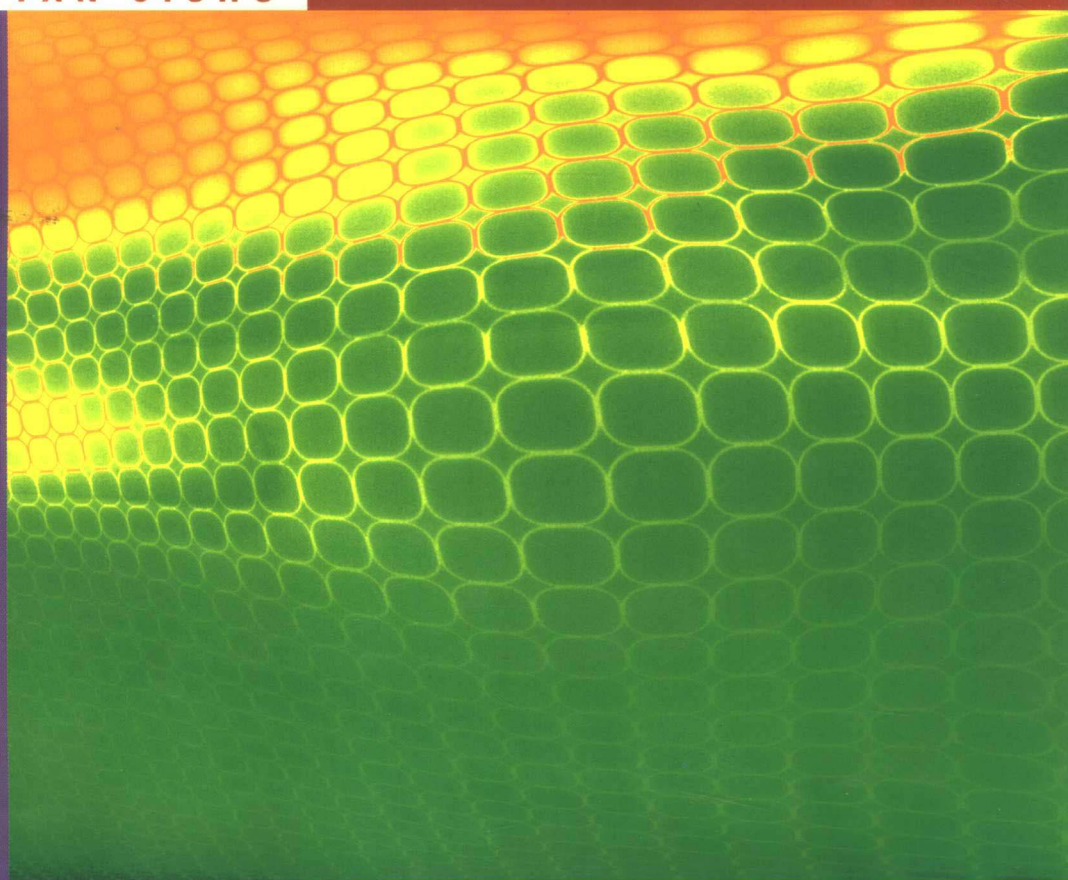




教育部世行贷款“高等教育发展项目”规划教材

物理实验技术

W U L I S H I Y A N J I S H U



刘 伟 邱晓明 / 主 编

大连理工大学出版社

教育部世行贷款“高等教育发展项目”规划教材

物理实验技术

刘 伟 邱晓明 主编

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理实验技术/刘伟,邱晓明主编. —大连:大连理工大学出版社,
2002.8

ISBN 7-5611-2113-X

I. 物… I. ①刘…②邱… II. 物理学-实验-高等学校-教学参考资料 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 047611 号

大连理工大学出版社出版发行

大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466

E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn

URL:http://www.dutp.com.cn

大连理工印刷有限公司印刷

开本:787毫米×1092毫米 1/16 字数:354千字 印张:15.25

印数:1—10000册

2002年8月第1版

2002年8月第1次印刷

责任编辑:刘杰

责任校对:秀玲

封面设计:王福刚

定价:16.00元

前 言

《物理实验技术》课是高等理工科院校的一门独立的必修基础课程,是大学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端,它对后继的工程技术课程的学习以至毕业后走向工作岗位从事技术工作,将起重要的作用。学生在实验课中得益多少,取决于个人在学习真正领会和积累的而不是教材中所能查到的东西。本书的编写指导思想突破了以传统的力、热、电磁、光、近代物理实验顺序为主线来组织安排实验教学的观念,而是以基本实验技术方法为主线来组织安排实验教学。特别是强调工程实用技术的培养训练,围绕某一专题将不同的物理思想和物理实验方法贯穿融合在一起展开讨论,使学生从不同的角度去认识和理解对某一物理量的测量,从而掌握相应的测试技术方法和手段。我们提倡学生在做完某一专题实验后,通过查阅资料和自己的实验工作,写出总结评述报告,这一教学方法极大地提高了学生的主动学习热情,也有利于他们应用物理学上的新成就在工程技术上进行创新。

