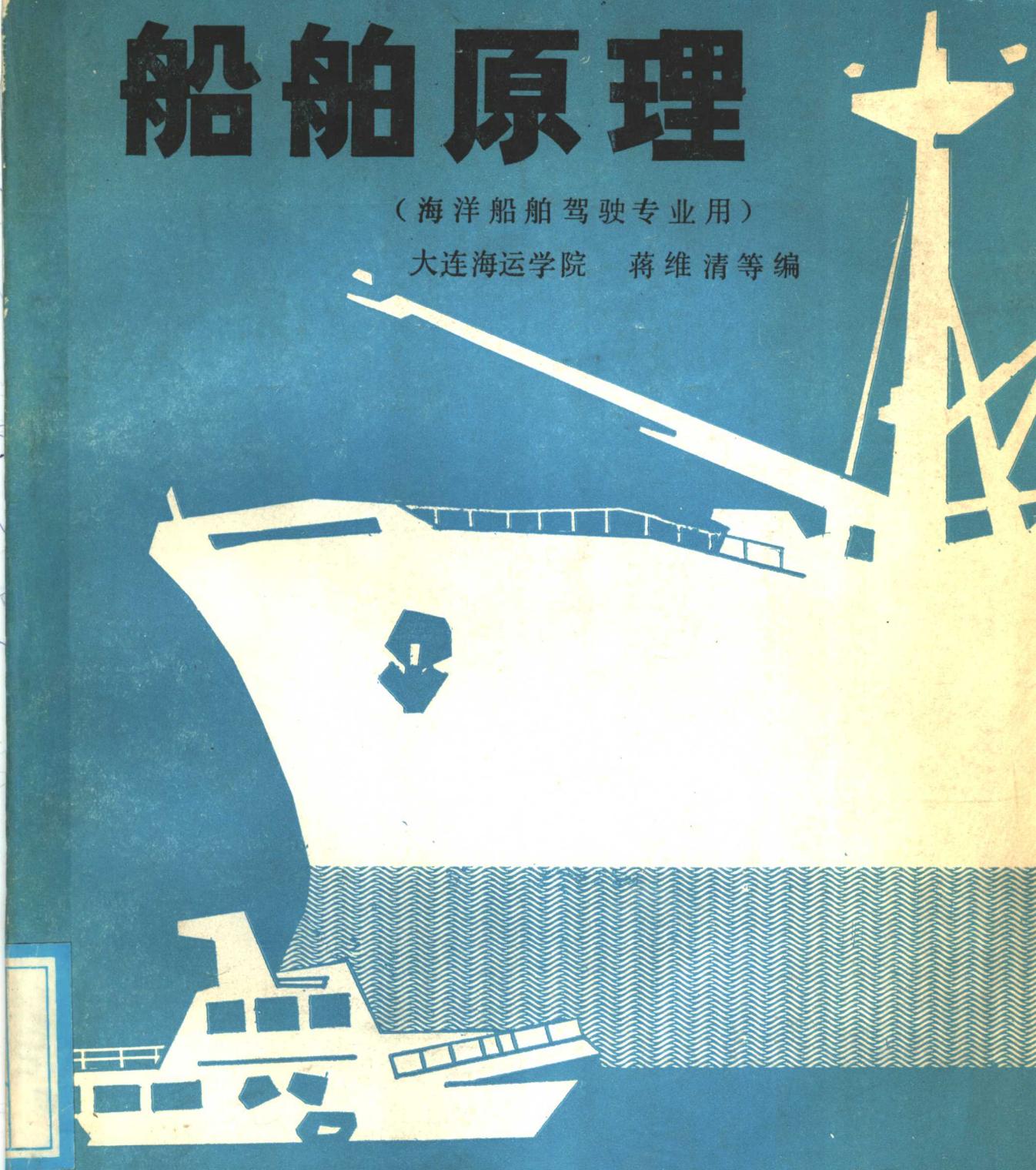


高等学校教材

船舶原理

(海洋船舶驾驶专业用)

大连海运学院 蒋维清等编



人民交通出版社

高等学校教材

船舶原理

(海洋船舶驾驶专业用)

大连海运学院 蒋维清等编

人民交通出版社

内 容 提 要

本教材包括船舶原理和船体强度两部分。共分为十一章，即：船体的形状，船体的近似计算，浮性，稳性，吃水差，抗沉性，船体强度，阻力，推力，摇荡性，操纵性。

本教材是根据海洋船舶驾驶专业《船舶原理》教学大纲而编写，计划课内学时为96。教材根据未来驾驶员工作的需要，从基本原理、基本知识、估算方法、试验研究、船舶性能的衡准以及营运船舶与设计计算状态之间的差异等六个方面作了论述。

本教材是在1979年第一版的基础上，经六年来教学实践加以修订，其中船体强度、推力和操纵性三章作了较大补充，各章编入了习题及部分思考题，给出了习题答案，书末列出了参考文献。

本教材也可作为海船和河船驾驶员的参考书。

高等学校教材

船 舶 原 理

(海洋船舶驾驶专业用)

