

同济考研数学辅导丛书

TONGJIAI KAOYAN SHUXUE FUDAO CONGSHU

考研数学 速记手册

理工类

徐 辉 陈光曙 戴立辉 编著

- 记忆是理解的基础，理解是记忆的扩延。不记住最起码的知识，则既不能理解，也不能应用，更无从奢谈解题智慧。学好考研数学，要理解，更要记忆。
- 本书由长期从事考研数学辅导的一线教师编写，基于考试大纲，完全包含考试大纲，但深于大纲，强于大纲，超越大纲。
- 在深入研究诸知识点相互关系和认知规律的基础上，给出十分合理的体系安排和知识点出场顺序，尤其适合考生理解、记忆和背诵。
- 一册在手，随时翻阅，考研数学难点、重点、应试要点便可轻松掌握。

同济大学出版社

同 济 考 研 数 学 辅 导 丛 书
TONGCHAI KAOYAN SHUXUE FUDAO CONGSHU

考研数学速记手册

(理工类)

徐 辉 陈光曙 戴立辉 编著

同济大学出版社

内 容 简 介

本书根据教育部制订的最新全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲(数学一、数学二)编写,并适当加入超纲考试内容,全面而系统地梳理和讲解考研数学涉及的高等数学、线性代数、概率论与数理统计三门课程的应试内容和应记知识点,并给出记忆重点、学习难点及应考要点。本书作者会同多位长期从事考研数学辅导的一线教师,在认真、深入地研究这些内容的相互关系和认知规律、学习技巧的基础上,给出十分合理的体系安排和知识点出场顺序,尤其适合考生理解、记忆和背诵。

本书(理工类)适合应考数学一和数学二的考生学习使用。同时,也适合学习高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程的新生使用,也适合已经大学毕业但想时常温习大学数学知识点的理工科人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

考研数学速记手册. 理工类/徐辉,陈光曙,戴立辉编著.
—上海:同济大学出版社,2005.6
(同济考研数学辅导丛书)
ISBN 7-5608-3037-4

I. 考… II. ①徐… ②陈… ③戴… III. 高等数学—
研究生—入学考试—自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 040133 号

同济考研数学辅导丛书

考研数学速记手册(理工类)

徐 辉 陈光曙 戴立辉 编著

责任编辑 曹 建 责任校对 徐春莲 封面设计 李志云

出 版	行	同济大学出版社
		(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65983475)
经 销	刷	全国各地新华书店
印 刷	本	同济大学印刷厂印刷
开 本	张	787mm×960mm 1/32
印 张	数	11.75
字 数	数	235000
印 数	次	1—4100
版 次	号	2005 年 6 月第 1 版 2005 年 6 月第 1 次印刷
书 号	价	ISBN 7-5608-3037-4/O·269
定 价		20.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换

前 言

在教育界普遍有一种观点,那就是学好数学需要学生加强对数学知识的理解.这种观点无疑是正确的,然而,联系我国目前绝大多数高等院校数学教学的实际情况,并总结我们多年从事大学数学教学和考研数学辅导的经验,我们认为这种观点虽然正确,但并不全面,在一定程度上甚至会误导学生,尤其是那些为了考研而复习数学的学生.

坦率地讲,目前我国绝大多数高校非数学类专业的数学课程的教学时数明显不足,许多学校都在纷纷压缩数学课程的教学课时.广大学生需要在十分有限的学时内学习完高等数学、线性代数、概率论与数理统计等颇有难度的数学课程,学生们或者根本无法全部理解所学的数学知识,或者虽能理解但却无法把所学的知识真正融会贯通、了然于胸.在应对不受章节体系拘束且乐于综合考查出题的研究生入学数学考试时,更是让很多学生倍感力不从心.应当说,在全国硕士研究生入学统一考试的数学考试中取得较好的成绩,并不是一件十分轻松的事情.具体的原因当然有很多,但其中非常重要的原因之一就是这一考试涉及的知识点实在繁多且所需解题技巧着实复杂,考生对所考知识非“烂熟于胸”而无能从容处之,仅仅做到理解是很不够的.

