

郝雨淋 主编

代数 初中

智能 训练



初中代数智能训练

刘尚宽 郝雨淋 许炽雄 段真引 编
常克峰 张慎行 徐松梅 翟淑英

农村读物出版社

1989年·北京

初中代数智能训练

主编 郝雨淋

责任编辑 王伟琨

*

农村读物出版社 出版

北京市燕东印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

787×1092毫米1/32 15.6印张 348千字

1989年1月第1版 1989年1月北京第1次印刷

印数：1—18800 定价：3.60元

ISBN7-5048-0525-4/G·177

目 录

第一章 数的概念

甲组题.....	(1)
一、整数.....	(1)
二、有理数.....	(6)
三、实数.....	(11)
乙组题.....	(18)
提示或答案.....	(23)

第二章 代数式

甲组题.....	(45)
一、整式.....	(45)
二、分式.....	(57)
三、根式.....	(68)
乙组题.....	(79)
提示或答案.....	(88)

第三章 方程

甲组题.....	(152)
一、方程的概念.....	(152)
二、一元一次方程.....	(155)
三、一元二次方程.....	(156)
四、简单的高次方程.....	(167)
五、分式方程.....	(168)
六、无理方程.....	(171)
七、列方程解应用题.....	(175)

乙组题.....	(184)
提示或答案.....	(190)

第四章 方程组

甲组题.....	(262)
一、一次方程组.....	(262)
二、二元一次方程组.....	(269)
三、列方程组解应用题.....	(274)
乙组题.....	(282)
提示或答案.....	(285)

第五章 不等式

甲组题.....	(322)
乙组题.....	(335)
提示或答案.....	(337)

第六章 函数

甲组题.....	(361)
一、平面直角坐标系.....	(364)
二、函数的概念.....	(369)
三、一次函数.....	(382)
四、二次函数.....	(387)
乙组题.....	(408)
提示或答案.....	(414)

第七章 指数与对数

甲组题.....	(458)
一、指数.....	(458)
二、对数.....	(463)
乙组题.....	(472)
提示或答案.....	(475)

第一章 数的概念

甲 组 题

一、整数

1. 填空: .

- (1) 原命题是“末位是0的整数, 可以被5整除”的逆否命题是 () ;
- (2) 绝对值小于100的所有整数的和等于 () ;
绝对值小于100的所有整数的积等于 () ;
- (3) 偶数表示为 () , 奇数表示为 () ;
- (4) 能被4整除的数的特征是 () ;
- (5) 能被2整除的数的特征是 () ;
- (6) 能被3整除的数的特征是 () ;
- (7) 最小的自然数是 () .

计算:

- (1) 37×33 ; (2) 35×35 ;
- (3) 62×68 ; (4) $1117^2 - 1116^2$;
- (5) 34×74 ; (6) 67×47 ;
- (7) 62×91 ; (8) 96×25 ;
- (9) 999×1001 ; (10) $6319 \div 71$.

3. 选择题: *

*本书的选择题都是给出字母代号为(A)、(B)、(C)、(D)等几个答案, 其中只有一个答案是正确的, 试把正确答案的字母代号填入括号内,

(1) 当 n 是大于1的自然数时, $\frac{n(n-1)}{2}$ 是

()

(A) 自然数; (B) 偶数; (C) 奇数;

(D) 分数.

(2) 一个三位数 abc , 能被3整除, 则 ()

(A) c 能被3整除; (B) $a+b+c$ 能被3整除;

(C) $a-b+c$ 能被3整除; (D) c 是3、6、9.

(3) $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 等于 ()

(A) 62500; (B) 1000; (C) 500;

(D) 250; (E) $\frac{1}{2}$.

(4) 如果一个数 $7x5388$ 能够被9整除, 则数码 x 是 ()

(A) 3; (B) 6; (C) 9; (D) 5;

(E) 7.

(5) 下列各数中, 是平方数的是 ()

(A) 121000; (B) 122500; (C) 6250;

(D) 64000; (E) 1440.

(6) 如果 x 与 y 是相邻的正整数, 下述语句哪个错误? ()

(A) x 与 y 的最大公约数是1;

(B) x 与 y 的最小公倍数是 xy ;

(C) x 与 y 的最大公约数是奇数;

(D) x 与 y 的最小公倍数是奇数;

(E) x 与 y 的最小公倍数是偶数.

(7) 当185、250和363除以同一个数，余数分别为1、2、3，这个数的最大值是（ ）

- (A) 6; (B) 12; (C) 10; (D) 9; (E) 8.