大连海运学院 蒋维清等编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092^{1/16} 印张：18 字数：435千

1986年6月 第1版

1986年6月 第1版 第1次印刷

印数：0001—7,100 册 定价：2.95元

前　　言

随着科学技术的不断发展，近几十年来对船舶驾驶员科技理论素养的要求也越来越高。就船舶性能的衡准而言，已先后有载重线、稳性、抗沉性、压载航行最小吃水和船体总强度等有关规范和国际公约强制性或推荐性的要求。不仅在船舶设计建造过程中必须满足这些衡准，而且越来越明确地在船舶营运过程中要求驾驶员从定量方面考察各项衡准，并保证船舶在航行过程中的安全。

随着船舶的大型化、高速化和航道上船舶的密集化，船舶操纵性能的好坏已涉及到船舶的安全问题。因而，近年来船舶操纵性衡准已被提到国际海事组织（International Maritime Organization-IMO）的议事日程上来。

长期以来，船长操纵船舶主要依赖自身经验的积累，虽然也有一些在经验基础上提炼出来的数量概念，但由于缺乏必要的理论分析和试验研究，因而对于千差万别的实际情况往往认识模糊。1964年人民交通出版社出版了《黄浦江船舶操纵》一书，作者吴灏是有几十年操船经验的著名船长，他引用船舶流体力学的基本原理和实验资料，提出了在风流作用下船舶于黄浦江靠离码头、系浮筒、锚泊、掉头和过弯道的分析和估算方法。开创了驾驶员用定量分析方法来综合考察船舶操纵问题的先例。他的著作是丰富的实船经验和船舶原理巧妙结合的范例。1977年日本成山堂出版了VLCC研究会著《超大型船操纵要点》一书（1982年人民交通出版社，周沂译），1978年日本海文堂出版了岩井 聰著《新订操船论》一书（1984年人民交通出版社，周沂 王立真译）。以上两书是航海界船舶操纵方面的经典著作，它是在船艺的基础上，集成了日本航海界船舶操纵学者几十年来对营运船舶的研究成果。他们把造船界对船舶动力学研究的理论和实验成果引进航海界，进而结合营运过程中船舶操纵的各种问题作了试验探索，从单纯凭经验操船的落后状态解脱出来，在很大程度上解决了：用定量分析方法来考察船舶操纵问题——着重说明单个船体、螺旋桨、舵、锚、缆、风、流和拖船的定量计算方法；建立了营运船舶一系列船舶操纵的衡准。

以上情况表明，象以往仅给予未来驾驶员一些船舶原理的基本知识已经远远不能适应时代发展的需要。为此，本教材从基本原理、基本知识、估算方法、试验研究、衡准以及营运船舶与设计计算状态之间的差异等六个方面加以论述。对与后续课程《船舶货运》和《船艺》的分工方面，在船舶原理教学中主要阐明单个的性能，为培养综合分析问题的能力打好基础。

本书包括船舶原理和船体强度两部分。船舶原理是研究船舶平衡和运动规律的一门科学，其理论基础是理论力学和流体力学。船舶原理是流体力学的一个分支，因此也称为船舶流体力学。在船舶原理中介绍船舶的浮性、稳性、抗沉性、快速性、摇荡性和操纵性。

浮性——船舶在各种载重情况下，保持一定浮态的性能。浮态：船舶在静水中的平衡状态。主要指船的吃水、纵倾角和横倾角。本书将浮性分为正浮条件下的浮性和纵倾条件下的浮性，并简称为浮性和吃水差。

稳性——船舶受外力作用离开平衡位置而倾斜，当外力消除后能自行恢复到平衡位置的

性能。

抗沉性——船舶进水后船舶仍能保持一定浮态和稳性的性能。

快速性——表征船舶在静水中沿前进方向直线航行速度的性能。它包括船舶阻力和推进器推力两个组成部分。

摇荡性——船舶作周期性的摇摆和偏荡运动的性能。本书介绍横摇、纵摇和垂荡。横摇 (Rolling)：船舶绕 x 轴（图10-1）所作周期性的角位移运动。纵摇 (Pitching)：船舶绕 y 轴所作周期性的角位移运动。垂荡 (Heaving)：船舶沿 z 轴所作周期性的上下升沉运动。横摇、纵摇和垂荡运动具有共同的基本规律。由于横摇运动直接影响船舶安全，为此本书以横摇为例，介绍横摇运动的规律，并给出纵摇和垂荡的周期估算公式。

操纵性——船舶能保持或改变航速、航向和位置的性能。本书介绍回转性、 z 形操纵和冲程，以及螺旋桨、舵、风和流单独作用于船舶时的力。回转性 (Turning Quality)：船舶应舵绕瞬时回转中心作圆弧运动的性能。 z 形操纵试验 (Zig-zag maneuver test)：操舵后，在船首向改变量达到舵角等值时换操反舵以确定船舶操纵性响应特征的试验。停船冲程 (Headreach)：停车或倒车后，船舶沿原航向惯性前移的最大距离。

