



北大燕园



高等数学(工本)

双色印刷

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

主组

编 / 全国高等教育自学考试命题研究组
编 / 中央财经大学 赵秉昆



(最新版)

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

公共课教材

卷之三

三

卷之三

三



全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

高等数学（工本）

组 编 全国高等教育自学考试命题研究组
主 编 中央财经大学 赵秉昆

图书在版编目 (CIP) 数据

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类/赵秉昆主编. —北京:人民日报出版社, 2004. 10

ISBN 7 - 80153 - 955 - 9

I. 全… II. 赵… III. 公共课—高等教育—自学考试—自学参考资料 IV. G726. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 069175 号

**书 名: 全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类
高等数学(工本)**

主 编: 赵秉昆

责任编辑: 紫 玉

装帧设计: 赵鹏丽

文稿统筹: 谭伟红

项目统筹: 杨铁军

出版发行: 人民日报出版社(北京金台西路 2 号 邮编:100733,
电话:010 - 65369529, 65369527)

经 销: 新华书店

印 刷: 北京市朝阳印刷厂

开 本: 880mm × 1230mm 1/16

字 数: 4320 千字

印 张: 180 印张

印 数: 0001—5000 册

印 次: 2005 年 5 月第 1 版 第 2 次印刷

书 号: ISBN 7 - 80153 - 955 - 9/G · 524

定 价: 285.00 元

前言

本书是与全国高教育自学考试《高等数学(工本)》自学考试大纲、教材相配套的辅导用书。

编写依据：

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学(工本)考试大纲》；
2. 全国高等教育自学考试指导委员会组编的教材《高等数学(工本)》(西安交通大学出版社,陆庆东主编)。

本书的特点：

1. 以考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索,按最新体例分章节进行编写。每章均列有考点透视,并将每一章节可能出现的所有考核知识按考试题型编写同步跟踪强化训练题,以便考生扎实、准确掌握本章内容。
2. 对每一章的重点、难点部分进行解答并举例点评,又将本章近年出现过的考题进行分析,这对于考生全面把握教材内容,掌握重点、难点,正确解答各种题型,富有切实的指导意义。
3. 附录部分包括二套模拟试题、一套最新全真试题及参考答案,以便考生及时了解最新考试动态及方向。

编者

于中央财经大学

为什么逾千万自考生如此信赖北大燕园?

北大燕园高等教育自学考试“同步训练·同步过关”系列辅导丛书自出版发行以来，购买者超过千万人次。北大燕园自考辅导产品的魅力究竟何在？为什么逾千万自考生如此信赖北大燕园？下面是随机抽出的部分读者来信，或许您从中可以了解其中的奥秘……

马家伟 新疆大学培训学院

尊敬的全体编辑老师：

你们好！

首先，感谢你们为全国各地的广大自考生提供了这样极为优秀的自考系列辅导用书，向你们致以衷心的谢意。

我是一名来自新疆正在学习计算机信息管理专业的自考考生，对于我本人来讲，本书就像是一位良师益友，不仅可以帮助我解答疑难，而且还使我寻找到了一个正确的学习方法，真正地做到了主次分明，真可谓指点迷津。

我十分愿意配合和参与贵编辑部的信息反馈活动，于是刚刚参加完2004年10月31日考试的我，怀着一种喜悦的心情提笔向各位老师写了这封信。我报考的4科全部过关，并且平均分数80分以上。在此，谨表示对贵部深深的感谢与由衷的敬意！谢谢你们为我们广大参加自学考试的考生指明了前进的方向，使我们在知识的大道上飞快前进，使我们离自己的梦想又近了一步，相信成功离我们不远！

谢谢你们！辛苦了！

祝：工作顺利！

2004.12.1

丁欣 重庆教育学院6号信箱

贵部所编写的自考丛书，知识体系详实、紧凑，问题针对性强，重难点突出。

我尤其对同步训练的“重难点举例点评”、“典型例题分析”、“历年考题分析”和“知识网络图”的增设特别满意，正中广大考生下怀。难得！难得！这让我对今后的自考充满信心！

