



庞小峰 编著

# SOLITON PHYSICS

# 孤子物理学

600  
500  
400  
300  
200  
100  
80  
50  
40  
20  
10

Pang xiaofeng

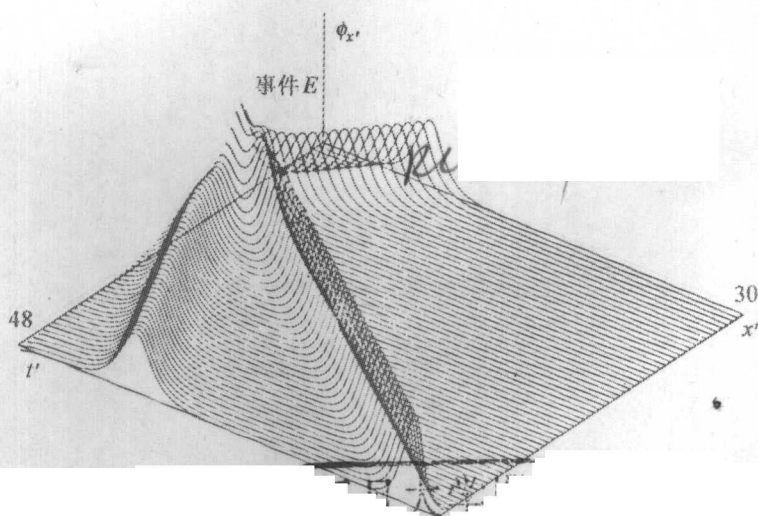


四川科学技术出版社

# 孤子物理学

## Soliton Physics

庞小峰 编著  
Pang Xiaofeng



四川科学技术出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

孤子物理学/庞小峰编著. - 成都:四川科学技术出版社,2003.3

ISBN 7-5364-4686-1

I. 孤… II. 庞… III. 孤立子 IV. G252.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 12934 号

## 孤 子 物 理 学

编 著 者 庞小峰  
责任编辑 杨佛章  
封面设计 李 南  
版面设计 翁宜民  
责任校对 刘生碧 缪栋凯 戴 林  
责任出版 邓一羽  
出版发行 四川科学技术出版社

成都市益道街3号 邮政编码 610012

开 本 787mm × 1092mm 1/16  
印张 54.5 字数 1316千 插页 4  
印 刷 成都市墨池教育印刷总厂  
版 次 2003年3月成都第一版  
印 次 2003年3月成都第一次印刷  
定 价 98.00元

ISBN 7-5364-4686-1/0·55

■ 版权所有·翻印必究 ■

■ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

■ 如需购本书,请与本社邮购组联系。

电 话 86671039 86672823

邮政编码/610012

## 前 言

孤子物理学是笔者二十多年来,特别是近几年在国外工作期间潜心研究成果的系统总结,并汇集了国内外其他研究结果后所创立的一门新兴的物理学分支。它可以成为物理学词典中的一个新名词。所谓孤子物理学就是研究具有物理属性的孤子的运动特性和规律以及与其他物质相互作用的动力学特征。从这个意义上讲,孤子物理学具有以下特点:①它研究的是客观存在的、具有物理属性的孤子;具体讲,孤子是真实存在于具体的物质或材料之中,并由某类物质或物质中的某种成分演变而来的,又能被实验所证实的,具有物理和生物属性与功能的物质客体;或者是能作为一种物理模型来解释物质中出现的物理现象的准粒子。②这些孤子一定存在于具有非线性特征的物理材料之中。它是物质或材料中的粒子或元激发和线性波所受到的非线性作用等于或大于色散效应后,经过突变、自陷、凝聚、局域化或自聚焦等机制产生的、具有波-粒双重特性的新型准粒子。因此,这种孤子的性质和特征与变化规律既不同于宏观粒子,又不同于线性平面波和一般的微观粒子或物质中元激发。这表明非线性作用已改变了一般粒子的本性,使它变成为一种新型的物质形态。正因为如此,才使我们建立了这门新型的物理学科分支。③所出现的孤子和非线性材料的特征或材料的非线性特征密切相关,研究孤子的物理特性就是研究材料的非线性特性或非线性材料的物理特性的重要方面。所以孤子物理学不属于至今所知的线性物理,而是属于非线性科学。在这些非线性材料中的孤子的动力学特性是由确定的非线性偏微分方程来描述的,其中的非线性作用紧密相关于材料的具体物理属性及结构。从这个意义上讲,不是所有材料中都存在孤子运动。④孤子物理学不会去研究那些不具物理属性的非线性偏微分方程的理论与孤波等数学问题。在孤子物理学中出现的运动学方程是具有一定物理属性的一类特殊孤波动力学方程。因此本书不会涉及孤波的数学基础(有关的内容已在笔者所著的《非线性量子力学理论》和与他人合著的《孤立子》书中作过系统介绍),而是集中研究孤子特征与运动规律及相关的物理问题,特别是它的波-粒二象性以及在一些具体的非线性材料中的孤子的特性,使大家真正明确什么是孤子,孤子具有什么样的物理特性和意义,它是如何从线性波和元激发演变而来,其中的非线性作用如何产生的,它对孤子的形式起了何种特殊作用,它们的运动规律和与其他物质的相互作用的特性和它的衰减、退变和混沌状态以及由它的这些变化所造成的物理现象等等。这些问题也正是当前非线性科学研究的一个中心问题,具有极其重大的科学价值和深远的意义。因为本书的主要目的就是解决一些实际存在的非线性物理问题,发现新的物理现象,促进非线性科学与物理学的发展。本书的最大特点之一就是结合实际,对一些基本非线性问题作全面系统地阐述。从笔者多年在国外工作期间所阅读的大量有关孤子的书籍来看,本书是国际上目前较系统、全面、深刻地阐述这些问题的专著。⑤既然孤子是出现于非线性材料或物理系统中,当然要涉及

