.11	已知相切两平行四边形中作椭圆 (分点法)	
17.12	已知纸条法作椭圆的长短轴	
17.13	平面上的圆	
17.14	直线与椭圆的交点	
17.15	椭圆短轴的作法	
17.16	椭圆的切线	
17.17	用三个圆弧连接成椭圆的补充作法	
18	抛物线	99~101
18.1	抛物线的切线	
18.2	由点向抛物线作切线	
18.3	作切线平行于一直线	
18.4	分点法作抛物线	
18.5	用包络线法作抛物线	
18.6	作抛物线的轴线	
19	双曲线	101~104
19.1	分规作双曲线	
19.2	由点向双曲线作切线	
19.3	由中点O作切线	
19.4	在已知双曲线上作平行于一已知直线的切线	
19.5	利用渐近线和双曲线上一点作双曲线	
19.6	由双曲线的长半轴和短半轴作双曲线	
20	涡线	104~105
20.1	阿基米德涡线	
20.2	左旋的阿基米德涡线	
21	渐伸线 (渐开线)	105
22	摆线 (旋轮线)	106
22.1	利用圆弧作摆线 (平行四边形作法)	
22.2	外摆线 (外旋轮线)	
22.3	内摆线 (内旋轮线)	
23	圆柱	106~115
23.1	正垂面与圆柱相交	
23.2	平行于正面的斜圆柱表面展开	

23.3	平面与正圆柱相交	
23.4	一般位置斜圆柱的表面展开	
23.5	以透视仿射对应作一般位置斜圆柱的正截面	
23.6	以透视仿射对应求平面与一般位置斜圆柱相交	
24	圆锥	115~127
24.1	正圆锥上的椭圆截面	
24.2	正圆锥的表面展开	
24.3	斜圆锥的截面及其表面展开	
24.4	用透视同素法作正圆锥的椭圆截面	
24.5	用透视同素法作轴线平行于正面 π_2 的斜圆锥的椭圆截面	
24.6	用透视同素法作斜圆锥椭圆截面	
24.7	用辅助投影法作平面截正圆锥的截面	
24.8	以透视同素法求平面与正圆锥相交	
24.9	用辅助投影法求平面与斜圆锥相交	
24.10	用切平面法求一般位置截面 ϵ 与斜圆锥相交的椭圆截面	
24.11	正垂面截正圆锥所得的抛物线截面	
24.12	一般位置平面 ϵ 截正圆锥得抛物线截面	
24.13	圆锥的双曲线截面	
24.17	铅垂面对顶锥相交的双曲线截面形	
25	用内切圆球法求作焦点	127~130
25.1	圆柱的椭圆截面	
25.2	圆锥的椭圆截面	
25.3	圆锥的双曲线截面	
25.4	圆锥的抛物线截面	
26	曲率圆	130
26.1	圆柱上椭圆截面的曲率圆	
26.2	圆锥上椭圆截面的曲率圆	
26.3	抛物线的曲率圆	
26.4	双曲线的曲率圆	
27	球体	131~133
27.1	正垂面与球体相交	
27.2	一般位置平面 ϵ 与球体相交	
27.3	叶片泵曲轴的正面和侧面投影	
27.4	铅垂面截球体的例子	
28	球体表面展开(近似法)	133
29	回转面	134~136
29.1	单叶回转双曲面是直纹曲面	
30	平面与回转面相交	136~139
30.1	正垂面与回转椭圆面相交	
30.2	一般位置平面与回转椭圆面相交	