我们认为,记忆是理解的基础,理解是记忆的扩延.不记住最起码的知识,则既不能理解,也不能应用,更无从奢谈解题智慧.学好考研数学,要理解,更要记忆.

基于此,我们在近几年的考研数学辅导中,重点向广大考生推荐了这种思想和复习方法,让他们在复习中有意识、系统地记忆和背诵应考知识点,包括各种定义、定理、公式、函数等.几乎所有的学生在实施这种方法一段时间以后,都明显地感觉到自己的数学基础有了大幅度的提高,解题能力也很有长进,最后基本上都取得了出乎意料的好成绩.几年来的辅导实践表明,加强记忆并以记忆促理解的方法是十分有效的考研数学复习方法,可以在短时间内帮助考生夯实数学基础,融会贯通数

学知识,灵活掌握解题方法和应试技巧。

为了让更多的学生受益于这种学习方法,我们认真研究和分析了数学考试大纲,在分拆和归并知识点的基础上深入研究了诸知识点的相互关系和认知规律,按照十分合理的体系安排和知识点出场顺序编写了本书,并增加了一些扩充解题能力的超纲内容。

本书便于考生快速翻阅、查找和背诵,是考研学生复习数学知识的实用而必备的手册。不仅能够有效地帮助大家学习和记忆各知识要点,提高复习效果,而且还便于考生携带,是名副其实的口袋书和行走读物。一册在手,随时翻阅,常阅常记,常温常新,考研数学的难点、重点和应试要点便可轻松掌握,并最终达到“烂熟于胸”的境界。

本书(理工类)适合应考数学一和数学二的考生复习使用。为便于大家识别知识点类型,我们使用单星号(*)和双星号(**)对有关知识点作了标识:单星号(*)标识的是数学二的超纲内容(但属于数学一的大纲内容),双星号(**)标识的是数学一和数学二的超纲内容。

本书在正式出版之前已作为内部资料在几届考研辅导班中使用,每次使用都订正了若干错误和不当之处,但限于作者水平,加之付梓仓促,虽经多次审阅、校讎,错、漏和不当之处在所难免,恳请专家、同行和广大读者不吝赐正(来信请发电子邮件至 coauthor@163.com)。

作 者

2005年5月

目 录

前 言

第 1 部分 高等数学 (1)

第 1 章 函数、极限与连续 (3)

1.1 常用基础公式、函数及函数性质 (4)

1.1.1 常用代数公式 (4)

1.1.2 常用三角公式 (6)

1.1.3 基本初等函数的图形与其主要性质 (7)

1.1.4 双曲函数及其反函数 (7)

1.1.5 常见的经济函数 (16)

1.2 函 数 (16)

1.2.1 集合、常量与变量 (16)

1.2.2 函数概念 (18)

1.2.3 函数的性质与类型 (19)

1.2.4 函数的作图 (21)

1.3 极 限 (23)

1.3.1 数列的极限 (23)

1.3.2 函数的极限 (26)

1.4 连 续 (33)

1.4.1 函数的连续性 (33)

1.4.2 函数的间断点 (34)

1.4.3 初等函数的连续性 (35)

1.4.4 闭区间上连续函数的性质 (36)

1.4.5 函数的一致连续性 (37)

第 2 章 一元函数微分学 (38)

2.1 导数及其求法 (39)

2.1.1 导数与导函数的概念 (39)

2.1.2 不可导的几种情形 (40)