到物理学的各个分支,如基本粒子、核物理、凝聚态、原子与分子、天体、光学和连续介质及流体和生命系统等。从这个意义上讲,孤子物理学是一门综合性的学科,当这门学科建立后,就应把物理学分成线性物理和非线性物理。在这以前的传统物理学属于线性物理学。孤子物理学把物理学从线性推广和发展到非线性领域,因而具有重要意义。

回顾整个物理学的发展,会使我们看到孤子物理学是物理学发展的必然,同时也是当前蓬勃发展的非线性科学的总结与发展。

众所周知,在物理学中,人们在探索自然界各种各样的物理现象的本质和运动规律时,总是企图用少数几个基本法则或定律,去统一理解这些错综复杂的,看起来是毫无关系的自然现象。例如,就物理结构来讲,在近代的原子、分子论发展起来后,人们就抱着这样的信念,即物质所表现出来的复杂性质和本质,可以根据物理的“基本单位”的原子的运动来加以概括性地说明。这促使了现代“炼金师”向物质的“最终”极微世界进行无限探索。后来原子核、质子、中子的发现,介子的发现以及今天发现的大多数基本粒子及近来找到的夸克或层子都是为着同一目标而作的不懈努力的一部分。

若从物质所表现出来的运动形态来讲,也是如此。其认识方法也完全是按照同一的想法进行的,即自然界无论多么复杂的运动,都可以认为是由几个基本运动的叠加的结果,或者它本身可以分解为几个最简单的运动模式。

这可以从物质之间的相互作用力来说明这个问题。现在都知道,自然界中各式各样的物质(无论宏观还是微观)之间存在着万有引力、电磁力、弱力和强力等四种作用力。自从麦克斯韦把电力和磁力加以统一为电磁作用力后,人们一直想将其他力加以统一。20世纪60年代温伯格-萨拉姆把电磁力和弱力统一后,更增加了人们的信心。现在从规范场理论出发,认为这四种力是可以统一的,并提出了许多统一的理论和模型来。

用这种“统一”的观点去观察和处理自然现象和所发生的问题,自然有许多好处,会使人们深刻认识物质的一些本质和深刻阐明自然界的规律性,利于人们去理解和掌握自然规律。但是自然现象并不完全是这样,错综复杂的现象和物理系统经常出现。仔细地观察和研究这些自然现象时,发现我们所得到的的一些结果并非完全如此。违反这条规律和思路的事例也屡见不鲜。

现来看一看自然界里五彩缤纷的波动现象。无论是沿水面传播的水波,传播优美旋律的音乐的声波,伴随巨大破坏力的地震波,能传播电视图像的电磁波及五颜六色的光波等宏观波动,还是组成宏观物质的原子、电子、原子核等一切微观粒子所具有的物质波,在现代物理学中,人们总是把这些波动行为作为运动的基本形态来加以研究的。不论它们怎样复杂地运动,总是可以把它们看成一些基本模式的线性叠加结果。由这些基本模式的各种不同形式的组合,就可以模拟出这些波的全貌。如果用  $f(x, t)$  和  $g(x, t)$ ……等来表示各种运动的基本模式或者说运动方程的解,则上述物理内容翻译为数学语言时,便是它们的适当的线性组合  $af$

$(x, t) + bg(x, t) \dots$ 的结果,叠加后的波仍是运动方程的解,那么这样的方程称为线性方程,其解为线性波,用线性运动方程描述的物理现象称为线性物理现象及理论。至今为止,它们研究的大部分物理现象和由此建立的物理理论都应属于线性理论,如经典力学、分析力学、量子力学、电动力学、量子场论、量子统计学等都属此范畴。但理论和实践证明,这种理论只适合于波的振幅极小,以至可忽略波或粒子间的自相互作用的情况。这些波动现象理应称为线性波动。