(8) 在整数0、1、2、3、4、5、6、7、8、9中，质数的个数为 x ，偶数的个数为 y ，完全平方数的个数为 z ，则 $x+y+z$ 等于（ ）

- (A) 14; (B) 13; (C) 12; (D) 11; (E) 10.

(9) 若五位数2873 a 是11的倍数，则 a 是（ ）

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5.

(10) 小于1985的自然数中，是3的倍数，但不是5的倍数的数的个数是（ ）

- (A) 661; (B) 397; (C) 264; (D) 529.

(E) 以上答案都不对.

(11) 有两个两位数的自然数，它们的最大公约数是6，最小公倍数是90，则这两个自然数的和为（ ）

- (A) 30; (B) 48; (C) 54; (D) 60.

(12) 直角三角形有一条直角边的长是11，另外两边的长也是自然数，那么它的周长是（ ）

- (A) 132; (B) 121; (C) 120;

(D) 以上结果都不对.

(13) 满足等式 $1983 = 1982x - 1981y$ 的一组自然数是（ ）

- (A) $x = 12785, y = 12768;$

(B) $x = 12785$, $y = 12770$;

(C) $x = 11888$, $y = 11893$;

(D) $x = 1947$, $y = 1945$;

4. 十进制数可以写成10的整数次幂之和, 例如, $253 = 2 \times 10^2 + 5 \times 10 + 3$. 试把下面各数表示成上述形式:

(1) 7352;

(2) 与7352的数字顺序相反的数, 即2537 (称2537是7352的反序数);

(3) 千位数字是 a , 百位数字是 b , 十位数字是 c , 个位数字是 d ;

(4) (3) 题中的反序数.

5. 以四位数为例, 证明:

(1) 末位数字是偶数的整数, 一定能被2整除;

(2) 各位数字的和能被3整除的整数, 一定能被3整除;

(3) 末位数字是5或0的整数, 一定能被5整除;

(4) 从个位起, 奇数位上的数字之和减去偶数位上的数字之和, 若差是11的倍数, 这个数一定能被11整除.

6. 若五位数7328 a 是: (1) 2的倍数; (2) 3的倍数;

(3) 5的倍数; (4) 11的倍数.

求 a .

7. 证明:

(1) 相邻两个奇数的和能被4整除;

(2) 相邻两个偶数的和能被2整除, 但不能被4整除;

- (3) 两个相邻的自然数之积能被2整除;
- (4) 三个相邻的自然数之积能被6整除;
- (5) 三个相邻的自然数之和能被3整除.

8. 证明:

- (1) 奇数与偶数之和是奇数;
- (2) 两奇数之和是偶数;
- (3) 任何奇数的平方减1能被8整除.

9. (1) 求下列各式的值, 并观察它们有什么规律:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1,$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1,$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1,$$

$$4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1,$$

(2) 证明: 四个连续自然数的积与1的和必为某一自然数的平方.

10. (1) 用数字0、5、7可以组成多少个大于100的自然数?

(2) 计算这些数的和, 并证明它们的和能够被211整除;

(3) 若 a 、 b 是小于10的正整数, 试用0、 a 、 b 写出大于100的数, 并证明这些数的和能够被211整除.

11. (1) 所有的整数, 按被3除所剩的余数来分类, 可以分几组? 怎样表示?

(2) 证明: 如果两个自然数除以3都余1, 那么它们的积除以3也余1;

(3) 反过来, 如果两个自然数的积除以3余1, 那么这两个自然数除以3也都余1, 对吗? 举例说明.

12. (1) 找出40的所有约数, 并且按照从小到大的顺序

写出来,

(2) 在这一列数中, 每次从两端各取出一数相乘, 所得的积相等吗?

(3) 对任何自然数都有这一性质吗?

13. (1) 1512乘以整数 a , 得到一个平方数, 求最小的 a 和这个平方数;

(2) 若 $\sqrt{1962a}$ 是整数, 求得小的正整数 a .

14. (1) 求12、18、36、48的最大公约数和最小公倍数;

(2) 求用32、36、48去除时, 都余15的最小的自然数.

15. (1) 长方形的地面长240厘米, 宽156厘米, 想用正方形的花砖把地铺满. 问这种砖的最大尺寸是多少? 需要多少块这种砖把地铺满?