2.1.3	可导与连续的关系	(40)
2.1.4	导数的几何意义与平面曲线的切线、法线方程	(41)
2.1.5	导数的物理意义与相关变化率	(41)
2.1.6	导数的求法	(42)
2.2	高阶导数及其求法	(44)
2.2.1	高阶导数	(44)
2.2.2	基本公式	(45)
2.2.3	莱布尼兹公式	(45)
2.2.4	高阶导数题型	(46)
2.3	微分及其应用	(46)
2.3.1	微分的概念	(46)
2.3.2	微分的几何意义	(47)
2.3.3	基本初等函数的微分公式与微分运算法则	(48)
2.3.4	微分的应用	(50)
2.4	中值定理及其应用	(51)
2.4.1	微分学基本定理	(51)
2.4.2	洛必达法则	(53)
2.4.3	中值定理应用	(55)
2.5	导数的应用	(57)
2.5.1	函数单调性的判定法	(57)
2.5.2	函数的极值及其求法	(57)
2.5.3	最大值、最小值问题	(59)
2.5.4	曲线的凹凸、拐点与渐近线	(60)
2.5.5	函数图形的描绘	(61)
2.5.6	曲率	(62)
** 2.5.7	方程的近似解	(65)
** 2.5.8	导数在经济中的应用	(66)
** 2.5.9	函数极值在经济管理中的应用	(68)
第3章	一元函数积分学	(71)
3.1	不定积分	(71)

3.1.1	不定积分的概念与性质	(71)
3.1.2	基本积分方法	(74)
3.1.3	几种特殊类型函数的积分	(79)
3.2	定积分	(81)
3.2.1	定积分的概念与性质	(81)
3.2.2	微积分基本公式	(84)
3.2.3	定积分的计算方法	(85)
* 3.2.4	定积分的近似计算	(86)
3.3	定积分的应用	(87)
3.3.1	元素法	(87)
3.3.2	几何应用	(88)
3.3.3	定积分在物理和力学上的应用	(91)
3.3.4	经济问题	(92)
3.3.5	平均值与均方根	(92)
3.4	广义积分	(92)
3.4.1	两类广义积分的定义	(92)
3.4.2	广义积分的审敛法	(94)
3.4.3	广义积分的求值	(96)
3.4.4	Γ 函数	(96)
第4章	向量代数和空间解析几何	(97)
4.1	向量代数	(98)
4.1.1	向量及其加减法 向量与数的乘法	(98)
4.1.2	向量在轴上的投影	(100)
4.1.3	向量方向余弦的坐标表示式	(101)
4.1.4	数量积、向量积与混合积	(102)
4.2	空间解析几何	(104)
4.2.1	空间直角坐标系及空间两点间的距离	(104)
4.2.2	曲面及其方程 二次曲面	(105)
4.2.3	空间曲线及其方程	(108)
4.2.4	平面及其方程	(110)
4.2.5	空间直线及其方程	(112)
第5章	多元函数微分学	(114)

5.1	多元函数的概念、极限与连续性	(115)
5.1.1	区域及有关概念	(115)
5.1.2	多元函数概念	(116)
5.1.3	多元函数的极限	(116)
5.1.4	多元函数的连续性	(117)
5.2	偏导数与全微分	(119)
5.2.1	偏导数及其计算法	(119)
5.2.2	高阶偏导数	(120)
* 5.2.3	偏导数在经济学中的应用	(121)
5.2.4	全微分	(124)
5.2.5	多元复合函数的求导法则	(125)
5.2.6	隐函数的求导公式	(127)
* 5.3	微分法在几何上的应用	(129)
5.3.1	空间曲线的切线与法平面	(129)
5.3.2	曲面的切平面与法线	(130)
5.3.3	方向导数与梯度	(131)
5.4	多元函数的极值及其求法	(134)
5.4.1	无条件极值	(134)
5.4.2	条件极值 拉格朗日乘数法	(135)
5.4.3	函数的最大值和最小值	(136)
* 5.5	泰勒公式与最小二乘法	(136)
5.5.1	二元函数的泰勒公式	(136)
5.5.2	最小二乘法	(138)
第6章	多元函数积分学	(140)
6.1	二重积分	(141)
6.1.1	二重积分的概念与性质	(141)
6.1.2	二重积分的计算	(143)
6.1.3	二重积分的应用	(146)
* 6.2	三重积分	(149)
6.2.1	三重积分的概念与性质	(149)
6.2.2	三重积分的计算	(150)
6.2.3	三重积分的应用	(155)