但是,自然界中不是一切物质的运动或振动与波动都是小振幅的,或能忽略自相互作用的。其实,相反情况即非线性效应才是最普遍的。严格说任何物理系统都存在程度不同的非线性作用。明显的例子是粒子或晶格非简谐振动,固体在高温下和低温下的热胀冷缩现象、非线性等离子振荡、浅水波在狭窄河道中的传播,激光和非线性光学等等都是最常见的物理现象。特别是在生命系统和高分子材料系统中以及在极端物理条件,如低温、高压、高温高密度等条件下,非线性现象是司空见惯的。在这种情况下人们又如何处理呢?说实在的,现在采用的线性化处理方法只是实际情况的一种近似。过去人们在碰到这类非线性问题时就感头痛或无法精确求解。惟一有效的,并经常采用的就是把这种非线性效应看作小振幅的,作线性微扰处理。从而就把一个复杂的非线性问题纳入到线性理论的框架之中。这就是在各种理论中出现的微扰理论。这样作的结果就把一个我们不知道和奇妙的非线性规律和特征抹杀或掩盖掉了。于是很多物理问题包括生命活动等复杂问题的本质和特征长期得不到正确的揭示和解决,从而大大阻碍了科学的发展。

众所周知,非线性问题的本质和特点不同于线性问题的。这可以从1950年费米(Fermi)、派斯太(Pasta)和乌拉姆(Ulam)所作的“FPU”实验工作可以看出。他们将64个质点(振子)用非线性弹簧连接成一条非线性振动弦,通过一台大型电子计算机(Maniac 1)研究了这个问题。其中有微弱的、非线性的三次和四次耦合常数的问题。当时间为零时,取这些振子的中所有能量都集中在其中的一个上,其他63个振子均具有初始能量为零的状态。由线性理论可知,在系统中会有能量均分,各态历经现象出现。但实验的结构却表明,在经过几万次循环后,几乎全部能量又回到原先的初始能量不等于零的那个振子上去了,仅有百分之几的能量给了别的振子。由此看到非线性现象违反了线性理论。由此可知把非线性问题归结为线性问题是不对的。其中一个关键问题是在非线性问题中原有的线性叠加原理等许多规律不再适用,或者说在非线性系统中把一个复杂的运动分解为基本模式的作法行不通了。这表明,即使人们已对各单个非线性问题都求出了解,这也仅是对于个别问题得到的特殊解。它们的线性叠加,是不能得出这个非线性系统的真正特征。同时,对于那些本质上就是非线性效应的物理体系是否存在决定非线性标准模式的方法等等问题也是值得怀疑的。

另外,人们现知道物质存在的形态为颗粒性和波动性,一种物质不是以颗粒形式,就是以波动性形式存在,人们就要问能否有一种物质同时具有这两种特性呢?尽管德布罗意提出了



波-粒二象性的关系式,戴维孙和革末的晶格中子和电子衍射实验表明电子和中子具有波动性,但是,线性量子力学仅能描述微观粒子的波动性。至此,这个令人感兴趣的问题在物理学中长期引起争论而未得到解决,即物质或粒子是否能将相反特征的波动性和颗粒性统一起来而同时具有呢?此问题在现代物理学基础的量子力学和相对论中始终未能很好的解决。争论了大约一个世纪也未有一个明确结论。它是20世纪物理学中一个最大的悬案。什么物质或粒子能同时具有这种特性呢?又用什么理论能恰当地它呢?至今未能解决。然而,从20世纪60年代到现在的30年之中,由于发现了可以认为是非线性基本模式的一个标准运动形态的“孤子”之后,迎了解决上述这些问题的希望。到今天,对孤子的研究已经取得了惊人的成就。虽还不能说这一理论已完全建立起来,但孤子的独有特性和许多非线性问题人们已有相当的了解。这些研究成果暗示了处于线性桎梏中喘息的一些物理学概念,在获得了“孤子”新概念后,正面临着巨大的转机,将给物理学的发展带来黎明的曙光。

现在已很清楚,孤子是一种客观存在的,真正具有波-粒二象性,能保持其形状和特性不变地在时空中传播的特殊孤波,这种孤波在相互碰撞和长时间传播中能保持稳定,它是具有明显粒子性的一种波动,是一种新型的物质存在形态。因此,孤子可以认为具有波-粒双重性的最好客体或物质形态。大到木星上的红斑,小到基本粒子的强子,在某一定条件下都能以一类孤子形态运动。因此,孤子是一类广泛存在的物质形态。