(2) 甲、乙两个齿轮互相咬合, 甲有35齿, 乙有40齿, 从甲的某齿与乙的某齿相接触算起, 至少各转多少圈后, 这两个齿再相接触?

二、有理数

16. 判断题:

(1) 有理数中有最小的数; ()

(2) 有理数中有绝对值最小的数; ()

(3) 零是整数中最小的数; ()

(4) 零是自然数中最小的数; ()

(5) 对于任意有理数 a , $a^2 > 0$; ()

(6) 如 $a \neq 0$, $b \neq 0$, 能判断 $a + b \neq 0$. ()

17. 填空:

(1) 一个数的绝对值比它本身大，则这个数是 () ；

(2) 绝对值等于本身的数是 () ；

(3) ab 为有理数， A 为无理数，则当 () 时，代数式 $aA + b$ 的值是有理数，当 () 时是无理数；

(4) 若 $a < \frac{1}{a}$ ，则 a 为 () ，若 $a > \frac{1}{a}$ ，则 () ，

若 $a = \frac{1}{a}$ ，则 () ；

(5) 若 $\frac{|x|}{x} = 1$ ，则 x 为 () ，若 $\frac{|x|}{x} = -1$ ，则 x 为 () ；

(6) p 、 q 是 () 数时，形如 $\frac{p}{q}$ 的数是有理数；

$$(7) \frac{\sqrt[7]{8 \times 3^7 + 5 \times 9^7}}{\sqrt[7]{8 \times 2^7 + 5 \times 6^7}} = () ;$$

$$(8) \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} = () ;$$

$$(9) 1 + \left\{ 1 - \left[1 \frac{2}{3} - \left(4 \frac{1}{2} - 1 \frac{2}{3} \right) + 3 \frac{1}{2} \right] \times \left(-5 \frac{1}{5} \right) \right\} = () ;$$

$$(10) \left| -7 - 4 \right| - (-11) + \left| 10 \div (-15) \right| + \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right| + \left| \frac{1}{5} \right| = () ;$$

$$(11) \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-6\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{4}{13} - (-2)^4 \\ \div \left[(-2)^3 + 2\right] = (\quad).$$

18. 选择题:

- (1) 用 $-a$ 表示的数是 ()
 (A) 一定是负数; (B) 一定是零;
 (C) 一定是非负数; (D) 以上皆不对.
 (2) 一个数等于它的倒数的四倍, 这个数是 ()
 (A) 2; (B) 1; (C) $\frac{1}{2}$; (D)

2或-2.

(3) 某城市的居民1971年增加12%, 1972年增加15%, 这两年里增加的百分数是 ()

- (A) 27%; (B) 26.4%; (C) 27.5%;
 (D) 28.8%; (E) 29.1%.

(4) 三条线段分别长为 $3\frac{1}{2}$ 尺、 $4\frac{2}{3}$ 尺、 $5\frac{1}{4}$

尺, 如果把它们截成相同长度的线段, 那么所分线段的最小数目是 ()

- (A) 12; (B) 17; (C) 23; (D)
 234; (E) 172.

(5) 用三个有效数字表示1.034827为 ()

- (A) 1.0348; (B) 1.03; (C) 1.035;
 (D) 1.04; (E) 1.00.

(6) 在比例尺为1:100,000的地图上两地的距离为113.8cm, 则两地水平距离的公里数是(保留两位有效数字) ()

(A) 11, (B) 12, (C) 110, (D) 120, (E) 1100.

(7) 一个班有30个学生, 其中18人是15岁, 9人是16岁, 3人是17岁, 这个班的平均年龄是几岁? ()

(A) 15, (B) 15.5, (C) 16, (D) 16.5, (E) 17.

(8) 如果A比B多20%而B比C多20%, 那么A比C多 ()

(A) 20%, (B) 36%, (C) 40%, (D) 44%, (E) 48%.

(9) 若 $\frac{n+8}{17}$ 是真分数, 则 n 可取的自然数个数是 ()

(A) 8, (B) 7, (C) 6, (D) 5.