船体强度是研究船体结构抵抗内外作用力的能力的一门科学，其理论基础是材料力学和结构力学。本书简要介绍计算船体总纵强度的基本概念。

本教材1979年第一版版本，第七章由韩寿家同志编写，第八章由吴文栖同志编写，其余各章由蒋维清编写，最后由蒋维清统稿。在编写过程中，得到上海海运局吴灏船长、上海海运学院刘百庸教授，俞颖生船长、吴长仲副教授等，大连海运学院陈桂卿，王逢辰、胡玉琦副教授等的热情支持，并对本书初稿提出许多宝贵意见，特此致谢。

这次修订本，由蒋维清对全书作了修订，并对船体强度、推力和操纵性三章作了较大的补充，各章编入了习题及部分思考题，给出了习题答案，书末列出了参考文献。习题答案全部由肖仙敏演算，在此致以谢意。思考题摘自吴文栖所编驾驶专业《船舶原理》函授自学指导书。1979年版本发行后，收到一些同志的指正意见，也一并表示衷心的感谢。

目 录

第一章 船体的形状	1
第一节 型线图.....	1
第二节 主尺度.....	3
第三节 主尺度比和船体系数.....	4
习题一.....	6
第二章 船体的近似计算	8
第一节 船体近似计算的坐标系.....	8
第二节 船体近似计算法则.....	8
习题二.....	12
第三章 浮性	14
第一节 浮体的平衡条件和漂浮状态.....	14
第二节 船舶的重量和重心.....	15
第三节 船舶的排水量.....	21
第四节 船舶的浮心.....	27
第五节 邦戎曲线图.....	32
第六节 费尔索夫图谱.....	33
第七节 每厘米吃水吨数.....	34
第八节 漂心纵向坐标.....	36
第九节 纵外水密度改变对吃水的影响.....	37
第十节 储备浮力.....	39
习题三.....	40
第四章 稳性	44
第一节 稳定平衡的条件.....	44
第二节 稳性的定义.....	45
第三节 初稳心高度.....	46
第四节 初稳定性方程式的应用.....	54
第五节 静稳定性图.....	67
第六节 静平衡角和动平衡角.....	80
第七节 动稳定性图.....	83
第八节 横倾力矩.....	85
第九节 稳性规范.....	90
习题四.....	98
第五章 吃水差	103
第一节 纵稳定性方程式.....	104

第二节	纵稳心半径	104
第三节	纵稳定性方程的应用	105
第四节	拱垂情况下的排水量	118
第五节	静水力曲线图	119
习题五		
第六章	抗沉性	122
第一节	船舶进水后的浮性和稳定性计算	122
第二节	船舶的分舱	129
习题六		120
第七章	船体强度	134
第一节	船体强度概述	134
第二节	总纵弯曲力矩和剪力计算	135
第三节	中横剖面模数和弯应力计算	142
第四节	最大弯矩的近似估算公式	146
第五节	总纵剪切强度	154
第六节	局部强度	155
习题七		132
第八章	阻力	158
第一节	概述	158
第二节	基本阻力	160
第三节	相似定律	163
第四节	基本阻力的估算	167
第五节	基本阻力的百分数	173
第六节	附加阻力	175
第七节	浅水对阻力的影响	182
第八节	浅水对吃水的影响	184
第九节	船吸现象	187
习题八		188
第九章	推力	190
第一节	螺旋桨的形状和结构	190
第二节	机翼的升力和阻力	192
第三节	螺旋桨的推力特性	193
第四节	船体和螺旋桨的相互影响	198
第五节	利用螺旋桨转速估算船速	201
第六节	螺旋桨水动力特性图谱	203
第七节	螺旋桨的空泡及强度检验	206
第八节	沉深对推力和转矩的影响	209
习题九		211
第十章	摇荡性	213
第一节	船舶的运动	213

第二节 静水无阻横摇	216
第三节 静水有阻横摇	220
第四节 纵摇和垂荡运动的周期公式	221
第五节 船在波浪中的横摇	222
第六节 减摇装置	230
习题十	232
第十一章 操纵性	234
第一节 回转圈	234
第二节 K 、 T 指数	249
第三节 Z 形操纵	253
第四节 冲程	254
第五节 能力	257
第六节 系泊时推力	263
第七节 系泊时水阻力	264
第八节 系泊时风力	266
第九节 螺旋桨横向力	267
习题十一	272
习题答案	273
参考文献	277

第一章 船体的形状

第一节 型 线 图

船舶航海性能的好坏和船体几何形状密切相关。

船体几何形状通常是指船体的外形、大小、肥瘦和表面光顺程度。如图 1-1 所示，船体形状在船中 (Amidships) (船中为船长的中点，用符号 Δ 表示) 附近比较肥胖，而向首和尾逐渐瘦削。船体表面应尽可能光顺，以减少航行时的船体阻力。船舶的甲板边线自船中向首和尾逐渐升高，甲板的这种升高称为“舷弧” (Sheer)，首垂线处的甲板升高称为“首舷弧”，首舷弧值约为船长的 2%，而尾舷弧约为首舷弧的一半。甲板中线比其左右两舷的甲板边线高，其高度差称为“梁拱” (Camber)，梁拱约为船宽的 2%。甲板的舷弧和梁拱，有利于减少甲板上浪，使甲板水自首尾流向船中，且自甲板中线流向两舷，排出舷外。