最早引入孤波概念是1834年英国数学科学家罗素。他在观察河道中的浅水波的孤波运动时引入了这个概念。1973年人们又观察到了水箱中的孤波运动后,便正式提出了孤子的概念。在1967年Penning和Skymne将Sine-Gordon方程用于研究基本粒子后,才把孤子这个概念移植到物理学中。从此,人们才开始在等离子物理、低温超导、凝聚态物理、铁磁学、激光、天体物理和生命系统中进行孤子的研究。到现在已有三十多年的历史。许多基本问题如孤子的基本特性、产生的物理条件及形成物理机制、非线性作用的效应、它的运动规律等等都已十分明确,或者说都建立起来。在这些成就的基础上非常有必要进行综合分析,抽出其本质东西,建立起系统的理论,形成一门新兴的学科,以促进非线性科学的发展。纵观国际国内书坛,尽管有关孤子的书籍众多,大约有几十个不同类型的版本,基本上各大语种都有多本孤子的书出版,所发表的有关孤子的文章有几万篇。但是名为“孤子物理学”的书至今尚未看到。在现在,既有基础也有必要编著这类书籍来促进迅速发展的非线性科学。在这种情况下,笔者全面系统总结了在近二十多年内在国内和国外工作期间对超导、超流、生物大分子、生物组织、光纤、反铁磁体、液晶、非线性晶格、氢键分子系统、凝聚水、聚合物、有机分子、Josephson超导结等非线性材料的研究成果,并概括国际上其他科学家在这方面所作的大量工作,对它们进行了系统和理论化,形成了这门新的物理体系,建立起了这门新兴的学科,写成了《孤子物理学》这本书。

本书与笔者过去著的《非线性量子力学理论》和笔者与郭柏灵合著的《孤立子》的不同之处是本书全力倾注于孤子本身相关的物理问题及其在各种非线性材料中的形态、特性,具体研究

了一些非线性物理系统中孤子产生的条件、机制、实验观察、特点、规律及如何解释或预言一些奇怪或新的物理现象等等问题,较全面系统地介绍了孤子物理学所涉及到的各类问题。本书所涉及到的非线性动力学方程,有各类 KdV 方程、SG 方程、非线性 Schrödinger 方程等。而《孤立子》一书仅谈叙述了有关孤子的一些基本概念和涉及到的一些数学问题。《非线性量子力学理论》一书仅研究了具有量子特性的微观粒子在非线性的作用或非线性的场中的运动特点和规律问题,着重阐明在非线性的场或非线性的作用下的微观粒子通过什么样机制和如何改变其本性,变为真正具有波-粒二象性的可测粒子,以及它的性质、特点和规律。就其动力学方程来讲,《非线性量子力学理论》主要涉及到了非线性 Schrödinger 方程的方方面面,在该书中主要研究了超导电子和超流液氮原子等微观粒子的非线性量子力学特性。这些问题在本书中未涉及到。从这个意义上讲,本书可以称得上是《非线性量子力学理论》一书的姊妹篇。

出版本书的目的就是全面、系统和深入地向读者介绍孤子物理的有关知识、发展现状和前景,深刻阐明所涉及到的基本概念和问题,深入认识孤子的本质的特性,建立起了孤子物理学的基本框架,激励更多的人投入到这一研究领域,促进物理乃至整个科学界关注非线性科学的纵深发展。

为了写好书,笔者在 1994 年还在国外工作期间就开始筹备。笔者在几年国外工作期间,阅读了国际上几十本有关孤子的英文专著,仔细地琢磨了“孤子到底是什么”,“它的本质和特点是什么”等等问题,从而勾画出了本书的目录和内容。经过八年的努力,写成了本书,全书共有 11 章、132 节,大约 130 万字,400 多幅插图。前三章介绍了孤子的物理特性和相关的规律等基本问题。后八章,分别全面和系统地介绍了当前所发现和研究的孤子、激子孤子、声子孤子、磁子孤子、质子孤子、液晶孤子、分子孤子、涡旋孤子和水孤子等的产生机制、条件及它们的运动、衰减、混沌状态与特性和规律及其运用。在编写中,作者的一个观点是对每类孤子尽力写“透”,即不但在理论上力求完善而且在应用上也“大作文章”,尽量描述它在各种领域中的应用的进展情况、前景等问题,试图给读者更加全面广阔的知识。这就“铸成”了本书的篇幅不小。全书的大部分材料来自于笔者近十多年来在这些领域内研究的成果和发表的大量文章。同时也综合和摘录了最近三十多年一直到 2001 年来国际国内一些科学家在这些课题上所获得的一些最新成果和有意义的结论。因此,知识的新颖性和综合性、内容的全面性和系统性和深刻性便是本书的另一大特点。同时,还应当指出本书所列出的孤子定义、特征、规律既非常新颖,又令人感兴趣,很有感染力,是这个领域研究的新成果,表现了当前国际上研究的最新水平。另外,本书还在每章后列出总数上千条的论文和著作的引文,较全面概括了国际上这些课题内发表的主要文章和出版的书籍,供读者参考。

出版本书的意义在于提醒人们应去注意,并下功夫研究孤子物理学,以促进这门新兴学科的发展,因为物质的运动和特性从本质来讲是一个非线性问题,而不是线性问题。在线性科学已十分成熟的今天,非线性科学已成为各种自然现象的焦点,它和生命科学一起已作为 21 世