** 6.3 含参变量的积分	(156)
6.3.1 概念	(156)
6.3.2 性质	(157)
* 6.4 曲线积分	(158)
6.4.1 对弧长的曲线积分	(158)
6.4.2 对坐标的曲线积分	(160)
6.4.3 两类曲线积分之间的联系	(162)
6.4.4 格林公式及其应用	(163)
* 6.5 曲面积分	(165)
6.5.1 对面积的曲面积分	(165)
6.5.2 对坐标的曲面积分	(167)
6.5.3 两类曲面积分之间的联系	(169)
6.5.4 高斯公式 通量与散度	(170)
6.5.5 斯托克斯公式 环流量与旋度	(173)
** 6.5.6 向量微分算子	(176)
* 第7章 无穷级数	(177)
7.1 常数项级数	(178)
7.1.1 基本概念	(178)
7.1.2 收敛级数的基本性质	(178)
** 7.1.3 柯西审敛原理	(179)
7.1.4 常数项级数的判别法	(180)
7.1.5 常数项级数的求和	(184)
7.2 幂级数	(185)
7.2.1 函数项级数与幂级数的概念	(185)
7.2.2 幂级数的收敛性、运算及和函数性质	(186)
7.2.3 函数展开成幂级数	(188)
** 7.2.4 函数的幂级数展开式的应用	(191)
** 7.2.5 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的 基本性质	(193)
7.3 傅里叶级数	(194)
7.3.1 傅里叶级数	(194)
7.3.2 正弦级数和余弦级数	(196)

7.3.3	周期为 $2l$ 的周期函数的傅里叶级数	(197)
7.3.4	非周期函数在有限区间上展开为傅里叶级数	(198)
** 7.3.5	傅里叶级数的复数形式	(199)
第8章	常微分方程	(200)
8.1	基本概念	(200)
8.2	一阶微分方程	(201)
8.2.1	变量可分离的微分方程	(201)
8.2.2	齐次方程	(202)
8.2.3	一阶线性微分方程	(203)
* 8.2.4	全微分方程	(204)
** 8.2.5	欧拉-柯西近似法	(205)
8.3	可降阶的高阶微分方程	(206)
8.3.1	$y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程	(206)
8.3.2	$y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	(207)
8.3.3	$y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	(207)
8.4	高阶线性微分方程	(207)
8.4.1	基本概念	(207)
8.4.2	线性微分方程的解的结构	(208)
** 8.4.3	常数变易法	(209)
8.4.4	二阶与 n 阶常系数齐次线性微分方程	(210)
8.4.5	二阶与 n 阶常系数非齐次线性微分方程	(212)
* 8.4.6	欧拉方程	(213)
** 8.5	微分方程的幂级数解法	(214)
** 8.6	常系数线性微分方程组	(215)
第2部分	线性代数	(217)
第9章	行列式	(219)
9.1	行列式的定义	(219)
9.1.1	排列、逆序与对换	(219)
9.1.2	n 阶行列式	(220)
9.2	行列式的性质与计算	(221)
9.2.1	行列式的性质	(221)

9.2.2	行列式按行(列)展开定理	(222)
9.2.3	拉普拉斯展开定理及其应用特例	(223)
9.2.4	行列式的计算	(224)
第10章	矩 阵	(226)
10.1	矩阵及其运算	(226)
10.1.1	矩 阵	(226)
10.1.2	矩阵的运算	(228)
10.2	矩阵的秩与矩阵的初等变换	(230)
10.2.1	矩阵的秩及其求法	(230)
10.2.2	矩阵的初等变换	(231)
10.2.3	等价矩阵	(231)
10.2.4	初等矩阵	(231)
10.3	逆矩阵	(233)
10.3.1	逆矩阵的定义	(233)
10.3.2	逆矩阵的性质	(233)
10.3.3	矩阵可逆的充要条件	(233)
10.3.4	伴随矩阵	(234)
10.3.5	逆矩阵的求法	(234)
* 10.4	矩阵的分块	(236)
10.4.1	分块矩阵的定义	(236)
10.4.2	分块矩阵的运算规则	(236)
10.4.3	利用分块矩阵求逆矩阵	(237)
10.4.4	分块初等矩阵和分块矩阵的初等变换 ...	(238)
第11章	向 量	(239)
11.1	n 维向量	(239)
11.1.1	n 维向量的定义	(239)
11.1.2	向量的运算	(240)
11.2	向量间的线性关系	(241)
11.2.1	线性组合与线性表示	(241)
11.2.2	线性相关与线性无关	(241)
11.3	向量组的秩和矩阵的秩	(243)
11.3.1	极大线性无关组	(243)