2004.9.18

曹川平 四川省广元市财经校2003级2班

通过对贵丛书的学习、训练，确实使我的学习有

极大进步。首先，感谢编者对我们的支持和厚爱，该书覆盖了考试的知识点，而且重点、难点、考核点突出、清晰，使广大读者更快捷、更牢固地掌握知识要点，而且还起到事半功倍之效果。

2004.9.10

翟桂千 烟台莱山区初家工业园

当我刚拿到这本书的时候，我被书中的设计惊呆了，本书一改以往单调的黑脸样式，运用不同颜色来突出各项例题，这样既起到了醒目的作用，也刺激我们自学者读书的乐趣，书很好，没意见，建议有一个：希望北大燕园能设计出更好更优秀的自学辅导书，你努力！我支持！

2004.9.7

侯传健 京94支局61012部队73分队

我是一名专科刚毕业的学员，在《法理学》上我补考了三回，最后在朋友的介绍下购买了此书，使我顺利通过了最后一门，在此我对编著该书的各位老师表示衷心的感谢，因为没有你们辛勤的汗水，就没有我优异的成绩，没有你们，便没有许多法律爱好者美好的将来。

2004.6.11

薛显 上海杨浦区浣沙四村17号102室

我是一名英语本科自考的在校生，在已经过去的4月份中我参加了考试，昨天由声讯电话查得我所报考的3门（英语词汇学，现代英语语法及毛泽东思想概论）全部顺利通过了，这让我兴奋极了。第一次考试如此顺利，令我信心倍增，还有余下的十一门我更会出色地发挥。今天给你们写信，是为了表示我的感激之情，因为我是背熟了你们的同步辅导而上考场的。《英语词汇学》同步过关，《英语语法》同步过关以及《毛泽东思想概论》同步过关我都购买了，因为这是我第一次考试（自考），没有过实战经验，因此刚

开始时的确很迷茫,不知从何下手复习,课本上内容很多,无重点,少例题,而你们的同步过关将重点一一列出,结合历年考题,并附上分析,清晰明了,很容易记忆,而且三本不同科目的同步辅导各有特色,语法侧重练习,词汇多的是识记,大概有很多总结性的东西,确实不错,看得出你们是很花心思的。一本好的课本书籍对于一个人的成功是十分重要的,你们用心良苦让我看到了你们从我们考生角度出发的心情,感谢你们!

可能是一种缘分吧,当初在众多不同出版商的同步辅导书中我选择了你们,在它让我受益的同时,我会坚持阅读其他科目的同步过关,提出自己的意见和建议,并且关注你们其他的刊物。

All right。最后希望你们越办越好!

2004.2.11

陈进国 广西灌阳县

老师们:

你们好!有幸得到这一系列好资料,甚是幸运。相信在今后的学习中它会对我乃至所有想跳“龙门”的朋友起到“画龙点睛”的作用。我也深切希望编辑部的老师以及拥有这一系列资料的学友能手拉着手共同去攀登前进道路上的高峰。

徐继强 山东省济南市历城区

我是一名2001年参加自考的考生。自参加自考以来,我就是北大燕园的忠实读者。每门课程的同步训练·同步过关都是我的必选辅导书。由于你们出版的辅导用书编排新颖、具体实用,所以深深地吸引着我。谢谢你们为我们自学考生出版了这么好的辅导用书。

我参加的自考专业是山东省的法律(基础科段),也就是法律专科。结合这次4月份考试中的《刑法学》,我想提一点自己的看法。我于2002年10月份购买了《刑法学》同步辅导。你们编辑的这本《刑法学同步训练·同步过关》很有特色。特别是每一章中的重点难点举例点评、历年考题分析、知识网络图

都是其他自考辅导书中所没有的,很实用,而把每—章中出现过的历年考题都分别拿出来予以分析更是富有创新,这对我们了解、掌握知识点有很大帮助。

2003.4.20

齐鹏民 辽宁省大连市开发区加工区

尊敬的全体编辑老师:
你们好!