纪科学发展的前沿和重点。如果不认真研究它,科学将难有重大突破。现在人们已把研究注意力集中到复杂系统、分子系统和生命系统等过去很少研究的系统上,这是可喜的。实际上,这些系统本身就是一些典型的非线性系统,它们的复杂性和研究的困难就主要反映在它们的非线性的认识和理解及其描述上,所以不掌握非线性科学,很难在这些科学上取得重大进展。所以非线性科学是我们应当学习和研究的重要科学分支,它对于推进科学的发展起着重要作用,而现在出版的这本《孤子物理学》专著,则是非线性科学的一本重要入门和专业书。本书是目前国际上较全面、系统的非线性孤子科学方面的专著,它全面概括了这门科学的方方面面。

由于本书所涉及的内容都是当前国际国内科学工作者研究的热门问题,也是非线性科学研究的一大重点问题。笔者水平有限,书中难免有许多不妥和错误之处,敬请读者批评指正,作者虚心听取意见,欢迎大家的批评,并认真改正。

庞小峰

写于1997年11月10日

修改于2001年11月6日

# 目 录

前言 .....	I
<b>第一章 线性波、元激发和非线性系统的孤子激发 .....</b>	<b>1</b>
第一节 线性波的特性 .....	1
第二节 表面波的特性 .....	4
第三节 浅水非线性系统中出现的孤波 .....	12
第四节 具有孤波解的动力学方程 .....	20
第五节 孤波动力学方程建立的一般方法 .....	32
第六节 孤波动力学方程的求解方法 .....	35
第七节 孤子的概念 .....	41
第八节 孤子碰撞的特征和模型 .....	53
第九节 孤子的稳定性论证 .....	56
第十节 自由孤子的绝对稳定性的论证 .....	64
第十一节 在二维和三维空间中的孤子的存在和稳定性 .....	68
第十二节 在二维系统中孤子之间的散射特性 .....	71
第十三节 孤子不是线性情况的元激发 .....	76
参考文献 .....	89
<b>第二章 孤子的形成及其特性 .....</b>	<b>93</b>
第一节 色散效应和非线性作用 .....	93
第二节 孤子的动力学方程及它的形成条件 .....	99
第三节 元激发的激子的孤子演变 .....	112
第四节 孤子激发与初始扰动 .....	120
第五节 孤子的物理意义、分类及其实验观察 .....	126
第六节 孤子的叠加原理和粒子特性 .....	136

第七节	孤子的守恒特性及可积性	141
第八节	孤子的本征值问题	147
第九节	孤子的运动特征和规律	152
第十节	孤子的传播特性	157
第十一节	孤子在界面上的反射与透射特性	164
第十二节	孤子的位置和动量同时确定的程度	166
	参考文献	171
<b>第三章</b>	<b>孤子的相互作用及其状态变化</b>	<b>174</b>
第一节	受微扰作用后孤子的结构稳定性	174
第二节	KdV 孤子的一般微扰理论	177
第三节	Sine - Gordon 孤子的微扰理论	181
第四节	孤子问题的线性微扰理论	188
第五节	在受外势场影响下的孤子的状态变化	193
第六节	被微扰的孤子之间的碰撞特性	199
第七节	在驻波作用下孤子衰减的特性	204
第八节	周期性外场对孤子状态的影响	208
第九节	介质中的杂质原子与缺陷对孤子的影响	211
第十节	孤子与介质的杂质缺陷的非弹性共振散射特征	223
第十一节	介质结构的局域性改变对孤子的影响	228
第十二节	不稳定孤子的动力学特性	233
第十三节	孤子的产生、消灭及坍塌	246
第十四节	孤子振动的周期性结构和向混沌状态的转变	253
	参考文献	256
<b>第四章</b>	<b>光孤子学与光纤通讯</b>	<b>259</b>
第一节	相干光脉冲的传播及光纤的非线性效应	260
第二节	在非线性色散介质中调制光波的包络波动方程	263
第三节	光纤中光孤子的运动方程及其解	269
第四节	光纤中光孤子运动的微扰理论	279
第五节	光纤的调制不稳定性对光孤子的影响	294
第六节	光孤子传播的量子理论	297
第七节	光纤的耗损和随机色散对孤子传输的影响	309
第八节	在三维光纤中光孤子的传输特性	316
第九节	在椭圆形光纤中光孤子的特性	321
第十节	具有双折射效应的光纤中准光孤子的传播	324