30.3	正垂面与回转抛物面相交	
30.4	铅垂面(正平面)与回转抛物面相交	
30.5	一般位置平面与回转抛物面相交	
30.6	铅垂面与一回转体相交的截面	
30.7	一般位置平面与回转体相交的截面	
30.8	由特殊位置的一般位置平面与回转体相交的截面	
30.9	正垂面与回转体相交的截面	
31	直线与立体相交 139~145	
31.1	直线与棱柱相交	
31.2	直线与棱锥相交	
31.3	直线与棱柱相交	
31.5	直线与圆柱相交	
31.6	直线与斜圆柱相交	
31.7/8	直线与圆锥相交	
31.9/10	直线与球体相交	
32	组合体的截面 146~148	
32a	薄壳曲面的形成 148	
33	平面立体相贯 149~167	
33.1	三棱柱与四棱柱	
33.2	三棱柱与三棱锥	
33.3	八棱锥与四棱柱	
33.4	六棱锥与六棱柱	
33.5	六棱锥与四棱柱	
33.6	八棱锥与四棱柱	
33.7	三棱锥与三棱柱	
33.8	四棱锥与四棱柱	
33.9	四棱锥与斜三棱柱	
33.10	五棱锥与四棱柱	
33.11	四棱锥与四棱柱	
33.12	三棱柱与四棱柱	
33.13	四棱柱与三棱柱	
33.14	正三棱柱与斜三棱柱	
33.15	正三棱锥与棱线平行于 π_2 的斜三棱柱(摆面法)	
33.16	正三棱锥与斜三棱柱(摆面法)	
33.17	两个斜四棱柱	
33.18	斜三棱柱与斜四棱柱	
33.19	斜三棱锥与斜三棱柱(摆面法)	
33.20	斜五棱柱与斜三棱锥(摆面法)	
33.21	斜三棱柱与斜四棱锥(摆面法)	
33.22	两个斜三棱锥(摆面法)	

33.23	两个三棱锥相贯的斜轴测图 (33.24图例)	
33.24	两个三棱锥相贯	
34	平面立体与曲面立体相贯	167~177
34.1	圆柱与四棱柱	
34.2	六棱柱与圆柱	
34.3/4	四棱柱与圆柱	
34.5	六棱柱与圆柱	
34.6	四棱锥与圆柱	
34.7	相贯立体的表面展开 (34.6图例)	
34.8	四棱柱与圆柱	
34.9	三棱柱与圆锥	
34.10	圆锥与墙角 (勒脚) 的相贯线	
34.11	三棱柱与球体	
34.12	四棱锥与圆柱	
34.13	四棱锥与圆锥	
34.14	六棱锥与圆锥/四棱柱与圆锥	
34.15	六棱锥与圆柱	
34.16	六棱柱与圆锥	
34.17	四棱锥与圆柱	
34.18	六棱锥与球体	
34.19	六棱锥与球体	
35	两曲面立体相贯	177~188
35.1	轴线相交的两圆柱	
35.2/3	轴线不相交的两圆柱	
35.4	轴线相交的等径圆柱	
35.5	一般位置的两圆柱	
35.6	轴线相交成直角的圆柱与圆锥的相贯线的变化	
35.7	轴线相交成直角的两圆锥的相贯线的变化	
35.8	圆柱与圆锥	
35.9	轴线不成直角的两圆柱体	
35.10/12	圆锥与圆柱	
35.13	轴线不相交的圆锥与斜圆柱 (摆面法)	
35.14/15	圆球与圆柱	
35.16	斜圆柱与正圆锥 (摆面法)	
35.17	斜圆柱与斜圆锥	
35.18	斜圆锥与斜椭圆锥	
36	用辅助球面法作相贯线	189~195
36.1	正圆柱与斜圆柱	
36.2	正圆锥与斜圆柱	
36.3	正圆柱与斜圆锥	

36.4/6	圆锥与圆锥	
36.7	圆锥与柱脚	
36.8	圆柱与圆环	
36.9	圆台与斜圆锥	
36.10	圆台与斜圆柱	
36.11	圆环与圆锥	
36.12	回转体与斜圆柱	
36.13	圆柱与球体	
36.14	圆锥与球体	
36.15	圆柱与等径直角弯头	
37	斜轴圆锥形的拱顶接缝	195~196
38	螺旋线	197~204
38.1	以导圆锥法作切线	
38.2	圆锥螺旋线	
38.3	螺旋面	
38.4	实心的斜螺旋面	
38.5	实心的斜螺旋面的截面	
38.6/7/71	螺纹	
38.8	空心的斜螺旋面	
38.9	螺纹简化画法	
38.10	按DIN27规定的螺纹画法	
38.11	螺紋	
38.12	左旋双头平顶螺纹	
38.13	左旋双头三角螺纹	
38.14	普通螺旋面	
38.141	阿基米德螺旋形管道 (管道曲面)	
38.142	柱形弯曲管道 (管道曲面)	