本书的另一特色是在实验结果质量评定的表述中统一采用了“不确定度”概念,而没有采用“误差”概念,这样做避免了给学生造成概念混淆模糊不清,无所适从的局面,这一工作在國內教学中是首次提出的。我们认为:在科学性的前提下,应按照实际教学要求和发展趋势,注重概念表述及教学体系的规范性和完备性。

《物理实验技术》一书的出版是大连理工大学普通物理实验室全体同志长期从事物理实验教学的经验总结。特别是近几年不断努力地进行课程建设和教学改革,逐渐形成了自己的以工程实用技术为主线的教学特色,建立了一个能促使实验课独立发展的新的教学体系。编者愿意将此奉献给新世纪的教育事业,以满足 21 世纪对人才科学素质能力培养的需求。

本书第一章、第二章由刘伟编写。第三、四章分别由王艳辉编写(3.1.2、3.7.1.1),柳华编写(3.1.3、3.7.1.2),单明编写(3.3.3),李晓光编写(3.7.2.2、4.1.1),代忠玲编写(3.7.3.2、4.1.2),刘渊编写(4.1.5),秦颖编写(4.3),陶风望编写(4.4),邱晓明编写(3.4、3.5.2~3.5.4、3.6.1~3.6.3、4.2、4.7~4.10),其余部分由刘伟编写。全书内容由刘伟、邱晓明审校定稿。

本书在编写过程中,借鉴和参阅了兄弟院校的有关经验和教材,部分实验得到教育部世行贷款“高等教育发展项目”的资助,学校教务处和物理系有关领导也给予了有力的支持,特此深表谢意。由于作者水平有限,加之时间紧迫,书中难免有疏漏之处,诚请广大读者批评指正。

本书可用做高等理工科院校各专业大学物理实验教材,也可供国家学历文凭考试专业、高等教育自学考试专业等有关专业学生参考选用,或作为有关教师、实验技术人员进修培训的参考资料。

编 者

2002 年 3 月于大连理工大学

目 录

前 言

第一章 实验结果评价和实验数据处理

1.1 测量及测量不确定度	1
1.1.1 物理量、测量和单位	1
1.1.2 直接测量、间接测量和组合测量	1
1.1.3 测量结果质量的评价——不确定度	2
1.1.4 影响测量结果质量的因素分析及解决措施	2
1.1.5 测量不确定度表示指南	4
1.2 直接测量实验结果评价及其数据处理	5
1.2.1 A类不确定度的评定方法	5
1.2.1.1 等精度直接测量和测量列	5
1.2.1.2 直接测量值离散性的表示 σ	5
1.2.1.3 直接测量结果的最佳估计值 $\bar{x}$	6
1.2.1.4 算术平均值 $\bar{x}$ 的随机性及其标准差 $\sigma_{\bar{x}}$	7
1.2.1.5 直接测量结果的可信程度的表示——置信概率	7
1.2.1.6 A类不确定度评定方法及其物理意义	8
1.2.2 B类不确定度的评定方法	9
1.2.3 直接测量实验结果质量评价与表述	11
1.2.4 直接测量值的有效数字	11
1.3 间接测量实验结果评价及其数据处理	11
1.3.1 间接测量实验结果的最佳值 $\bar{y}$	11
1.3.2 间接测量实验结果质量评价与表述	12
1.3.3 间接测量值的有效数字	12
1.4 组合测量实验结果评价及其数据处理	13
1.4.1 最小二乘法原理	13
1.4.2 曲线拟合的一般方法	14
1.4.3 曲线拟合的特例——直线拟合	15
1.4.4 直线拟合质量评价	16

1.5 数据的其他处理方法	18
1.5.1 列表法	18
1.5.2 作图法	19
1.5.3 逐差法	21
1.6 计算器的使用方法	21
1.6.1 统计计算功能键——直接测量	22
1.6.2 累加和功能键——间接测量	23
1.6.3 直线拟合功能键——组合测量	25

第二章 常规仪器的工作原理及其使用方法介绍

2.1 力学基本仪器	26
2.1.1 长度的测量	26
2.1.2 质量的测量	30
2.1.3 时间的测量	32
2.2 电学基本仪器	33
2.2.1 磁电式电表与数字式电表	33
2.2.2 电阻器	35
2.2.3 电容器	37
2.2.4 电感器	37
2.2.5 传感器	38
2.2.6 万用表	39
2.2.7 电源	40
2.2.8 常用电气元件符号与常用电表面板上的标记	41
2.3 光学基本仪器	43
2.3.1 光学仪器的使用规则	43
2.3.2 光学仪器基本知识	43
2.3.3 眼睛的光学性能	45
2.3.4 常用目视光学仪器	48
2.3.5 常用光源	49