第十一节	光孤子通讯及光孤子的其他运用	331
第十二节	光纤中的暗孤子及其特性	340
第十三节	在非相干和自散焦光纤中的灰孤子和空间暗孤子	349
第十四节	由 Pockel 效应引起的折变空间光孤子	355
第十五节	量子涨落效应导致的光孤子的压缩	362
	参考文献	366
<b>第五章</b>	<b>铁磁、反铁磁和自旋波系统的非线性特性与磁性孤子</b>	<b>371</b>
第一节	具有各向异性的 Heisenberg 铁磁链中的孤子激发	372
第二节	在易平面铁磁链中的孤子激发	378
第三节	具有磁子-声子耦合的准一维铁磁链的孤子激发	381
第四节	在铁磁体中激发的孤子的热力学特性	387
第五节	铁磁孤子理论给出的物理特性和与现实铁磁系统的偏离	392
第六节	真实一维铁磁系统的非线性特征和孤子运动的实验验证	403
第七节	反铁磁体的非线性特征和孤子激发	421
第八节	具有对称性破缺的反铁磁体中的孤子激发	427
第九节	在反铁磁体中由磁子-声子和磁子-磁子相互作用导致的孤子激发	433
第十节	真实反铁磁体中存在孤子激发的实验证实	445
第十一节	在量子自旋波体系中的孤子激发	453
第十二节	量子自旋波体系的非线性特性的实验结果	463
第十三节	磁性系统中的量子孤子特性	466
	参考文献	474
<b>第六章</b>	<b>导电聚合物的局域性激发和电子孤子</b>	<b>481</b>
第一节	导电共轭聚合物的分子结构和电子结构特性	482
第二节	聚乙炔中孤子激发的理论模型	489
第三节	聚乙炔中的非线性激发的特性	498
第四节	聚乙炔中的孤子运动的集体激发模型	508
第五节	在有限长度的导电聚乙炔中的局域态	511
第六节	Coulomb 相互作用对聚乙炔中孤子的影响	523
第七节	在聚乙炔中由光激发的孤子的特性	532
第八节	由激发的孤子感应的振动模和局域模	537
第九节	在聚乙炔中的量子涨落和高掺杂对孤子的影响	542
第十节	关于聚乙炔中有孤子激发存在的实验观察	549
第十一节	在聚合物中电荷的传输特性和简并度消除所引起的物理现象	560
	参考文献	570

<b>第七章</b>	<b>液晶的非线性特性和液晶分子孤子</b> .....	<b>575</b>
第一节	液晶的结构和特性.....	575
第二节	静态液晶的非线性特性.....	580
第三节	液晶的非线性动力学特性.....	583
第四节	在均匀稳定切变液晶中的孤子激发.....	597
第五节	在一般切变液晶中的孤子激发.....	605
第六节	在铁电液晶中的孤波.....	611
第七节	受挫近晶相液晶中的孤子运动.....	616
第八节	在液晶中由外磁场感应的孤子激发.....	622
第九节	在铁电近晶液晶中与孤子激发相关的公度与不可公度相变.....	630
第十节	生物膜的液晶模型和神经冲动信息传递的孤子模型.....	637
	参考文献.....	644
<b>第八章</b>	<b>有机分子晶体的非线性特征和激子孤子</b> .....	<b>648</b>
第一节	有机分子晶体的结构和红外吸收特性.....	648
第二节	实验结果分析和相应的理论模型.....	654
第三节	乙酰苯胺中的孤子结构.....	659
第四节	新的理论模型及其量子力学特性.....	668
第五节	乙酰苯胺的红外吸收的孤子理论.....	675
第六节	乙酰苯胺的 Raman 散射特性.....	683
第七节	在有机分子晶体中孤子导致的 Mössbauer 效应.....	689
第八节	乙酰苯胺的量子振动能谱.....	705
第九节	ACN 中存在有孤子的实验检测.....	708
	参考文献.....	710
<b>第九章</b>	<b>氢键分子系统的非线性激发和质子孤子的特性</b> .....	<b>714</b>
第一节	氢键结构和氢键系统的动力学特性.....	714
第二节	质子传递的 ADZ 模型.....	717
第三节	缺陷结构的二维动力学模型.....	721
第四节	氢键系统的非线性激发与质子传递的新理论.....	727
第五节	重离子的非简谐振动对质子传递的影响.....	740
第六节	外场对质子孤子的影响.....	742
第七节	在有杂质存在时系统中的质子传递.....	749
第八节	迁移偶极矩对孤子的影响.....	752
第九节	质子传递的量子理论和孤子导致的比热.....	757