1 投影分类

任何一个物体通常都有长宽高三个方向的尺寸。但是图（纸平）面仅仅有二个方向的尺寸。画法几何的任务就是研究物体在平面上的图示问题。

1.1 中心投影

投影中心 O 点在有限远。

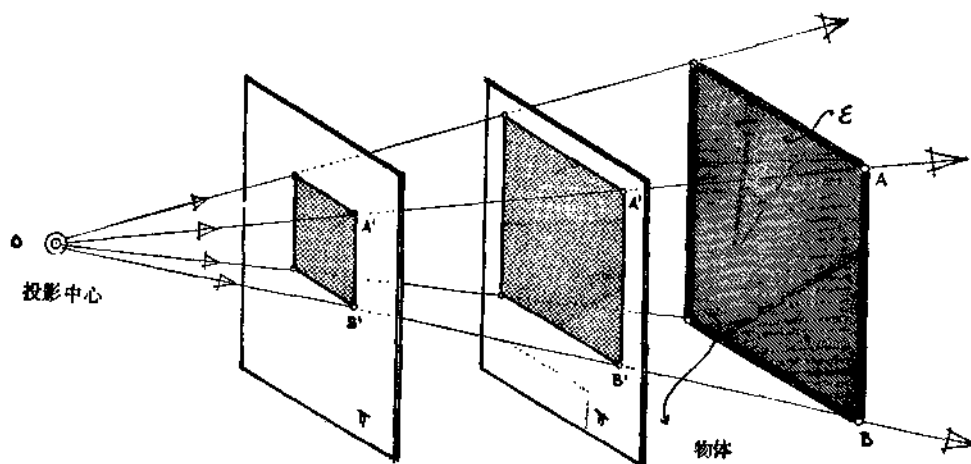
中心投影的应用：

1. 以 O 为视点作物体的透视图。

2. 以 O 为光源作物体在中心光线照射下的阴影图。

将投影面 π 平行移动所得到的投影会放大或缩小。投影中心到物体的距离以及投影面的位置（在物体前或后）也会影响到投影的大小。用中心投影原理画出的图形，比较直观，然而不能准确反映物体的大小尺寸。

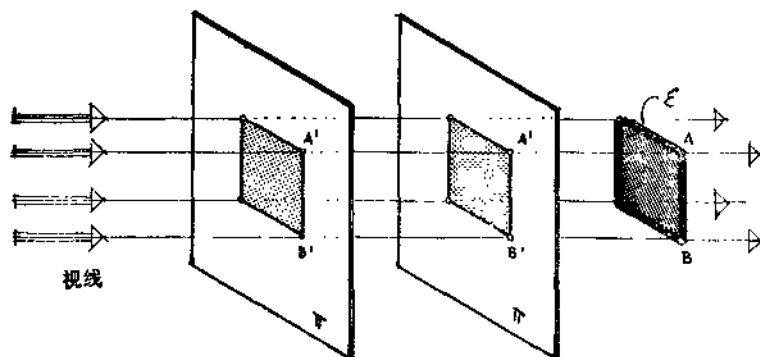
若平面 ε 平行于 π ，则得到相似的图形，且角度、分段比例、线段比例都保持不变。



1.2 平行投影

将视点 O 沿任何方向（不平行于投影面 π ）移至无穷远，其视线（或投射线）成为一束平行线，这样所得到的投影称平行投影。与中心投影相比，平行投影更有利于反映物体的大小尺寸。