19. 计算:

$$(1) 1 \div (-1) + 0 \div 35 = (-42) \times (-1);$$

$$(2) \frac{-(-1)^2(-1)^5}{(-1)^9},$$

$$(3) -39 \times (-0.2)^2 - (-3.44 - 6\frac{1}{5}) + (-2) \div 10;$$

$$(4) -1 - \left[1 - (1 - 0.5 \times \frac{1}{3}) \right] \times \left[3 - (-3)^2 \right];$$

$$(5) -3^2 \times 1.2^2 \div (-0.3)^3 - (-\frac{1}{3})^2 \times (-3)^3;$$

$$(6) -7.6 + 2.3 \times \sqrt[3]{-27} - (0.1 - 7) \div |0.77 - 1|.$$

20. 用简便方法计算, 并指明运用的是哪个运算律.

$$(1) \quad 0.47 - \left(4\frac{2}{3} - 0.53\right) - 1\frac{1}{3},$$

$$(2) \quad (-2)^3 \times 37 \times \frac{1}{8},$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{2} - 3 - \frac{5}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right) \times 36.$$

21. 从甲、乙两批食品罐头中，各抽样品20听，检查质量，超过标准的部分用正数表示，不足的部分用负数表示，记录如下表：

批 号	甲						乙					
与标准重量的偏差 (单位：克)	-10	-5	0	+5	+10	+15	-10	-5	0	+5	+10	+15
听 数	1	2	4	7	5	1	0	2	6	9	3	0

求甲批样品比乙批样品平均每听重（或轻）多少克？

22. 某检修小组乘坐一辆汽车沿公路检修线路，约定前进为正，后退为负。某天从A地出发到收工时，所求的路程（单位：公里）为：

$$+15, -2, +5, -1, +10, -3, -2,$$

$$+12, +4, -5, +6.$$

问收工时距A地多远？若每公里耗油 a 升，问从出发到收工共耗油多少升？

23. 物体的线胀公式是 $l_t = l_0(1 + \alpha t)$ 。某钢桥在 0°C 时的长度是400米，求温度从 -20°C 上升到 $+40^\circ\text{C}$ 时，这座钢桥伸长了多少（钢的膨胀系数 $\alpha = 0.000011/\text{度}$ ）？

24. (1) 若两个数互为倒数，那么它们的和的倒数与它们

的倒数的和也互为倒数；

(2) 二数之积的相反数与这二数相反数之积互为相反数。

三、实数

25. 判断题：

(1) $2a$ 是一个偶数； ()

(2) 无限小数是无理数； ()

(3) 若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = b$ ； ()

(4) 若 $a > b$ ，则 $|a| > |b|$ ； ()

(5) $-a$ 是一个负数； ()

(6) $|a - b| = |b - a|$ ； ()

(7) 若 $|x| > |y|$ ，则 x 一定大于 y ； ()

(8) $x - |x| = 0$ ； ()

(9) 所有有理数的平方都是正数； ()

(10) 两个相反数的绝对值相等； ()

(11) 两数的相反数相等，那么这两数也相等； ()

(12) 两个数不相等，这两个数的绝对值也不等； ()

(13) 在实数中没有绝对值最小的数。 ()

26. 填空：

(1) $(-2)^2 - (2^2) - \sqrt{(-2)^2} = ()$ ；

(2) 在数轴原点左边有两点 A 、 B 分别表示实数 a 、 b ，且 $|a| > |b|$ ，则 $|a - b| = ()$ ， $\sqrt{(a + b)^2} = ()$ ；

(3) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的相反数是 $()$ ，它的倒数是 $()$ ，它的有理化因式是 $()$ ；

- (4) $18\frac{7}{9}$ 的平方根是 (), 125 的立方根是 ();
- (5) () 叫无理数;
- (6) 规定了 ()、() 和 () 的直线叫数轴;
- (7) 当 () 时, $-a$ 为正数, 当 () 时, $-a$ 为 0, 当 () 时, $-a$ 为负数;
- (8) 实数包括 () 数和 () 数;
- (9) 已知 $\sqrt{1.72} = 1.311$, $\sqrt{17.2} = 4.147$, 则 $\sqrt{0.00172} = ()$;
- (10) $\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{8}} - \sqrt{18} - \sqrt{80} + \frac{4}{\sqrt{2}} + 4\sqrt{5} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{7+\sqrt{48}} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = ()$;
- (11) $(3\sqrt{5} + 5\sqrt{3})^2 \cdot (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2 = ()$;
- (12) 一个数的相反数是它本身, 这个数是 (), 一个数的倒数是它本身, 这个数是 (), 一个数的绝对值是它本身, 这个数是 ();
- (13) 一个数的相反数比它本身大, 这个数一定是 ();
- (14) 一个数的平方是它的相反数, 这个数是 ();
- (15) 互为相反数的两数之和是 (), 互为倒数的两数之积是 ();
- (16) 绝对值最小的数是 () .