第十节 质子的极大化和同位素效应 .....	762
第十一节 质子泵 .....	766
参考文献 .....	768
<b>第十章 晶格振动的非线性特性及声子孤子 .....</b>	<b>772</b>
第一节 Toda 晶格的非线性激发和 Toda 孤子 .....	772
第二节 连续晶体中的孤立波 .....	778
第三节 声子孤子的守恒量 .....	780
第四节 非简谐振动晶格的自局域模的传播 .....	782
第五节 非简谐振动晶格的相干性激发和量子孤子 .....	787
第六节 强各向异性的二维原子 KP 晶格的孤子激发 .....	789
第七节 杂质对晶格孤子的散射效应 .....	792
第八节 晶格中孤子的热传导效应 .....	795
第九节 在晶格中热传递的动力学特性 .....	799
第十节 Toda 晶格理论的运用和推广 .....	804
第十一节 DNA 动力学的 Toda 晶格模型 .....	808
参考文献 .....	810
<b>第十一章 超导 Josephson 结中的涡旋孤子 .....</b>	<b>814</b>
第一节 Josephson 效应和动力学方程 .....	814
第二节 在 Josephson 线空腔中的磁通反射 .....	820
第三节 具有局域微扰的长 Josephson 结中的孤子状态 .....	824
第四节 在无规非均匀的长 Josephson 结中孤子的传导性 .....	830
第五节 周期性磁通链和周期性杂质晶格的绝热相互作用 .....	833
第六节 具有周期性杂质晶格的 Josephson 结的磁通阵的孤子状态 .....	835
第七节 在长 Josephson 结中 Kink - 反 Kink 碰撞引起的辐射效应 .....	838
第八节 长 Josephson 结的 $4\pi$ - Kink 涡旋孤子 .....	839
第九节 Josephson 结中孤子的实验观察 .....	844
第十节 环形 Josephson 结的孤子串 .....	847
第十一节 耦合于谐振器的 Josephson 孤子的次谐振的自锁定 .....	848
第十二节 在 Josephson 结中的混沌效应 .....	850
第十三节 Josephson 结阵列的数据平行 Langevin 动力学模拟 .....	852
参考文献 .....	858



## 第一章

# 线性波、元激发与非线性系统的孤子激发

在非线性系统中,由于固有非线性作用的存在,常常出现集体激发和孤子运动,这种孤子激发既不是元激发又不是线性波,而是一种特殊准粒子,它满足具有孤立波解的非线性动力学方程,即它是具有特定粒子性和波动性的非线性激发。由于“波”是物质存在的一种形式,要讲清孤子或孤立波必须要知道元激发,还要清楚知道线性波和表面波,因为一些孤立波是由这些波演化而来的。因此,在本章开始几节先介绍与孤立波有关的线性波和表面波,其目的是使我们能很好理解孤子的本质和特性及产生条件,以及与线性波和表面波和线性情况下的元激发等的联系与区别。

## 第一节 线性波的特性

一提起波,人们就必然想起冲击海岸和河岸的波浪。其实,波是物质包括原子、分子等的振动状态在物质内部或表面上的一种周期性或准周期性的传播现象。表征波动特征的物理量是波长、周期或频率。最简单的线性波是正弦波

$$\phi(x, t) = a \sin(kx \pm \omega t + \delta) \quad (1.1)$$

这里  $a$  是波动的振幅,  $k$  和  $\omega$  是波数和振动圆频率, 则其波长  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ , 频率为  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ , 1.1 式中的“-”和“+”号分别表示向右和向左传播的波, 其传播的速度即波前传播的速度  $v = \frac{\omega}{k}$  称为相位速度,  $\delta$  称为初值相位, 它依赖于坐标  $x$  和时间  $t$  的原点选择。如果相位改变  $\pi/2$ , 则 1.1 式变成余弦型

$$\phi(x, t) = a \cos(kx \pm \omega t + \delta)$$

它也称为正弦波。如果波速与  $k$  和  $\omega$  无关, 则可得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (v = \text{const.}) \quad (1.2)$$



这就是众所周知的波动方程,除电磁波和光波严格满足此方程外,自然界的大多数波动都与它有些偏离。从这个意义上讲 1.2 式表示了一个理想的波动。很明显,它也是一个线性方程。事实上,如果让  $\phi_1$  和  $\phi_2$  是 1.2 式的两个解,则它们的线性叠加  $\phi(x, t) = \phi_1(x, t) + \phi_2(x, t)$  也是它的解,于是 1.2 式的一般解可表为

$$\phi(x, t) = \sum_k a_k \cos[k(x + vt + \delta^{(+)})] + \sum_k b_k \cos[k(x + vt - \delta^{(-)})] \quad (1.3)$$

利用任意函数  $f$  和  $g$ , 1.2 式的一般解可写为

$$\phi(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt) \quad (1.4)$$

它称为 d'Alembert 解。

对于线性波,常用复数函数来表示更为方便,即

$$\phi(x, t) = e^{ik(x-vt)} = \cos k(x - vt) + i \sin k(x - vt) \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (1.5)$$

这种解常出现于微观物理体系中,具有波动性的微观粒子常用这种形式来表示,此时它叫德布罗意波。因此,线性波动性是一切微观粒子在线性场中的基本特性。其实 1.2 式也可写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - v \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}\right) \phi = 0$$

由此可见,它可以向左和右两个方向传播。若我们仅考虑向右传播的波,则波动方程简化为

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + v \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) = 0 \quad (1.6)$$

关于服从 Hook 定律的弹簧中的粒子的一维系统提供了线性波传播的适合模型所产生的波称为弹性波。如果让  $y_n$  表示第  $n$  个粒子偏离平衡位置的位移,则在第  $n+1$  和第  $n$  个粒子之间弹簧长度的增长为  $y_{n+1} - y_n$ 。若  $W$  是弹簧的力常数,则作用在第  $n$  个粒子上的力是  $W(y_{n+1} - y_n)$  和  $W(y_n - y_{n-1})$ ,于是质量为  $m$  的粒子的运动方程则为

$$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = W(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) \quad (1.7)$$