第三章 基本实验技术方法

3.1 电阻测量	52
----------	----

3.1.1	电桥法测中值和低值电阻	52
3.1.2	电阻元件伏安特性曲线的测量	56
3.1.3	高电阻的测量方法	60
3.2	温度测量	64
3.2.1	热电偶测温技术	65
3.2.2	电阻测温技术	68
3.2.3	电子温度计的设计和组装	70
3.3	磁场测量	72
3.3.1	电磁感应法测磁原理	72
3.3.2	霍尔效应法测磁场原理	74
3.3.3	铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线的测定	81
3.4	传感器技术的应用	86
3.4.1	应变式电阻传感器的应用	86
3.5	基本电路信号检测技术方法	91
3.5.1	电子射线的电聚焦和磁聚焦	91
3.5.2	示波器的使用	97
3.5.3	万用表的使用	113
3.5.4	基本电路信号的检测方法	116
3.5.4.1	整流电路和滤波电路	116
3.5.4.2	稳压管稳压电路	118
3.5.4.3	单管电压放大电路	119
3.6	RLC 电路研究	123
3.6.1	RLC 电路暂态过程的研究	123
3.6.2	RLC 电路稳态特性的研究	129
3.6.3	RLC 电路的谐振特性的研究	133
3.7	光学特性测量技术	135
3.7.1	光的反射、折射特性测量	135
3.7.1.1	分光计的调整与应用	135
3.7.1.2	氢原子光谱	141
3.7.2	光的干涉特性测量	149
3.7.2.1	迈克尔逊干涉仪的调整与应用	149
3.7.2.2	光的等厚干涉	156

3.7.3 光的衍射特性测量	159
3.7.3.1 光栅衍射规律的研究	159
3.7.3.2 单缝衍射的光强分布的测定	161
3.7.4 光的偏振特性测量	163
3.7.4.1 旋光率的测定	163
3.7.5 光学成像技术	167
3.7.5.1 照相技术	167
3.7.5.2 全息照相	178

第四章 开放设计综合性实验

4.1 物性测量	182
4.1.1 物体密度的测量	182
4.1.2 杨氏模量的测量	186
4.1.3 转动惯量的测量	189
4.1.4 液体粘滞系数的测定	194
4.1.5 液体表面张力系数的测定	197
4.2 交流电桥的应用	200
4.3 滑线变阻器控制线路特性研究	204
4.4 检流计特性的研究	208
4.5 制冷技术	213
4.6 直流电位差计的应用	218
4.7 万用表测试技术	220
4.7.1 电容的判别	220
4.7.2 二极管的测试	221
4.7.3 三极管的测试	222
4.8 晶体管的伏安特性	223
4.9 可控硅管的特性研究	226
4.10 交流调压器	228
4.11 声速的测量	230
4.12 空芯载流线圈磁场的测试及其计算机辅助设计	232
附录	234

第一章 实验结果评价和实验数据处理

1.1 测量及测量不确定度

1.1.1 物理量、测量和单位

物理量是表示自然界中物质的物理运动形态特性的量,它对物质运动的物理性质具有定性区别和定量确定的属性。在科学实验中,一切物理量都是通过测量而得到的。所谓测量,就是一种“比较”的过程,就是用体现某物理量的单位的量具或仪表同该物理量进行直接或间接比较,从而得到物理量对这个单位的比值——倍数,这个数即为该物理量的数值大小。显然数值的大小与所选用的单位有关,对同一物理量测量时,选用单位越大,数值就越小,反之亦然。因此,在表示一个物理量的测量结果时必须包含数值和单位两个部分,仅有数值而没有单位的测量结果是没有意义的。

物理量的计量单位是以国际单位制(SI)为基础的单位。国际单位制(SI)是在1971年第十四届国际计量大会上确定的,它是以长度单位——米(m)、质量单位——千克(kg)、时间单位——秒(s)、电流单位——安培(A)、热力学温度单位——开尔文(K)、物质的量单位——摩尔(mol)、发光强度单位——坎德拉(cd)作为基本单位,称为国际单位制(SI)的七个基本单位,相应的物理量称为基本量。

除以上七个基本单位外,SI制还有两个辅助单位,即平面角单位——弧度(rad),立体角单位——球面度(sr)。有了这几个基本单位,其他物理量的单位就全部可以导出(如力、能量、电压、磁感应强度等),称为国际单位制的导出单位(见附录)。

1.1.2 直接测量、间接测量和组合测量

在实际研究工作中,对研究对象往往是从不同角度去研究讨论,不同的物理量数值大小的获得可能对应不同的测量方法,从这个角度意义上我们把测量方法分为直接测量、间接测量和组合测量。