首先,感谢你们为全国各地的广大自学考生提供了这样极为优秀的自考系列辅导用书,向你们致以衷心的谢意。

我是一名来自大连开发区正在学习法律专科的自学考生。对于我本人来讲,本书就像是一位良师益友,不仅可以帮助我解答疑难,而且还使我寻找到了一个正确的学习方法,真正地做到了主次分明,真可谓指点迷津,为每位自学考生的学习生活起到了不可估量的作用。

我十分愿意配合和参与贵编辑部的信息反馈活动。于是刚刚参加完2004年4月17日考试的我,怀着一种喜悦的心情提笔向各位老师写了这封回信。下面请允许我对《<法律基础与思想道德修养>同步训练·同步过关》一书作出几点深刻的总结和建议:

一、本书命中率相当高。例如:2004年4月17日《法律基础与思想道德修养》的考试中,两道大的论述题均是本书最后面《学习贯彻十六大精神的教育考试方案》中的原题,分值大约在30分左右。题目分别为:(1)结合十六大精神,试述坚持和完善人民代表大会制度。(2)结合十六大精神,试述弘扬和培育中华民族精神。这是我以前看过的其他所有辅导用书不能比拟的。

二、全书在内容与结构的编排上真正做到了“新颖”二字。突出表现在“重点难点举例点评”、“知识网络图”、“同步跟踪强化训练”这三大部分上,使广大考生学习起来有条理、有层次,做到详略得当。

三、该书能够做到紧扣教学大纲、习题独特、覆盖面广,内容全面而丰富,使考生眼界变得宽广。

(以上只是大量读者来信的筛选,均是原文摘录,它代表着广大自考生对北大燕园辅导资料的评价,仅供参考)

欢迎登录:<http://www.pkubook.com.cn>

目 录

●第1章 函数	(1)
考点透视	(1)
同步跟踪强化训练	(1)
参考答案	(6)
重点难点举例点评	(10)
历年考题分析	(17)
●第2章 极限与连续	(19)
考点透视	(19)
同步跟踪强化训练	(19)
参考答案	(27)
重点难点举例点评	(34)
历年考题分析	(38)
●第3章 导数与微分	(41)
考点透视	(41)
同步跟踪强化训练	(41)
参考答案	(45)
重点难点举例点评	(51)
历年考题分析	(55)
●第4章 导数的应用	(58)
考点透视	(58)
同步跟踪强化训练	(58)
参考答案	(65)
重点难点举例点评	(74)
历年考题分析	(78)
●第5章 不定积分法	(79)
考点透视	(79)
同步跟踪强化训练	(79)
参考答案	(85)
重点难点举例点评	(93)

历年考题分析	(96)
●第6章 定积分及其应用	(99)
考点透视	(99)
同步跟踪强化训练	(99)
参考答案	(106)
重点难点举例点评	(116)
历年考题分析	(120)
●第7章 向量代数与空间解析几何	(123)
考点透视	(123)
同步跟踪强化训练	(123)
参考答案	(126)
重点难点举例点评	(130)
历年考题分析	(131)
●第8章 多元函数微分学	(133)
考点透视	(133)
同步跟踪强化训练	(133)
参考答案	(140)
重点难点举例点评	(151)
历年考题分析	(155)
●第9章 多元函数积分学	(157)
考点透视	(157)
同步跟踪强化训练	(157)
参考答案	(161)
重点难点举例点评	(166)
历年考题分析	(169)
●第10章 常微分方程	(171)
考点透视	(171)
同步跟踪强化训练	(171)
参考答案	(175)
重点难点举例点评	(180)
历年考题分析	(183)
●第11章 无穷级数	(185)
考点透视	(185)
同步跟踪强化训练	(185)
参考答案	(190)