由于方程是线性的,可设  $y_n = ae^{i(kx + \omega t)}$ , 则可得:  $m\omega^2 = 2W(1 - \cos k)$ ,  $\omega = 2\sqrt{\frac{W}{m}} \sin k/2$ ,  $k$  常取在  $-\pi \leq k < \pi$  内。在  $k = \pi$  时,  $\omega$  达最大值  $\omega_m = 2\sqrt{W/m}$ 。则  $0 \leq \omega < \omega_m$ , 就是弹性波允许的频率区域。对于晶体,上述波称为格波,若振动频率高于  $\omega_m$ , 则波不能在晶格内传播,因此分立晶格可作为具有阈值  $\omega_m$  的低通道滤波器。这是不同于 1.2 式描述连续波。格波的另一个不同特性是晶格的相速度  $v_{ph}$  依赖于波数,即  $v_{ph} = \frac{\omega}{k} = 2\sqrt{\frac{W}{m}} \frac{\sin(k/2)}{k}$ , 如果展成为  $k$  的级数则有

$$v_{ph} = \sqrt{\frac{W}{m}} \left(1 - \frac{k^2}{24} + \dots\right) \quad (1.8)$$

这种相速度依赖于波数的波叫做色散波。当对分立晶格的波作叠加时,由于每一个分量具有不同速度,则在传播过程中,波形就会变化。对于一维晶格,若用  $r_0$  表示相邻粒子之间的平均距离,则  $x = nr_0$  表示编号为  $n$  的坐标,当波长充分大 ( $k \ll 1$ ) 时,相速度是一个常数为  $v_0 =$



$\sqrt{\frac{W}{m}}r_0$ , 则 1.7 式变成连续性方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

如果波长太长, 则  $y_n$  可写成  $y_n = y(x, t)$ , 则可展开成高阶级数, 即

$$y_{n+1} = y \pm r_0 \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{r_0^2}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \pm \frac{r_0^3}{3!} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \frac{r_0^4}{4!} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \dots$$

于是我们可得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v_0^2 \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{r_0^2}{12} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) \quad (1.9)$$

其相应的色散关系为

$$\omega^2 = v_0^2 k^2 \left( 1 - \frac{1}{12} r_0^2 k^2 \right) \quad (1.10)$$

1.9 式是高阶线性波动方程。由于它存在上述色散效应, 所以不会导致有意义的物理现象。

由于晶格波可向左和向右传播。对于向右边传播的波, 可设  $\xi = x - v_0 t$ , 则  $y$  可认为是  $\xi$  和  $\tau = t$  的函数  $y = y(\xi, \tau)$ , 于是有

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2v_0 \frac{\partial^2 y}{\partial \tau \partial \xi} + \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2}$$

由于这种波动可近似认为是随坐标  $\xi$  行进的, 和其他项比较起来则可忽略项  $\frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2}$ , 于是从

1.9 式可得

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \delta^2 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \xi^3} = 0 \quad \left( \text{这里 } \varphi = \frac{\partial y}{\partial \xi}, \delta^2 = v_0 r_0^2 / 24 \right) \quad (1.11)$$

因此 1.11 式是展示色散效应的最简单方程式。

为了能自动忽略诸如  $\frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2}$  的项, 这里引入小参数  $\epsilon$ , 并设:

$$\xi = \epsilon^{1/2} (x - v_0 t), \tau = \epsilon^{3/2} t \quad (1.12)$$

对于  $y = y(\xi, \tau)$  则有以下导数存在

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \epsilon \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \epsilon^2 \frac{\partial^4 y}{\partial \xi^4}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \epsilon v_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \epsilon^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \tau \partial \xi} + \epsilon^3 \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2}$$

将上式代入 1.9 式, 忽略  $\epsilon^3$  阶, 从  $\epsilon^2$  阶可得到 1.11 式。因此, 通过选择  $\epsilon$  和  $\tau$  的标度, 便可以得到有一定物理意义的方程。在这种情况下, 我们使用了小因子  $\epsilon^{1/2}$  和  $\epsilon^{3/2}$  来表示系统的缓慢变化, 1.12 式称为 Gardner - Morikawa 变换。

现在来研究另一种线性波即浅水波。水是能为我们提供波动的有用物质。但在其中产生的水波的波速依赖于波长和水深, 因此水波的运动实质上是非常复杂的。由于水动方程基本上是非线性的, 所以不能忽略具有有限振幅的波动的非线性效应。但对于波数趋于零的小水波可使用线性近似。在此情况下, 波速仅依赖于波长。实际上, 只有当波长大于水深时, 波速才与波长无关。对于这样的浅水波动的速度仅由水深  $h$  来决定, 这点已由 Lagrange 所证明。

对于这样的表面波的速度为  $v = \sqrt{gh}$ , ( $g$  是重力加速度), 此问题的详细处理见以后几节, 这