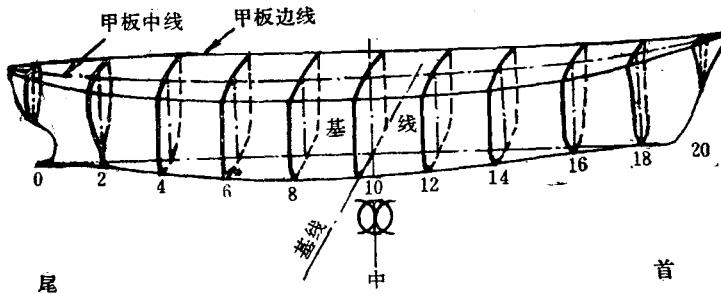


图1-1 船体形状

表示船体几何形状的图称为“型线图” (Lines plan)。它是根据画法几何的基本原理，并按照一定的比例尺绘制。除了木船之外，所有船舶的型线图均采用不包括船壳板厚度在内的船体表面（即肋骨以外、船壳板以内的船体表面）来表示船体的几何形状。这种船体表面称为“型表面”，从型表面上量下来的尺度称为“型尺度”。

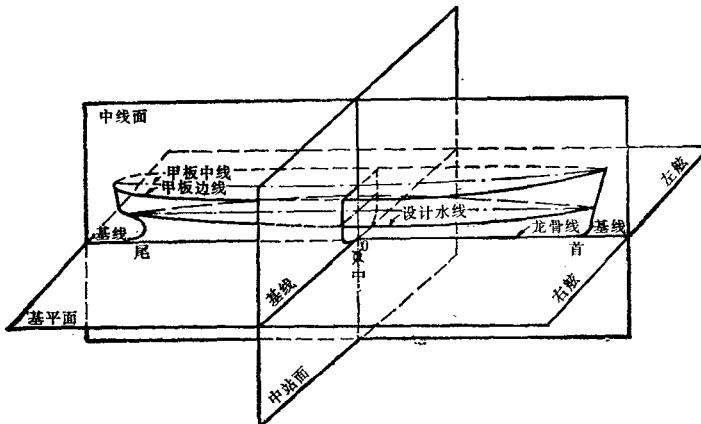


图1-2 三个互相垂直的基准面

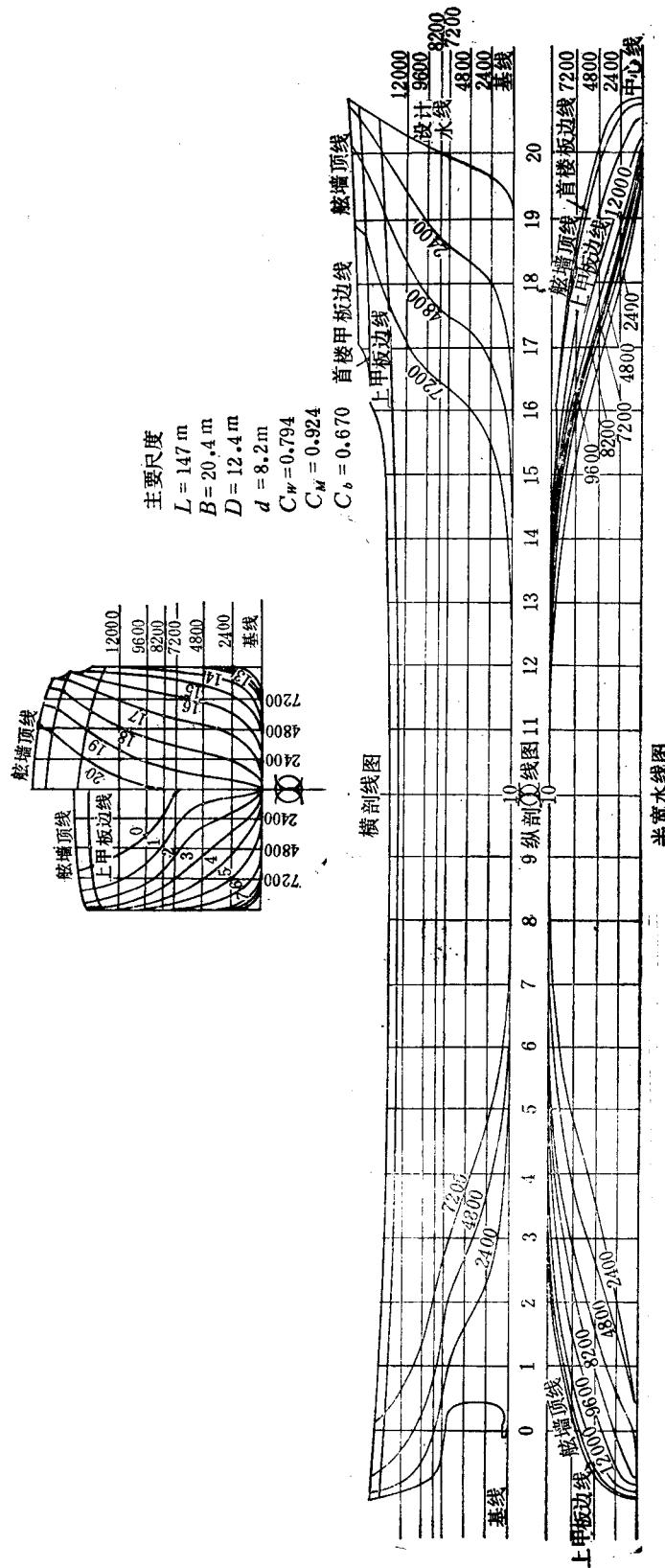


图1-3 型线图

在型线图上取三个互相垂直的基准面(图1-2)，它们是中线面(Central longitudinal plane)、中站面(Midstation plane)和基平面(Base plane)。

中线面——将船体分为右左舷两个对称部分的纵向垂直平面。中线面上的船体剖面称为中纵剖面。

基平面——过龙骨线和中站面的交点O，并平行于设计水线面的平面。

中站面——在船长中点处垂直于中线面和基平面的横向平面。

基线——指基平面和中线面(或基平面和横向垂直平面)相交的直线。

如图1-1所示，平行于上述三个基准面，等间距截取若干个剖面，并把这些剖面各自投影于相应的基准面上，组成型线图(图1-3)的三个组成部分，即横剖线图(Body plan)、纵剖线图(Sheer plan)和半宽水线图(Half breadth plan)。在横剖线图上，表示出船体型表面自首至尾各横剖面的形状，而纵剖面和水线面在横剖线图上的投影则均为直线。由于船体形状左右对称，故各横剖面只须画出一半，左半边表示自船尾至船中(0至10)各横剖面的形状，右半边则表示自船中至船首(10至20)各横剖面的形状。在纵剖线图上，表示出各纵剖面的形状，而横剖面和水线面在纵剖线图上的投影则均为直线。在半宽水线图上，表示出各水线面的形状，而横剖面和纵剖面在半宽水线图上的投影则均为直线。根据画法几何的基本原理，在上述图中某一投影面上的一点，都能在其它两个投影面上找到对应点。通常，在绘制型线图时，利用这种关系来校验型线图是否正确无误。