直接测量就是用量具或仪表直接与被测物理量进行比较,从量具或仪表上直接读出所选用的单位下该物理量的量值大小,这种测量方法称为直接测量。例如,用米尺测量长度;用温度计测量水的温度;用秒表测量时间等。

间接测量就是根据研究对象的物理量相互间的函数关系,将直接测量得到若干物理量的测量结果代入它们的函数关系式中,从而间接得到某个物理量的量值大小,这种测量方法称为间接测量。例如,长方体的体积与其长、宽、高有着一定的函数关系,用量具直接测得长 a 、宽 b 、高 c ,将它们的测量结果代入函数关系式 $V = a \cdot b \cdot c$,即把体积 V 得出。

组合测量就是要找出研究对象的客观存在的物理规律,即物理量之间的函数关系。将

相应物理量的测量结果在同一坐标纸上画出实验点的分布趋势,由实验数据变化的趋势或根据理论的推断,得到研究对象的客观存在的物理规律。例如,一个电阻的阻值随温度变化而变化的规律。实际测量中,我们可以把在不同温度下测得电阻的对应阻值,在二维直角坐标系下,标出实验点(R, t)的分布。数学上可以证明:任何曲线都可以用多项式来逼近,即电阻 R 和温度 t 的关系为

$$R(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots$$

通过一定的计算方法,将待定系数($a_0, a_1, \dots$)求得,电阻 R 和温度 t 的关系即确定。

1.1.3 测量结果质量的评价——不确定度

在测量过程中,每一个实验者都希望尽可能把待测物理量数据测准,但是受各种因素的影响,物理量客观存在的真值实际上是测不到的,测量值大都是在真值附近分布的,每一测量值与真值都有一个差异。那么如何评价测量结果的质量呢?换句话说,如何客观评定被测物理量真值落在某个量值范围内的可能性是多少?这就类似于射击手打靶一样,在打靶场上,我们看到了三个射击手的打靶结果如图 1-1 所示。

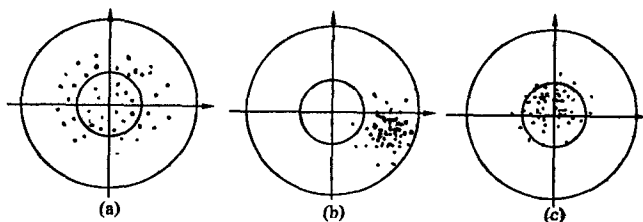


图 1-1 弹着点的分布

根据打靶结果,我们就可以评定射手的水平高低。由图 1-1 所示可知:(a) 弹着点偏离靶心,且分布相对分散一些,离散性大,受枪械因素影响小一些(如枪械的准星已校正);(b) 弹着点偏离靶心,且分布相对集中,但受枪械因素影响大一些(如枪械的准星偏离);(c) 弹着点靠近靶心,且分布相对集中,离散性小,受枪械因素影响也小一些(如枪械的准星已校正)。显然,对射手的射击水平的影响因素分为可确定因素(如枪械的准星位置)和不可确定因素(如风向、风速、温度、气流等诸因素微小变化)。类似,影响实验测量结果质量也有可确定因素和不可确定因素。国际上经过长期讨论和研究,于 1993 年制定出了“测量不确定度表示指南”,实验测量结果的质量如何,要用不确定度来说明,不确定度愈小,测量结果质量愈好,使用价值也愈高。反之,不确定度愈大,测量结果质量愈差,使用价值也愈低。

测量不确定度是表示测量结果质量的重要指标,是对真值可能落在某个量值范围的客观评定。

1.1.4 影响测量结果质量的因素分析及解决措施

类似于射手的打靶的例子,我们对影响测量结果质量的因素进行分析,可从实验理论方法方面、仪器方面和测量者操作方面来着手分析。例如,实验理论公式忽略了某些项采用近似公式或实验条件不合乎理论方面的要求;仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用

仪器;测量者个人的习惯与偏向,如有人读数总是偏高,而有人读数总是偏低;每个人的感官灵敏度也不尽相同;外界环境的干扰(温度不均匀、振动、气流、噪声等)及其他一些不可预测因素影响等等。将这些因素的影响可分为两大类:可确定因素的影响和不可确定因素的影响。对于可确定因素的影响,我们可以引入修正量或采取某些措施来修正和消除其影响。对于不可确定因素的影响,我们是无法控制的,可以用统计估计方法或非统计估计方法来处理其影响,即用不确定度来评定它们对测量结果的影响。

能否识别和分析影响测量结果的因素?哪些因素可消除或修正?哪些因素可用不确定度来估计处理?这是与测量者的经验和实际知识有着密切的关系。如果一个测量结果含有比不确定因素影响范围还大的可确定因素影响范围,而又没有被发现,则会使测量结果很差(如图 1-1(b) 所示),那将是非常遗憾的。因此,对于初学实验者来说,应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识,在实验时要仔细分析,采用这种实验理论方法,使用这套仪器,运用这种操作技术会不会对测量结果带来什么影响?哪些是可确定因素的影响?哪些是不可确定因素的影响?这些影响因素哪些是可消除或修正?哪些是可以用统计方法估计或非统计方法估计?