重点难点举例点评	(195)
历年考题分析	(197)

附录：

●模拟试题（一）	(200)
模拟试题（一）参考答案	(203)
●模拟试题（二）	(207)
模拟试题（二）参考答案	(210)
●2005年（上）高等教育自学考试全国统一命题考试	
高等数学（工本）试卷	(213)
●2005年（上）高等教育自学考试全国统一命题考试	
高等数学（工本）试卷参考答案	(217)



第1章 函数

● 考点透视

本章要求：深刻理解一元函数的定义；掌握函数的表示法和函数的简单性态；理解函数增量的概念；理解反函数概念；深刻理解复合函数概念；熟练掌握基本初等函数和了解什么是初等函数。

本章重点是：函数的定义；基本初等函数。难点是：反函数；复合函数。

● 同步跟踪强化训练

一、单项选择题

1. 函数 $y = \arcsin x$ 的定义域是 ()
 A. $[-1, 1]$ B. $(0, \frac{\pi}{2})$ C. $(0, 1)$ D. $(0, \pi)$
2. 下列函数表示同一个函数的是
 A. $f(x) = x$ 与 $g(x) = e^{\ln x}$
 B. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x+1)}$ 与 $g(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$
 C. $f(x) = x$ 与 $g(x) = x(\sin^2 x + \cos^2 x)$
 D. $f(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 与 $g(x) = x+3$
3. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(x + \frac{1}{4}) + f(x - \frac{1}{4})$ 的定义域为 ()
 A. $[\frac{3}{4}, \frac{9}{4}]$ B. $[\frac{5}{4}, \frac{7}{4}]$
 C. $(\frac{5}{4}, \frac{7}{4})$ D. $(\frac{1}{4}, \frac{7}{4})$
4. 下列四组函数完全相同的一组是 ()
 A. $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$ B. $f(x) = \lg(x+1)^2, g(x) = 2\lg(x+2)$
 C. $f(x) = \frac{2x}{x}, g(x) = 2$ D. $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$

同步训练 · 同步过关

5. 若 $y = f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{当 } x > 0 \text{ 时}, \\ x^2, & \text{当 } x \leq 0 \text{ 时}. \end{cases}$, 则 $f(0) =$ ()
- A. 无定义 B. 0 C. 1 D. -1
6. 若 $f(x-2) = x(x-1)$, 则 $f(x) =$ ()
- A. $(x+1)(x+3)$ B. $x(x-1)$
C. $(x+1)(x+2)$ D. $(x-1)(x-2)$
7. 若 $f(x) = x$, $g(x) = \frac{1}{2}x$, 则 $f[g(x)] =$ ()
- A. $\frac{1}{2}x$ B. x C. $\frac{1}{2}x^2$ D. $\frac{1}{2}$
8. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \arcsin \frac{x-2}{2}$ 的定义域为 ()
- A. $(2, 4]$ B. $[2, 4]$ C. $(1, 3)$ D. $[1, 2]$
9. 若 $g(x) = 1-x$ ($x \neq 0$), $f[g(x)] = \frac{1-x}{x}$, 则 $f(\frac{3}{2}) =$ ()
- A. 1 B. -1 C. 3 D. -3
10. 若 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1, \\ 1-x, & x < 1, \end{cases}$, 则 $g[f(x)] =$ ()
- A. $f(x)-1$ B. $1-f(x)$ C. $f(x)$ D. $1+f(x)$
11. 下列函数中是偶函数的是 ()
- A. $f(x) = x^3 - 2x^2$ B. $f(x) = \tan x$
C. $f(x) = a^x + a^{-x}$ D. $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$
12. 下列函数中是奇函数的是 ()
- A. $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$ B. $f(x) = x - x^2$
C. $f(x) = \sin x - \cos x$ D. $f(x) = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$
13. 若 $f(\cos x) = 3 + \cos 2x$, 则 $f(\sin x) =$ ()
- A. $3 + \sin 2x$ B. $3 + \cos 2x$
C. $3 - \sin 2x$ D. $3 - \cos 2x$
14. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = \log_2 x$ 的图形关于 _____ 对称. ()
- A. 原点 B. 直线 $y = x$
C. y 轴 D. x 轴
15. 函数 $y = 2 + 3\sin x$ 的值域是 ()
- A. $[-1, 5]$ B. $[-1, 1]$