若将投影面 π 平行移动，其投影不变。



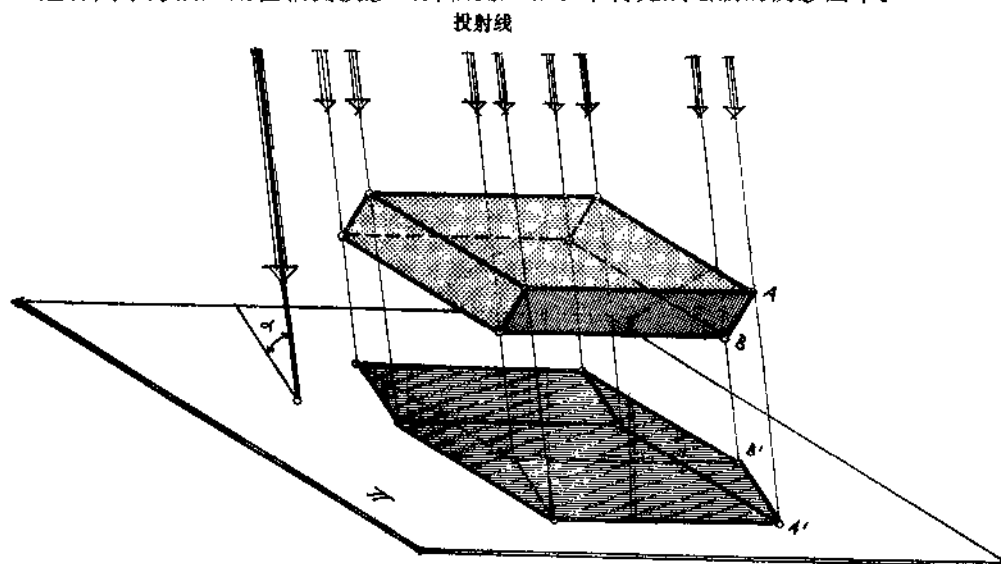
平行投影要区别两种不同情况，它们取决于投射线与投影面 π 的相对位置。如果投影线倾斜于投影面，所得的投影称斜投影；如果投影线垂直于投影面，所得的投影称正投影。正投影是广泛应用于工程界的一种特别重要的图示方法。

如果平面 e 平行于投影面 π ，其投影与平面 e 的形状全等，即所有的几何元素都保持不变。

1.21 斜投影

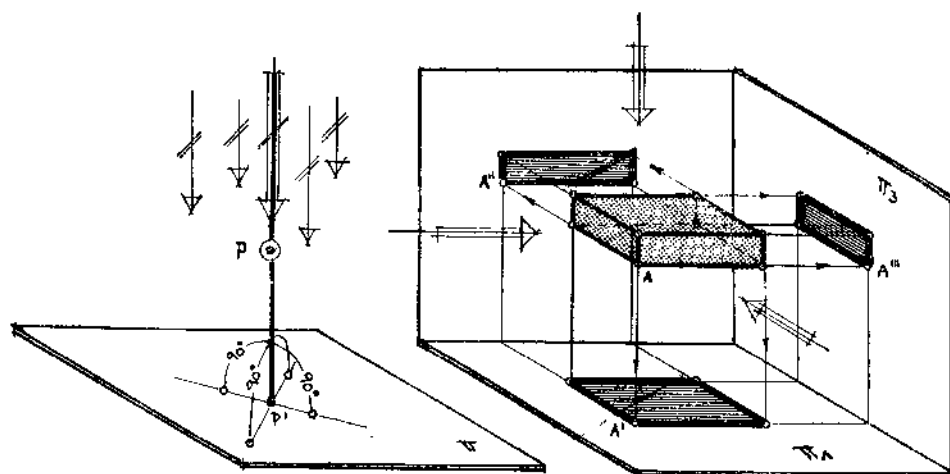
投射线与投影面的倾角为 α ，由于投射线倾斜于物体和投影面，物体在投影面上的投影是一个立体图。物体上互相平行的直线，其投影仍保持平行；物体上平行于投影面 π 的等长线段，其投影仍保持等长关系且反映实长。由于投影线互相平行，所以所得投影图的形状较中心投影正确。

这种图示方法应用在轴测投影（斜轴测）和以平行光线绘制的阴影图中。



1.22 正投影

这种投影方法也称为垂直的或直角的平行投影。这里绘出投射线垂直于投影面 π 的情况。投影面和空间投射线的位置是不起决定作用的，只有投射线和投影面的相对位置才是重要的，这些投射线必须垂直于投影面。