在船中前后有一段横剖面形状和中横剖面(船中处的船体横剖面)相同的船体，称为平行中体(Parallel middle body)。中横剖面之前的船体称为前体(Fore body)，之后称为后体(After body)。

船厂或设计单位根据型线图量得的型尺度，利用近似计算法则，进行浮性、稳性、抗沉性和船体强度等问题的数值计算，并将计算结果提供给船员使用。

第二节 主 尺 度

船舶的主尺度(Principal dimensions)指船长、型宽、型深和吃水。海船主尺度的数据根据《钢质海船入级与建造规范》规定的定义量取。其定义要点及符号如下(图1-4)[1]：

L——船长(Length)：沿设计夏季载重水线，由首柱前缘量至舵柱(尾柱)后缘的长度；对无舵柱的船舶，由首柱前缘量至舵杆中心线的长度；但均不得小于夏季载重水线长L_{WL}(Length on summer load waterline)的96%，且不必大于97%。由首柱前缘量至舵柱后缘的长度，称为两柱间长L_{BP}(Length between perpendiculars)。

B——型宽(Moulded breadth)：在船舶最宽处，由一舷的肋骨外缘量至另一舷的肋骨外缘之间的水平距离。

D——型深(Moulded depth)：在船长中点处，沿船舷由平板龙骨上缘量至上层连续甲板横梁上缘的垂直距离。

d——型吃水(Moulded draft)：在船长中点处，由平板龙骨上缘量至夏季载重水线的垂直距离。

对具有设计纵倾的船舶，则其吃水是指首尾吃水的平均值，即：

$$d_M = \frac{d_F + d_A}{2} \quad (1-1)$$

式中: d_m —平均吃水(Mean draft);

d_f —首吃水(Fore draft);