11.3.2	向量组的等价性	(243)
11.3.3	向量组的秩	(243)
11.3.4	矩阵的秩	(244)
* 11.4	向量空间	(244)
11.4.1	基本概念	(244)
11.4.2	基变换与坐标变换	(245)
11.4.3	判定与求解方法	(246)
11.4.4	向量的内积	(247)
11.4.5	标准正交基和正交矩阵	(248)
第 12 章	线性方程组	(250)
12.1	消元法	(250)
12.1.1	线性方程组的基本概念	(250)
* 12.1.2	线性方程组的初等变换及有解条件	(251)
* 12.1.3	消元法	(252)
12.2	线性方程组解的讨论	(253)
12.2.1	线性方程组解的判定	(253)
12.2.2	非齐次与齐次线性方程组解的关系	(253)
12.2.3	线性方程组解的性质	(254)
12.3	线性方程组解的结构	(254)
12.3.1	基础解系、通解及解空间	(254)
12.3.2	齐次线性方程组解的结构	(256)
12.3.3	非齐次线性方程组解的结构	(256)
12.4	克莱姆法则与线性方程组的一般求法	(257)
12.4.1	克莱姆法则及推论	(257)
12.4.2	线性方程组解的求法	(257)
第 13 章	矩阵的特征值和特征向量	(259)
13.1	特征值和特征向量	(259)
13.1.1	基本概念	(259)
13.1.2	主要性质	(260)
13.1.3	求解方法	(260)
13.1.4	特征多项式的性质	(261)
13.1.5	相似矩阵	(261)

13.2 矩阵相似对角化的条件	(262)
13.2.1 可相似对角化的概念与条件	(262)
13.2.2 矩阵可对角化的判断	(263)
13.3 实对称矩阵及其相似对角化	(264)
13.3.1 基本性质	(264)
13.3.2 实对称矩阵的相似对角化方法	(264)
*第 14 章 二次型	(265)
14.1 二次型及其矩阵表示	(265)
14.1.1 二次型的概念	(265)
14.1.2 二次线性与对称矩阵	(266)
14.1.3 合同矩阵	(266)
14.2 化二次型为标准形和规范形	(267)
14.2.1 二次型的标准形和规范形	(267)
14.2.2 化二次型为标准形的方法	(267)
14.2.3 化二次型为规范形的方法	(269)
14.2.4 惯性定理	(269)
14.3 正定二次型	(269)
14.3.1 概念	(269)
14.3.2 判别法	(270)
14.3.3 正定矩阵的性质	(270)
*第 3 部分 概率论与数理统计	(273)
第 15 章 随机事件和概率	(275)
15.1 随机事件及其运算	(275)
15.1.1 随机事件与样本空间	(275)
15.1.2 事件的关系	(276)
15.1.3 事件的运算	(277)
15.2 事件的概率及其性质	(279)
15.2.1 频率及其稳定性	(279)
15.2.2 概率的定义	(279)
15.2.3 概率的性质	(280)
15.3 概率的计算	(280)
15.3.1 加法与乘法原理 排列与组合	(280)