C. $[-1, 3]$ D. $[-2, 5]$ 16. 函数 $y = \pi + \arctg \frac{x}{2}$ 的反函数是 ()A. $\operatorname{tg} \frac{x}{2}, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ B. $-\operatorname{tg}x, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ C. $2\operatorname{tg}(x - \pi), x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ D. $\operatorname{tg}x, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

17. 下列函数中是基本初等函数的是 ()

A. $f(x) = \arcsin \sqrt{x+1}$ B. $f(x) = 2x^2$ C. $f(x) = \begin{cases} 2, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$ D. $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & x \geq 0, \\ e^x, & x < 0. \end{cases}$ 18. 函数 $y = \sin \frac{1}{x}$ 在定义域内是 ()

A. 周期函数

B. 无界函数

C. 单调函数

D. 有界函数

19. 函数 $y = x^2 + 2$ 的反函数是 ()A. $y = x^2 + 2$ B. $y = \sqrt{x+2}$ C. $y = \sqrt{x^2 - 2}$ D. $y = \sqrt{x^2+2}$ 20. 若 $f(x) = \ln x + 1, g(x) = \sqrt{x} + 1$, 则 $f[g(x)] =$ ()A. $\ln \sqrt{x} + 1$ B. $\ln(\sqrt{x} + 1) + 1$ C. $\ln \sqrt{x} - 1$ D. $\sqrt{\ln(x+2)} + 1$ 21. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^{x-1}, (-\infty < x < +\infty)$ 是 ()

A. 单调减函数

B. 单调增函数

C. 有界函数

D. 非单调函数

22. 函数 $y = \frac{x}{1+x^2}, (-\infty < x < +\infty)$ 是 ()

A. 有界函数

B. 无界函数

C. 上无界下有界

D. 上有界下无界

23. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2, \\ x+9, & -2 < x < 2, \\ 2^x, & x \geq 2. \end{cases}$, 那么下列各式中不成立的是 ()A. $f(-2) = f(2)$ B. $f(-1) = f(3)$ C. $f(0) = f(-3)$ D. $f(1) = f(4)$ 24. 不以开区间 $(1, 3)$ 为邻区的点是 ()

A. 1. 1

B. 2. 5

C. 2

D. 3. 001

25. 设有集合 $E_1 = \{x | (x^2 - 1) = 0\}$, $E_2 = \{x | x(x-1) \neq 0\}$, $E_3 = \{x | e^x(x^2 - 1) \neq 0\}$, $E_4 = \{x | x^2(x^2 - 1) = 0\}$, 则下列结果正确的是 ()
- A. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$
 C. $E_1 \cap E_4 = \emptyset$

26. 下列函数在 $(0, +\infty)$ 内单调增加的是 ()

- A. $y = \log_a x, 0 < a < 1$
 C. $y = \cos x$

- B. $E_1 \cap E_3 = \emptyset$
 D. $E_1 = E_4$

27. 函数 $y = \frac{2x}{1+x^2}$ 是 ()

- A. 偶函数
 C. 单调函数

- B. 有界函数
 D. 周期函数

28. 下列函数能复合成一个函数的是 ()

- A. $y = f(u) = \ln u, u = g(x) = -x^2$
 B. $y = f(u) = \sqrt{u}, u = g(x) = -5$
 C. $y = f(u) = u^3, u = g(x) = \sin x$
 D. $y = f(u) = e^{-u^2}, |u| < 1, u = g(x) = 3$

二、填空题

1. 若 $f(x) = x \cdot 4^{x-2}$, 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(t^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 函数 $y = 3x - 6$ 是 _____ 函数.