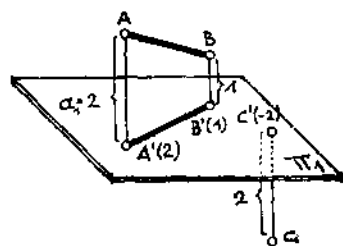
2 正投影分类

2.1 单面正投影（垂直的单面投影）

这种投影方法通常用于标高投影以及其他有关的领域。首先应用于绘制地形图，在每一个空间点的投影旁边标注该点与投影面（大多用水平投影面）的距离，就是该点的标高。若以投影面 π_1 作为基准面，则空间点位于基准面以上为“正”，位于基准面以下为“负”。

$A'(2)$ 为“正”，因为它位于基准面之上。

$C'(-2)$ 为“负”，因为它位于基准面之下。



2.2 两面体系的投影（垂直的两面投影）

物体在两个互相垂直的投影面上进行投影。

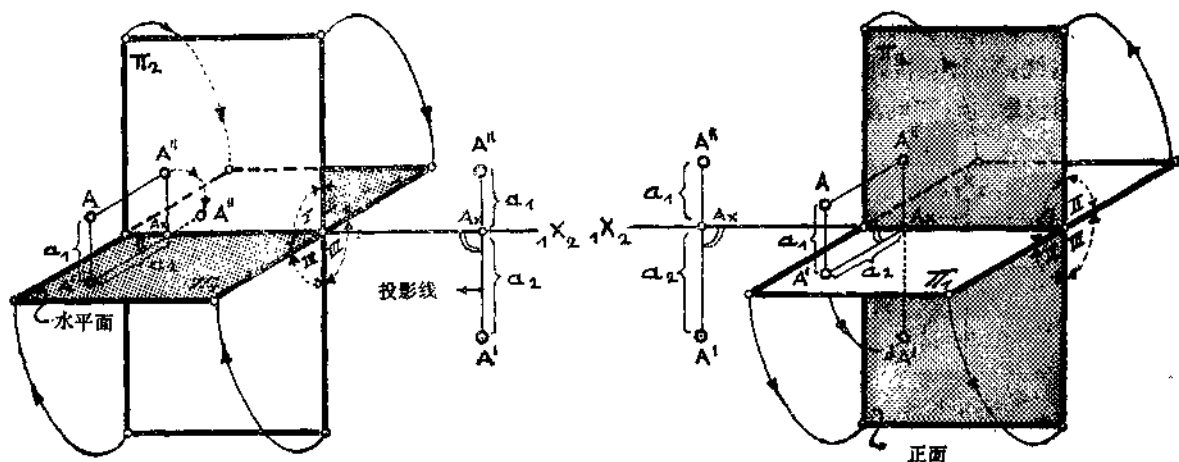
π_1 = 水平面 = 第一投影面

π_2 = 正面 = 第二投影面

两个投影面 π_1 和 π_2 的交线称为投影轴 X_1X_2 。在两面投影中，必须使水平面 π_1 和正面 π_2 展开在一个（图纸）平面上。两个投影面展开重合后的图称为投影图。展开的方法有两种。

2.2.1 正面 π_2 绕投影轴 X_1X_2 旋转到与水平面 π_1 重合

在两面体系展开后的投影图上，空间点A的正面投影与水平投影始终在一条垂直于 X_1X_2 轴的直线上。A点的投影 A' 与 A'' 之间的连线称为投影线。



2.2.2 水平面 π_1 绕投影轴 X_1X_2 旋转到与正面 π_2 重合

A点在 π_1 面上的投影为 (A') ；在 π_2 面上的投影为 (A'') ，这在两种展开方法中是一致的。在水平面 π_1 上所有点的正面（ π_2 ）投影就在 X_1X_2 轴上（ A_x ）；同样，在正面 π_2 上所有点的水平投影也在轴上（ A_x ）。

2.3 六面基本视图

2.3.1 欧洲型的长方六面体（方盒）-“内表面”法（DIN6, Iso方法E）

可设想将物体放置在长方六面体的方盒内，用正投影的方法向六面体内六个内表面（投影面）投影，从而得到六个基本视图。