15.3.2	古典型概率	(282)
15.3.3	几何型概率	(282)
15.3.4	条件概率	(282)
15.4	独立试验序列模型	(284)
15.4.1	独立试验序列模型	(284)
15.4.2	事件的独立性	(284)
** 15.4.3	贝努利模型	(285)
第 16 章	随机变量及其概率分布	(286)
16.1	随机变量及其分布函数	(286)
16.1.1	随机变量	(286)
16.1.2	随机变量的分布函数	(287)
16.1.3	随机变量的概率分布	(287)
16.2	离散型随机变量及其分布律	(288)
16.2.1	基本概念	(288)
16.2.2	分布函数	(288)
16.2.3	概率函数与分布函数及事件概率的关系	(288)
16.2.4	常见离散型随机变量的概率分布	(289)
16.2.5	泊松定理	(290)
16.2.6	离散型随机变量分布律的求法	(291)
** 16.2.7	二项分布与泊松分布的应用	(291)
16.3	连续型随机变量及其概率密度函数	(292)
16.3.1	基本概念与性质	(292)
16.3.2	概率密度与分布函数及事件概率的关系	(293)
16.3.3	常见连续型随机变量的概率分布	(294)
16.3.4	指数分布与正态分布的应用	(296)
16.4	随机变量函数及其分布	(297)
16.4.1	基本概念	(297)
16.4.2	离散型随机变量函数的分布律	(298)
16.4.3	连续随机变量函数的概率密度函数	(298)

第 17 章	二维随机变量及其概率分布	(299)
17.1	二维随机变量及其分布函数	(299)
17.1.1	二维随机变量	(299)
17.1.2	二维随机变量的分布函数	(299)
17.1.3	边缘分布函数	(300)
17.2	二维离散型随机变量及其分布律	(300)
17.2.1	二维离散型随机变量	(300)
17.2.2	分布律	(300)
17.2.3	边缘分布律	(301)
17.2.4	分布律与分布函数的关系	(301)
17.3	二维连续型随机变量及其分布律	(302)
17.3.1	二维连续型随机变量	(302)
17.3.2	概率密度的性质	(302)
17.3.3	边缘密度函数	(302)
17.4	条件分布	(303)
17.4.1	离散型随机变量的条件分布律	(303)
17.4.2	连续型随机变量的条件分布律	(303)
17.5	二维随机变量的独立性	(304)
17.5.1	独立性	(304)
17.5.2	独立的充分必要条件	(304)
17.6	二维随机变量函数的分布	(304)
17.6.1	基本概念	(304)
17.6.2	$Z=X+Y$ 的分布	(305)
17.6.3	$Z=X^2+Y^2$ 的分布	(305)
17.6.4	$M=\max(X,Y)$ 及 $N=\min(X,Y)$ 的分布	(306)
17.7	常见的二维概率分布	(306)
17.7.1	二维 0-1 分布	(306)
17.7.2	二维均匀分布	(306)
17.7.3	二维正态分布	(306)
第 18 章	随机变量的数字特征	(308)
18.1	随机变量的数学期望与方差	(308)

18.1.1	随机变量的数学期望	(308)
18.1.2	随机变量的方差与标准差	(309)
18.1.3	常用分布的数学期望与方差	(310)
18.2	协方差、相关系数和矩	(312)
18.2.1	协方差	(312)
18.2.2	相关系数	(312)
18.2.3	独立性与不相关性	(313)
18.2.4	矩	(314)
18.3	随机变量函数的数学期望与方差	(314)
18.3.1	随机变量函数的数学期望	(314)
18.3.2	随机变量函数的方差	(315)
第 19 章	大数定律和中心极限定理	(317)
19.1	随机序列的收敛性及切比雪夫不等式	(317)
19.1.1	分布函数的弱收敛	(317)
19.1.2	随机变量的收敛性	(317)
19.1.3	切比雪夫不等式与马尔科夫不等式	(318)
19.2	大数定律	(319)
19.2.1	定义	(319)
19.2.2	常用的大数定律	(320)
19.2.3	柯尔莫哥洛夫定理及判别法	(321)
19.3	中心极限定理	(321)
19.3.1	定义	(321)
19.3.2	常见的中心极限定理	(322)
第 20 章	数理统计的基本概念与抽样分布	(325)
20.1	数理统计的基本概念	(325)
20.1.1	总体与样本	(325)
20.1.2	统计量	(326)
20.1.3	顺序统计量	(326)
20.1.4	经验分布函数与抽样分布	(327)
20.2	常用的抽样分布	(327)
20.2.1	样本均值的分布	(327)
20.2.2	χ^2 分布	(328)