3. $y = \lg(x+1)$ 的反函数是 _____.

4. 函数 $f(x) = \operatorname{tg}(3\pi x + 1) - 5$ 的周期是 _____.

5. 若 $f(x) = \frac{2x+3}{4x-2}$, 则 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 则 $f(x)$ 是 _____ 函数.

7. 已知 $f(x+1) = x^2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 函数 $f(x) = 3 + 2\cos x$ 的值域是 _____.

9. 若 $f(x+3) = x(x+3)$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 $f(x) = \sin x^2, \varphi(x) = x^2 + 1$, 则 $f[\varphi(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 函数 $y = |\sin x|$ 的周期是 _____.

12. 已知 $f(x) = x^2, \varphi(x) = 2^x$, 则 $f[\varphi(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知 $f(x-a) = x(x-a)$ (a 为大于零的常数), 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 函数 $y = 4^{-x^2}$ 的值域是 _____.

15. 函数 $y = \frac{e^x}{e^x + 1}$ 的反函数是_____.

三、计算题

- 求函数 $y = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$ 的定义域.
- 求函数 $\varphi(x) = \sqrt{\lg(\frac{9x-x^2}{2}) - 1}$ 的定义域.
- 求函数 $y = \frac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数.
- 设 $y = f(x)$ 的定义区间为 $(0, 2]$, 求下列各函数的定义域.
 - $f(x^2)$
 - $f(\cos x)$
 - $f(x - \frac{1}{2}) + f(\log_2 x)$
- 求下列函数的定义域.

(1) $y = \arcsin(x-1)$	(2) $y = \ln(\ln x)$
(3) $y = 2^{x^2}$	(4) $y = \sqrt{\sin x - 1}$
(5) $y = \sin \sqrt{x^2 - 1}$	(6) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \sqrt{2-x}$
- 设 $f(\frac{1}{x}-1) = \frac{x}{2x-1}$, 求 $f(x), f(x+1)$.
- 确定函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & |x| \leq 1 \\ x^2-1, & 1 < |x| < 3 \end{cases}$ 的定义域并求 $f(1), f(2)$.
- 函数 $y = \arccos \sqrt{\ln(x^2+1)}$ 是由哪些简单函数复合制成?
- 设 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, $a > 0$, 问 $f(x^2), f(\sin x), f(x+a)$ 和 $f(x+a) + f(x-a)$ 的定义域各是什么?
- 求 $y = f(x) = 2x+1, (-\infty < x < +\infty)$ 的反函数.

四、应用与证明题

- 设 $f(x) = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$, 证明 $f(x)$ 是奇函数.
- 证明不等式 $\sin x \leq \operatorname{tg} x \leq 2 \sin x$ 在 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 成立.
- 利用 $\operatorname{sh} x$ 与 $\operatorname{ch} x$ 的定义, 相加或相减, 证明 $\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x = e^x, \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x = e^{-x}$.
- 设 $f(x) = e^x$, 证明:
 - $f(x)f(y) = f(x+y)$
 - $\frac{f(x)}{f(y)} = f(x-y)$

参考答案

一、单项选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. A 6. C 7. A 8. A 9. D 10. B 11. C 12. D 13. D 14. B
 15. A 16. C 17. A 18. D 19. C 20. B 21. B 22. A 23. D 24. D 25. D 26. B 27. B
 28. C