科学史上曾有过这样一个事例:

1909 年 ~ 1914 年间美国著名的物理学家密立根以他巧妙设计的油滴实验,证实了电荷的不连续性,并精确地测得基本电荷的大小为

$$e = (1.591 \pm 0.002) \times 10^{-19} \text{C}$$

后来,由 X 射线衍射实验测得 e 值却与油滴实验值差了千分之几。通过查找原因,发现密立根实验中所用的空气粘滞系数数值偏小,致使测量结果含有可确定因素影响范围比不可确定因素影响范围还大的可能。在重新测量了空气的粘滞系数之后,使油滴实验测得的 e 值为

$$e = (1.601 \pm 0.002) \times 10^{-19} \text{C}$$

它与 X 射线衍射法测得结果 $(1.6020 \pm 0.0002) \times 10^{-19} \text{C}$ 十分吻合。

此例说明了实验条件一经确定,要发现测量结果中含有比不确定因素影响范围还大的可确定因素影响范围,必须要通过其他的实验方法才可能发现它,找出原因,将其影响消除、减少或修正。

例如,由于仪器零点不准,对测量结果造成的影响。

我们可以测定一下仪器的起始点 ϵ , 则 $\epsilon - 0 = \epsilon$ 就是零点,引入修正量 $c = -\epsilon$, 在实验结果中加入修正量即 $x + c$, 则这零点不准的影响就得到修正(要注意修正量 c 是加到结果上还是从结果中减掉)。

又如,天平两臂不等臂;分光计转动中心读数与刻度盘的几何中心不重合;仪器水平未调整;在 20°C 下标定的标准电阻在 30°C 下使用等都会对测量结果带来一定影响,我们可采取一些措施来消除它们的影响。常用的方法有:

1. 交换法

例如,惠斯顿电桥法测电阻时,由于比例臂 R_1, R_2 阻值不准会对测量结果造成影响,

按图 1-2,第一次测量 $R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_N$, 将标准电阻 R_N 与被测电阻 R_x 交换一下;第二次测量

$R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R'_N$, 将两次测量结果相乘, 则有

$$R_x = \sqrt{R_N \cdot R'_N} \approx \frac{R_N + R'_N}{2}$$

这时得到的 R_x 与 R_1, R_2 无关, 从而消除了由于 R_1, R_2 阻值不准对测量结果的影响。

此方法, 也可用于消除由于天平两臂实际不等而对测量结果造成的影响。

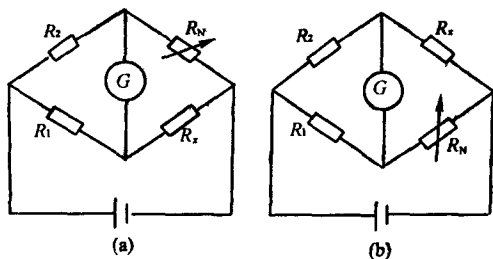


图 1-2

2. 替代法

在有些情况下, 可用一个标准量替代待测量, 再次进行测量, 并调整到同样的状态, 从而得出待测量等于标准量。例如, 在天上称物体质量, 如果采用通常方法, 即左盘放待测物, 右盘放砝码, 会把天平两臂不等长的影响带入测量值中。若采用替代法, 就可避开这一影响。具体方法是: 设待测物质量为 x , 先利用中介物 T (例如干净的细砂) 与之平衡。若天平两臂长分别为 l_1 和 l_2 , 则平衡时有 $x = \frac{l_1}{l_2} T$; 移去待测物, 换之以标准砝码 P 再与中介物 T 达平衡, 则有 $P = \frac{l_1}{l_2} T$ 。于是, 得 $x = P$ 。

3. 半周期偶数测量法

为了消除测角仪的各转动装置不同心, 对测量结果带来周期性的影响, 可以采用每经过半个周期进行偶数次观测。例如, 分光计刻度盘偏心带来的角度测量影响是以 360° 为周期, 就采取相距 180° 的一对游标, 每次测量读两个数, 则两个角位置之间的夹角是两个游标上分别算出的夹角的平均值。

以上仅仅是列举了几种消除或减小某些简单的可确定因素影响的方法。实际测量中, 一旦发现了可确定影响因素, 就要采取某些措施消除, 消除不了可以估计, 对实验结果加一个修正量。