d_a —尾吃水(Aft draft)。

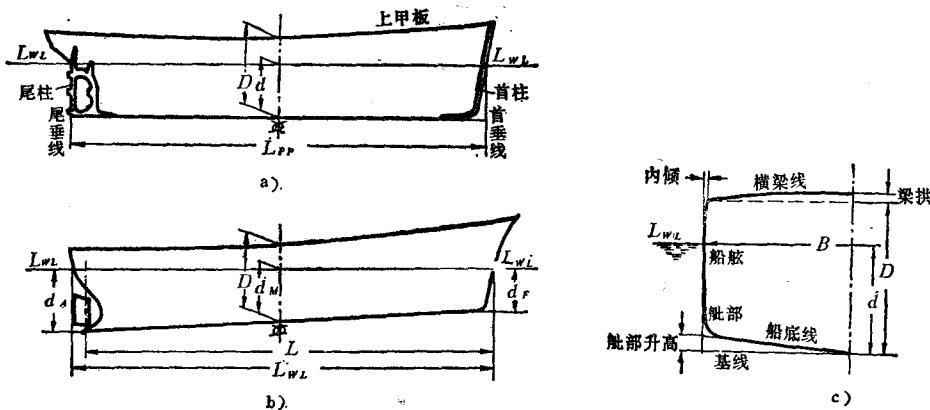


图1-4 主尺度

首尾吃水的差值称为吃水差 t (Trim)，即：

$$t = d_f - d_a \quad (1-2)$$

当 t 为正值时，船舶首纵倾；为负值时，船舶尾纵倾；为零时，则船舶没有纵倾。

船舶既无纵倾又无横倾的状态称为正浮状态。

现代运输船舶在正浮时，其型吃水和实际吃水仅相差平板龙骨的厚度。平板龙骨厚度：

$L = 100\text{m}$ 时，约 18mm ； $L = 150\text{m}$ 时，约 25mm ； $L = 200\text{m}$ 时，约 31mm 。

型深与吃水的差值称为干舷高度 F (Freeboard)，即：

$$F = D - d \quad (1-3)$$

注：在确定干舷高度时，其主尺度定义见《海船载重线规范》[2]。

第三节 主尺度比和船体系数

一、主尺度比

船舶的主尺度只表示船舶的大小，而为了研究船舶的各种性能，常用主尺度比来粗略地表示船体形状的特征。主尺度比如下：

$\frac{L}{B}$ ——长宽比，其大小与速航性的好坏有关；

$\frac{B}{d}$ ——宽吃水比，与稳性、摇荡性、速航性和操纵性有关；

$\frac{D}{d}$ ——深吃水比，与稳性、抗沉性和船体强度有关；

$\frac{B}{D}$ ——宽深比，与船体强度和稳性有关；

$\frac{L}{D}$ ——长深比，与船体强度和稳性有关。

L/B , B/d 和 D/d 是三个独立的主尺度比, 而 B/D 和 L/D 则可从前三者导出。

二、船体系数

船体系数也是粗略地表示船体形状的特征数, 常见的船体系数如下:

1. 水线面系数

水线面系数 C_w (Waterplane coefficient) 是水线面积 A_w 与船长 L 乘型宽 B 的矩形面积之比 (图1-5), 即:

$$C_w = \frac{A_w}{L \times B} \quad (1-4)$$

C_w 值的大小表示水线面形状的肥瘦程度。

2. 中横剖面系数

中横剖面系数 C_m (Midship section coefficient) 是水线下的中横剖面面积 A_m 与型宽 B 乘吃水 d 的矩形面积之比 (图1-6), 即:

$$C_m = \frac{A_m}{B \times d} \quad (1-5)$$

C_m 值的大小表示中横剖面形状的肥瘦程度。

3. 方形系数

方形系数 C_b (Block coefficient) 是船体的排水体积 V 与船长 L 乘型宽 B 乘吃水 d 的箱形体积之比 (图1-7), 即:

$$C_b = \frac{V}{L \times B \times d} \quad (1-6)$$

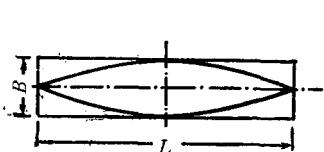


图1-5 水线面

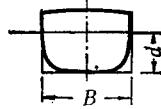


图1-6 中横剖面

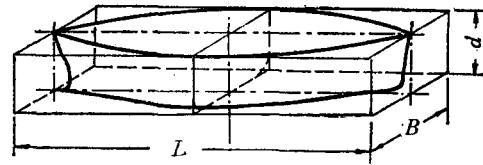


图1-7 水下船体和箱形体

方形系数又称为排水量系数 (Displacement coefficient), 它的大小表示水下船体形状的肥瘦程度。

4. 棱形系数

棱形系数 C_p (Prismatic coefficient) 是船体的排水体积 V 与船长 L 乘中横剖面面积 A_m 的纵向棱柱体积之比 (图1-8), 即:

$$C_p = \frac{V}{L \times A_m} \quad (1-7)$$

棱形系数又称为纵向棱形系数 (Longitudinal prismatic coefficient), 它的大小表示水下船体形状沿纵向分布的情况。

5. 垂向棱形系数

垂向棱形系数 C_{vp} (Vertical prismatic coefficient) 是船体的排水体积 V 与吃水 d 乘水线面积 A_w 的垂向棱柱体积之比 (图1-9), 即:

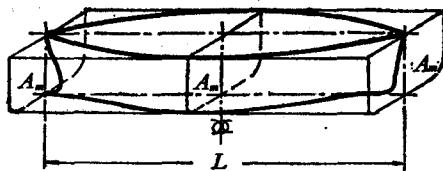


图1-8 水下船体和纵向棱柱体

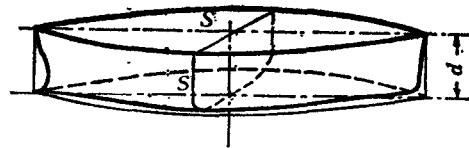


图1-9 水下船体和垂向棱柱体

$$C_{vp} = \frac{V}{d \times A_w} \quad (1-8)$$

垂向棱形系数的大小表示水下船体形状沿垂向分布的情况。

C_w 、 C_m 和 C_b 是三个独立的无因次系数，而 C_p 和 C_{vp} 则可从前三者导出，即：

$$\left\{ \begin{array}{l} C_p = \frac{C_b}{C_m} \\ C_{vp} = \frac{C_b}{C_w} \end{array} \right. \quad (1-9)$$

一般所谓船体系数是对应设计水线（满载水线）而言。对其他水线则应根据对应吃水以下的 A_m 、 A_w 和 V 值代入，求出其系数值。因此，可据此画出这些系数和吃水的关系曲线，以供使用。

在船舶设计过程中，正确地选择主尺度、主尺度比和船体系数，将在不同程度上影响船舶的主要性能。对一定的船舶，必然存在一组经济上合理和技术上先进的最佳主尺度、主尺度比和船体系数的方案。

习题一

1. 根据表1-1七种船型所列数值，试计算表1-2和1-3空格的主尺度比和船体系数值，并填入表内。最后逐个阅读每种船型的主尺度比和船体系数值，并比较各种船型数值的差别，

表1-1

船型	船长	型宽	型深	型吃水	中横剖面面积	水线面积	排水体积
	L	B	D	d	A_m	A_w	V
	m	m	m	m	m^2	m^2	m^3
10000t 级远洋杂货船	147	20.40	12.40	8.20	164.60	2381	16475
7500t 排水量海洋客货船	124	17.60	10.90	5.50	91.77	1702	6854
20000t 级远洋油船	170	25.00	12.60	9.50	235.60	3621	31331
6141kW 港作拖船	27.00	8.00	3.80	2.80*	18.14	159.4	287
1441kW 长江拖船	43.60	10.00	3.60	3.00*	27.30	345.7	750
3700t 排水量长江客货船	105	16.40	4.70	3.60	57.30	1352	3689
2400t 长江油船	93.55	13.80	4.80	3.40*	45.98	1125	3380

*：这三种船型均为设计尾倾，其首和尾吃水依次为 $d_F = 2.25m$, $d_A = 3.35m$, $d_F = 3.2m$, $d_A = 2.8m$, $d_F = 3.2m$, $d_A = 3.6m$ 。

建立每种船型主尺度比和船体系数的数值概念。

表1-2

船型	L/B	B/d	D/d	B/D	L/D
10000t 级远洋杂货船				1.65	11.85
7500t 排水量海洋客货船	7.05	3.20	1.98	1.62	11.38
20000t 级远洋油船				1.98	13.49
6141kW 港作拖船	3.38	2.86	1.36	2.11	7.11
1441kW 长江拖船				2.78	12.11
3700t 排水量长江客货船	6.40	4.56	1.31	3.49	22.34
2400t 长江油船	6.78	4.06	1.41	2.88	19.49

表1-3

船型	C_b	C_w	C_u	C_v	C_{vp}
10000t 级远洋杂货船				0.681	0.844
7500t 排水量海洋客货船	0.571	0.780	0.948	0.601	0.732
20000t 级远洋油船					
6141 kW 港作拖船	0.475	0.738	0.810	0.586	0.644
1441 kW 长江拖船				0.630	0.723
3700t 排水量长江客货船	0.595	0.785	0.971	0.613	0.758
2400t 长江油船	0.770	0.872	0.980	0.786	0.883

2. 名词解释：船中；舷弧；梁拱；型表面；型线图；型线图的三个基准面；平行中体；船长；型宽；型深；型吃水；吃水差；干舷高度；船体系数。

第二章 船体的近似计算

第一节 船体近似计算的坐标系

船体近似计算一般规定为如图2-1所示的直角坐标系。其坐标原点取在中线面、中站面和基平面的交点 O (图1-2)，中线面和基平面的交线为 x 轴—— x 向称为纵向，中站面和基平面的交线为 y 轴—— y 向称为横向，中线面和中站面的交线为 z 轴—— z 向称为垂向。