二、填空题

1. $t^2 \cdot 4^{t^2-2}$
 2. 初等
 3. $y = 10^x - 1$
 4. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$
 5. $\frac{2x+3}{4x-2}, x \in (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$
 6. 奇
 7. $(x-1)^2$
 8. $[1, 5]$
 9. $x(x-3)$
 10. $\sin(x^2 + 1)^2$
 11. π
 12. 2^{2x}
 13. $x(x+a)$
 14. $(0, 1]$
 15. $y = \ln \frac{x}{1-x}$

三、计算题

1. 解: 函数 $y = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$ 的定义域即 x 的取值范围

即 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$, 故 $x \neq 2, x \neq 1$, 即所求定义域为

$(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$

2. 解: $\begin{cases} \frac{9x-x^2}{2} > 0 \\ \lg\left(\frac{9x-x^2}{2}\right) - 1 \geq 0 \end{cases}$ 故 $\begin{cases} 0 < x < 9 \\ 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$ 即 $4 \leq x \leq 5$.

故所求定义域为 $[4, 5]$.

3. 解: 因为 $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$, 则

$$(2^x + 1) \cdot y = 2^x$$

$$\text{即 } 2^x \cdot y - 2^x = -y$$

$$2^x = \frac{y}{1-y}$$

则 $x = \log_2 \frac{y}{1-y}$.

将 x 换为 y , y 换为 x , 则得

$y = \log_2 \frac{x}{1-x}$ 即是 $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ 的反函数.

4. 解:(1) 因 $y = f(x)$ 的定义区间为 $(0, 2]$, 则 $0 < x \leq 2$.

则设 $u = x^2$, 即 $y = f(x^2) = f(u)$, 则应是 $0 < u \leq 2$.

即 $0 < x^2 \leq 2$ 故 $0 < x \leq \sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2} \leq x < 0$.

则 $f(x^2)$ 的定义域为 $[-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2}]$.

(2) 设 $u = \cos x$, 则根据题意知 $f(\cos x)$ 即 $f(u)$ 应满足 $0 < u \leq 2$

即 $0 < \cos x \leq 2$, 则 $f(\cos x)$ 的定义域为

$-\infty < x < +\infty$ 且 $x \neq \frac{2k+1}{\pi} (\pi \in \mathbb{Z})$.

(3) 设 $u = x - \frac{1}{2}$, $v = \log_2 x$, 则根据题意有

$$\begin{cases} 0 < u \leq 2 \\ 0 < v \leq 2 \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} 0 < x - \frac{1}{2} \leq 2 \\ 0 < \log_2 x \leq 2 \end{cases} \text{ 则 } \begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq \frac{5}{2} \\ 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

即 $f(x - \frac{1}{2}) + f(\log_2 x)$ 的定义域为 $(1, \frac{5}{2}]$.

5. 解:(1) 因为反正弦函数 $y = \arcsin x$ 的定义域为 $[-1, 1]$

则函数 $y = \arcsin(x-1)$ 必满足 $-1 \leq x-1 \leq 1$, 故 $0 \leq x \leq 2$

即函数 $y = \arcsin(x-1)$ 的定义域为 $[0, 2]$.

(2) 因为 $y = \ln x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 故

函数 $y = \ln(\ln x)$ 必满足 $\ln x > 0$ 即 $\ln x > \ln 1$, 则 $x > 1$.

故函数 $y = \ln(\ln x)$ 的定义域为 $(1, +\infty)$.

(3) 函数 $y = 2^{x^2}$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

(4) 因 $\sin x - 1 \geq 0$, 则 $\sin x \geq 1$, 又因为 $0 \leq \sin x \leq 1$, 故

只能存在 $\sin x = 1$, 即 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

则函数 $y = \sqrt{\sin x - 1}$ 的定义域为 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

(5) 因 $x^2 - 1 \geq 0$, 故 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$.

则函数 $y = \sin \sqrt{x^2 - 1}$ 的定义域为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

(6) 因 $\begin{cases} x \neq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$ 故 $x \leq 2$ 且 $x \neq 0$.