1.1.5 测量不确定度表示指南

我们对影响测量结果质量的因素分析后, 可知有些因素的影响范围的大小是可以确定的, 采用某些措施消除或引入修正量, 这类因素的影响称为可确定因素的影响, 而有些因素的影响范围的大小是不可以确定的, 只能采用估计方法来处理, 这类因素的影响称为不可确定因素的影响。因此, 测量不确定度概念的引入就是为了描述不可确定因素的影响的客观存在而对测量结果不能肯定的程度, 是表示不可确定因素的影响范围的特征量。换言之, 不确定度是从概率意义上表示被测量的真值落在某个量值范围的一个客观评述。

测量不确定度如何表示, 是一个极其重要的问题。过去对于不确定度的表示各国都有其不同的看法和规定, 影响国际间的交流和各种成果的互相利用。1980 年, 国际计量局 BIPM 制定了关于表述不确定度的建议草案 INC-1(1980 年)。1986 年, 国际标准化组织 ISO, 国际计量委员会 CIPM, 国际法制计量组织 OIML, 国际电工委员会 IEC 成立了国际不确定度工作组。经过国际上的长期讨论和细致工作与广泛征求意见, 于 1993 年制定出了“测量不确定度表示指南, Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement(简称 GEUM)”, 并由以上四个国际组织及国际理论与应用物理学学会 IUPAP, 国际理论与应

用化学学会 IUPAC, 国际临床化学学会 IFCC 批准实施, 供各国使用。中华人民共和国国家计量技术规范 JJG1027-91(试行)在 1992 年 10 月 1 日开始实施, 基本上与 GEUM 的精神是一致的。GEUM 为实验不确定度的统一奠定了基础, 为测量和科学实验的发展提供了有力的保证。

GEUM 的基本要点是: 标准不确定度分量(分为 A 类和 B 类), 或合成标准不确定度分量均以方差或标准差表示, 而总不确定度则是合成标准不确定度乘以一个系数(包含因子)。

名词解释:

(1) 标准不确定度: 以估计标准差表示的测量不确定度, 简称不确定度。

(2) A 类评定不确定度: 由测量列的统计分析评定的不确定度, 简称 A 类不确定度。

(3) B 类评定不确定度: 由非统计分析评定的不确定度, 简称 B 类不确定度。

(4) 合成标准不确定度: 测量结果由其他量得来时, 按其他量的方差和协方差算出的测量结果的标准不确定度, 也称合成不确定度。

(5) 展伸不确定度: 用以确定测量结果附近区间的一个量, 合理赋予被测量值分布的大部分可望以高置信概率落入该区间, 也称总不确定度。

(6) 包含因子: 为获得展伸不确定度, 对合成不确定度所乘的数值。

1.2 直接测量实验结果评价及其数据处理

1.2.1 A 类不确定度的评定方法

1.2.1.1 等精度直接测量和测量列

在相同的实验条件下, 对同一物理量进行多次重复测量, 称为等精度直接测量。表现为单次测量, 测量值的大小是随机的, 没有规律性; 若进行多次测量, 测量值呈现了某种规律性——离散性, 即测量值 x_i 在真值 x_0 附近向上或向下偏离, 如图 1-3 所示。

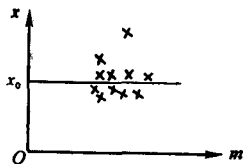


图 1-3

等精度直接测量所得的一组测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 称为一个测量列。

1.2.1.2 直接测量值离散性的表示 σ

如何描述测量值 x_i 与真值 x_0 的偏离大小? 及多次测量的测量值的离散程度? 引入测量列的标准差 σ , 其定义式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - x_0)^2}{m}} \quad (m \rightarrow \infty) \quad (1-1)$$

式中, x_i 是在相同实验条件下进行 m 次重复测量中所构成的一测量列中任一测量值。

数学上可以证明, 当测量次数 $m \rightarrow \infty$ 时, 由随机因素而引起的测量值在真值 x_0 附近的分布服从正态分布(高斯分布), 如图 1-4(b) 所示, 其概率密度函数为

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2)$$

令

$$\Delta x = x - x_0$$

则

$$\varphi(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-3)$$

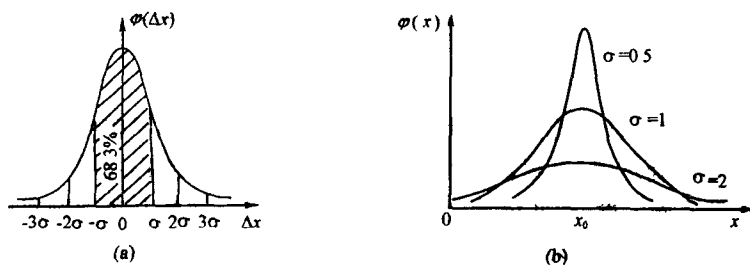


图 1-4

由图 1-4 的直观分析可以看出正态分布所具有四个特性:

(1) 单峰性: 偏离真值 x_0 的测量值出现的机会少, 在真值 x_0 附近的测量值出现的机会多。

(2) 对称性: 绝对值相等、符号相反的 Δx 值出现的机会相等。

(3) 有界性: 偏离真值 x_0 很大的测量值, 实际上不会出现。

(4) 抵偿性:
$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - x_0)}{m} = 0$$

由正态分布的数学模型, 可以明显地看出标准差 σ 的含义: 如 $x = x_0$, 则 $\varphi(x_0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$, 因而 σ 值愈小, $\varphi(x_0)$ 值愈大, 即测量值愈集中。所以, σ 不仅反映了测量值偏离真值 x_0 的大小, 更主要的是反映了多次测量值在真值 x_0 附近的离散程度, 如图 1-4(b) 所示。

1.2.1.3 直接测量结果的最佳估计值 $\bar{x}$

在相同实验条件下, 对某个物理量做 n 次独立测量, 得一测量列的值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ (n 有限)。

设某一待定值 $\bar{x}$ 最接近真值 x_0 , 由最小二乘法原理, 得

$$\chi^2(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \min \quad (1-4)$$

根据极值原理

$$\frac{d\chi^2(\bar{x})}{d\bar{x}} = 0$$

对式(1-4)求导后, 整理得待定值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-5)$$

所以,在有限的 n 次测量中,真值 x_0 的最佳估计值 $\bar{x}$ 即为通常的算术平均值。

1.2.1.4 算术平均值 $\bar{x}$ 的随机性及其标准差 $\sigma_{\bar{x}}$

设想对某一待测量进行了 $m \times n$ 次的测量,以 n 次测量为一测量列,分成 m 组。发现每一组的 $\bar{x}_i$ 是不尽相同的,因而也是具有随机性,服从正态分布 ($m \rightarrow \infty$),见式(1-6)

$$\begin{array}{ccccccc} x_{11}, & x_{12}, & x_{13}, & \cdots, & x_{1n} & \bar{x}_1 \\ x_{21}, & x_{22}, & x_{23}, & \cdots, & x_{2n} & \bar{x}_2 \\ & & \vdots & & & \vdots \\ x_{i1}, & x_{i2}, & x_{i3}, & \cdots, & x_{in} & \bar{x}_i \\ & & \vdots & & & \vdots \\ x_{m1}, & x_{m2}, & x_{m3}, & \cdots, & x_{mn} & \bar{x}_m \end{array} \quad (1-6)$$

当 $m \rightarrow \infty$ 时,算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 按(1-1)式为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m [\bar{x}_i - x_0]^2}{m}} \quad (m \rightarrow \infty) \quad (1-7)$$

利用正态分布的四个特性,整理可得

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \quad (1-8)$$

所以要获得 $\sigma_{\bar{x}}$,无需实际测出 m 个 ($m \rightarrow \infty$) 测量列。

同样, $\sigma_{\bar{x}}$ 不仅表示算术平均值 $\bar{x}$ 偏离真值 x_0 的大小,而且表示了算术平均值在真值 x_0 附近的离散程度。

1.2.1.5 直接测量结果的可信程度的表示——置信概率

如前所述,实验中得到一测量列 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 测量值 x_i 或算术平均值 $\bar{x}$ 的离散性可以用标准差 σ 或 $\sigma_{\bar{x}}$ 来描述。那么测量值 x_i 或算术平均值 $\bar{x}$ 偏离真值 x_0 为 σ 或 $\sigma_{\bar{x}}$ 的可信程度如何描述?换句话说,被测量真值 x_0 落在 $[x_i - \sigma, x_i + \sigma]$ 或 $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$ 范围的可靠性是多少?显然,测量值的离散性和可靠性是两个不同意义的概念。在实验结果表述中,我们是通过标准不确定度把二者作为一个整体来描述的,实验结果的一般表述为

$$x_i \pm Z\sigma_x \quad (1-9)$$

或

$$\bar{x} \pm Z\sigma_{\bar{x}} \quad (1-10)$$

式中, Z 称为可靠系数(或置信系数)。

由正态分布概率密度函数 $\varphi(x)$, 可以得到被测量真值 x_0 落在 $[\bar{x} - Z\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + Z\sigma_{\bar{x}}]$ 范围内的概率是

$$P_Z(\bar{x} - Z\sigma_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + Z\sigma_{\bar{x}}) = \int_{\bar{x}-Z\sigma_{\bar{x}}}^{\bar{x}+Z\sigma_{\bar{x}}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-11)$$

对式(1-11)积分,通过计算制表,发现置信系数 Z 和置信概率 P_Z 是有联系的,它们之间有

——对应值(见表 1-1)。置信系数 Z 愈大,则置信概率 P_z 愈大,但这是以扩大了区间 $[\bar{x} - Z\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + Z\sigma_{\bar{x}}]$ 为代价的。因此不能说置信度 P_z 愈高,则测量值愈精确;反之,也不能说 σ 愈小测量值的置信度愈高。通常取置信系数 $Z = 1$,可得置信度 $P_z = 68.3\%$,则测量值有 68.3% 的可能性落在 $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$ 区间内,或者真值 x_0 落在 $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$ 区间的可能性为 68.3% 如图 1-4(a) 所示。