多数船舶的图纸资料，其坐标原点取在船中。但也有少数的坐标原点取在如图 2-2 所示的尾垂线上。

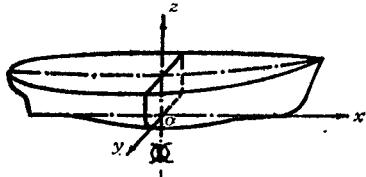


图2-1 原点取在船中的坐标系

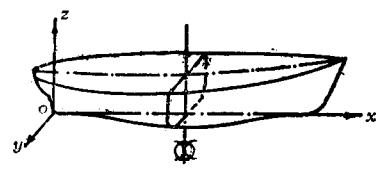


图2-2 原点取在船尾的坐标系

第二节 船体近似计算法则

一、近似计算的任务

船厂或设计单位提供的船舶浮性、稳性、抗沉性和强度等资料，是根据船体型线图和各部分重量分布情况，经过大量的计算工作获得的。上述计算工作分为两部分：船舶重量和重心计算；船体的近似计算。船体近似计算的任务是根据型线图，计算出横剖面或水线面的面积，以及面积中心的位置，排水体积以及体积的中心，水线面面积惯矩……等等。并据此画出有关曲线和列出有关报告书，供船员使用。为了能正确使用这些资料，需要了解船体近似计算的基本方法和要求。

所有上述船体近似计算，尽管其具体内容不同，但均可归结为求某种曲线下所围的面积。

若某一计算曲线 DB (图2-3)，已知其被积函数为 $y = f(x)$ ，并给定其积分上限和下限值，则该曲线下所围面积 A 的定积分式为：

$$A = \int_d^b f(x) dx$$

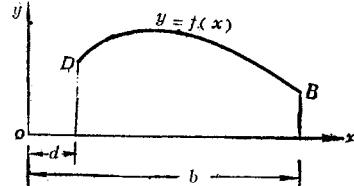


图2-3 计算曲线

船体表面是一个具有双重曲率的复杂表面。现代科学正在寻求数学表达式，以表示各种船体形状的被积函数，并运用电子计算机来解决船体计算问题。用数学形式表示的船体型线称为数学型线。有了数学型线，则从船体设计计算到建造施工都可以更高度地采用自动化。对于一般的船体形状，目前多数还是给出型线图，根据型线图的型值利用近似计算法则进行船体计算。船体近似计算的任务是近似地求出计算曲线下所围的面积。由于船舶本身是一个

工程建筑物，船体在不同受力情况下将产生变形，且由型线图量得的型值也有误差，故一般船体近似计算要求相对误差不超过0.5%[3]就可以了。

二、梯形法则

设某一计算曲线 DB (图2-4)，曲线 DB 下所围面积 A ，其定积分式为：

$$A = \int_0^b y dx$$

式中：被积函数 $y = f(x)$ 。

利用梯形法则 (Trapezoidal rule) 求曲线 DB 下所围的面积，就是将曲线 DB 分为若干等分 (图2-4分为三等分，纵坐标间距均为 l)，用直线 DE 、 EF 和 FB 近似地表示曲线 DB ，而折线 $DEFB$ 下所围的面积，则是曲线 DB 下所围面积的近似值。图中每一梯形的面积为

$$\frac{l}{2} (y_0 + y_1), \quad \frac{l}{2} (y_1 + y_2) \text{ 和 } \frac{l}{2} (y_2 + y_3)。 \text{ 故曲线 } DB \text{ 下所围面积为}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^b y dx \\ &\approx \frac{l}{2} (y_0 + y_1) + \frac{l}{2} (y_1 + y_2) + \frac{l}{2} (y_2 + y_3) \\ &= l \left(y_0 + y_1 + y_2 + y_3 - \frac{y_0 + y_3}{2} \right) \\ &= l \left(\sum_{i=0}^3 y_i - \frac{y_0 + y_3}{2} \right) \end{aligned}$$

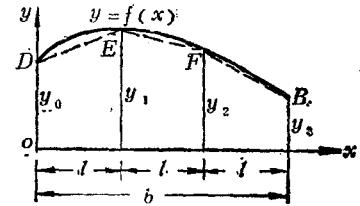


图2-4 梯形法则

若分为 n 等分，则有；

$$A \approx l \left(\sum_{i=0}^n y_i - \frac{y_0 + y_n}{2} \right) \quad (2-1)$$

式中： $\sum_{i=0}^n y_i$ ——各个纵坐标 $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ 之代数和；

$\frac{y_0 + y_n}{2}$ ——曲线两端纵坐标和的半数。

式2-1是梯形法则的一般式。整理成式2-1的形式其目的在于运算简便。运算简便是梯形法则的突出特点。式中纵坐标 y_i 可表示为直线量度、面积、面矩……等等，视计算曲线的纵坐标所代表的内容而异。

举例：已知：某半宽水线分为20个等分，纵坐标间距 $l = 7.35\text{m}$ (图2-5)，自首向尾的纵坐标值(半宽， m)分别为：0、1.55、3.60、5.82、7.79、9.19、9.89、10.20、10.20、10.20、10.20、10.20、10.20、10.08、9.79、9.10、7.79、5.69、3.20和0.42。求水线面积？

解：由式2-1， $\sum_{i=0}^n y_i = 155.31$ ， $\frac{y_0 + y_n}{2} = 0.21$

$$\therefore A = 7.35(155.31 - 0.21) = 1139.985\text{m}^2$$

整个水线面积为：

$$A_W = 1139.985 \times 2 = 2279.97\text{m}^2$$