表 1-1 正态分布产生置信概率 P_z 的置信系数 Z 值

P_z	0.50	0.683	0.90	0.95	0.955	0.99	0.997
Z	0.675	1	1.65	1.96	2	2.58	3

若测量列中的某一测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 之差的绝对值大于 $3\sigma_{\bar{x}}$ 值,则该测量值为坏值应剔除,这是因为测量值落在 $[\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}}]$ 区间外的可能性只有 0.3% 。所以, $3\sigma_{\bar{x}}$ 值是作为判断坏值的一种判据—— 3σ 准则。

1.2.1.6 A 类不确定度评定方法及其物理意义

在实际测量中,待测量 x 可如下获得:在相同测量条件下,对 x 做 n 次独立观测(实际上不可能测量无穷多次),得一测量列 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$,则待测量 x 的最佳估计值为 $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-12)$$

待测量 x 的各测量值 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ 不尽相同,是由于不确定因素的随机变化或随机效应,根据 x 的正态分布标准差 σ 的定义式

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{m}} \quad (x_0 \text{ 为真值}, m \rightarrow \infty)$$

显然, σ 值实际上无法求得,数学上可以证明,当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,下式等号成立

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-13)$$

$$\text{令} \quad S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-14)$$

当测量次数 $n \rightarrow$ 有限时,估计标准差 S_x 作为测量列标准差 σ 的最佳估计值。所以,测量值 x_i 的标准不确定度 u 定义为

$$u = S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-15)$$

算术平均值 $\bar{x}$ 的标准不确定度 u 定义为

$$u = S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-16)$$

实验结果表示为

$$x = \bar{x} \pm u \quad (\text{物理量单位})(\text{置信概率为 } 68.3\%) \quad (1-17)$$

不确定度 u 愈小, 其测量结果质量愈高, 使用价值也愈高。也就是说被测量值的离散性小, 被测量真值 x_0 落在给出的 $[\bar{x} - u, \bar{x} + u]$ 区间范围内的置信概率是 68.3%。

例题 1 用卡尺测量某长方体的长、宽、高, 各测五次, 数据见下表:

被测量 \ 测量次数 n	1	2	3	4	5	$x = \bar{x} \pm u$
长 $a(\text{mm})$	49.80	49.80	49.75	49.85	49.80	
宽 $b(\text{mm})$	19.50	19.55	19.45	19.55	19.50	
高 $c(\text{mm})$	9.70	9.50	9.60	9.55	9.50	

请用计算器统计计算功能键分别计算各量的平均值及其标准不确定度, 并写出实验结果的正确表达式。

具体计算步骤如下:

- ① 设置计算器处于“统计计算”状态;
- ② 存储器“清零”;
- ③ 输入数据 x_i 值;
- ④ 求得算术平均值 $\bar{x}$;
- ⑤ 求得算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$;
- ⑥ 写出正确的实验结果表达式:

$$a = \bar{a} \pm u_a = 49.80 \pm 0.02 \text{ (mm)}$$

$$b = \bar{b} \pm u_b = 19.51 \pm 0.02 \text{ (mm)}$$

$$c = \bar{c} \pm u_c = 9.57 \pm 0.04 \text{ (mm)}$$

(具体计算参见计算器使用方法 1.6 节)

1.2.2 B 类不确定度的评定方法

B 类不确定度的评定方法是非统计分析评定方法, 即在测量范围内无法作统计评定。但可用以前类似的测量记录、测量中所用装置或材料的一般特性、制造说明书、检定证书、所用仪器(或类似仪器)所提供的检定数据、取自手册的参数形成一个信息集合, 都可以提供不确定度的有意义的测度。如以下几种情形:

(1) 若物理量估计值 x 取自仪器说明书、核准证书、手册或其他来源, 且其不确定度给出为标准差的几倍, 则标准不确定度 u 可简单取为该数值除倍数, 估计方差为商的平方。

例如, 校准证书上说, 标称值为一千克的不锈钢质量标准的质量 m_s 为 1000.000325g, “该值的不确定度按三倍标准差为 $240\mu\text{g}$ ”, 于是质量标准的标准不确定度简化为 $u_{m_s} = 240\mu\text{g}/3 = 80\mu\text{g}$ 。估计方差为: $u_{m_s}^2 = (80\mu\text{g})^2 = 6.4 \times 10^{-9}\text{g}^2$ 。

若所述 x 的不确定度, 不是给为标准差的几倍, 而说不确定度定义的区间有 90%,