

信号、系统和变换

(原书第3版)

Signals, Systems, and Transforms

(Third Edition)

Charles L. Phillips

(美) John M. Parr 著

Eve A. Riskin

陈从颜 等译

SIGNALS, SYSTEMS, AND TRANSFORMS

THIRD EDITION



Charles L. Phillips • John M. Parr • Eve A. Riskin



机械工业出版社
China Machine Press

电子与电气工程丛书

信号、系统和变换

(原书第3版)

Signals, Systems, and Transforms

(Third Edition)

Charles L. Phillips

(美) John M. Parr 著

Eve A. Riskin

陈从颜 等译



机械工业出版社
China Machine Press

本书对信号、系统和变换的理论进行了清晰、全面的阐述,介绍了相关的数学背景知识,包括傅里叶变换、傅里叶级数、拉普拉斯变换、离散时间和离散傅里叶变换以及 z 变换等。每一章相对独立,包含大量实例和习题,便于教学。

本书适合作为电子信息及其相关专业的教材及参考书,也可供相关技术人员参考。

Simplified Chinese edition copyright © 2006 by Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

Original English language title: *Signals, Systems, and Transforms, Third Edition* (0-13-041207-4) by Charles L. Phillips, John M. Parr, Eve A. Riskin, Copyright © 2003.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

本书封面贴有 Pearson Education (培生教育出版集团) 激光防伪标签,无标签者不得销售。版权所有,侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号: 图字: 01-2004-4831

图书在版编目(CIP)数据

信号、系统和变换(原书第3版)/(美)菲利普斯(Phillips, C. L.)等著;陈从颜等译. - 北京:机械工业出版社,2006.1

(电子与电气工程丛书)

书名原文: *Signals, Systems, and Transforms, Third Edition*

ISBN 7-111-17618-9

I. 信… II. ①菲…②陈… III. 信号系统-高等学校-教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 126488 号

机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 傅志红

北京诚信伟业印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2006 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·33 印张

印数: 0 001-4000 册

定价: 68.00 元

凡购本书,如有倒页、脱页、缺页,由本社发行部调换

本社购书热线:(010) 68326294

译者序

“信号与系统”是电子信息类专业的重要基础课程。近 20 年来，这一学科的理论与实践研究不断发展，包括信号变换在内的分析方法不断更新，技术应用范围日益拓宽。国外教材的引入可以使读者深入了解该学科在国际上的最新发展和研究现状，并将对我国该学科的教学和科研起到积极推动作用。

本书思路清晰，主体明确，采用先连续后离散，先时域后变换域的体系结构。连续的内容与离散的内容相互独立，这样可以使得希望研究离散内容的教师或读者在连续内容之前先学习离散内容。连续时间内容还可与离散时间内容交叉进行。

本书充分体现时代气息，融合了本学科的最新研究内容。本书将大量概念与真实信号及系统相联系，配备了大量的 MATLAB 程序，以培养学生的实践能力。同时强调了验证的概念，采用不同的方法来核实结果。本书在前言还提供了交互式网站，读者可以与作者交流、下载文件等。

本书第 1~11 章由陈从颜翻译，第 12~13 章由杨安康翻译。全书由陈从颜审阅。在翻译过程中得到了南京东南大学费树岷教授、袁晓辉教授、余玲玲副教授等人的帮助和建议，在此表示衷心感谢。

限于水平，翻译中难免有错误和不妥之处，恳请同行专家和读者指正。

前 言

第3版保留了《信号、系统和变换》前几版中的基本结构和体系，增加了一些新的例子，并修订了部分例子以便更清晰地阐述关键概念。增加了一些新的图，从而更好地说明混叠、指数正交、数据重建等概念。为了能使读者轻松阅读和清楚理解，我们修改了文中很多章节的措辞。特别是，我们大大简化了卷积、傅里叶变换和离散傅里叶变换的研究。还进一步在2.1节和2.7节中举例说明所提内容在现实世界中的应用。

为了加强采样和数据重建部分内容的介绍，减少冗余，重新组织了第5~6章和第12章。修订了很多章后的习题，并且增添了大量的新习题。部分新习题揭示了数字通信、滤波和控制理论中具体的概念。此外，应以往学生的要求，我们还在附录H中提供了部分习题答案。我们希望这些工作能够帮助学生很快理解并掌握新内容和新概念。

更新了所有的MATLAB例子，以保证与MATLAB学生版兼容。还增加了一些新的MATLAB例子。

本版新加入的作者是第三个合著者，Eve Riskin教授，来自华盛顿大学。Riskin教授对本书贡献了很多想法，并提供一个辅助网站，网址为http://www.ee.washington.edu/class/SST_textbook/textbook.html。这个网站含有采样实验室、第1~7章和第9~12章的教辅以及文中所列的MATLAB文件和其他MATLAB文件。它还提供了一个链接，可链接到另一个网站，地址为<http://www.ee.washington.edu/class/235dl/>。该网站含有第1~7章的交互式教辅，学生和教授在教辅中可找出所有例子的答案，网站还有包括连续时间信号变换、连续时间系统性质（包括大量时不变例子）、卷积、采样和混叠在内的各种概念的生动演示。一旦关于离散时间内容的其他例子开发出来，我们将添加在网站上。

除了上述网站外，华盛顿大学的电气工程系一直维护着一个电子邮件服务器以便读者使用。对于订购和取消订购的信息，只需发送一个以HELP为消息主题的文本电子邮件到 ssst_textbook-request@ee.washington.edu 即可。这个服务器用来传达在书中或答案中出现的任何排版改动，并指出上面所提到网页的最新更新。

本书主要作为低年级工科学生的教科书和在职工程师的自学教材。本书假定读者已经掌握信号模型、系统模型和微分方程（例如在电路课程和数学课程中）的有关知识，并有一些在实验室处理实际系统的工作背景。

作者始终尽力把信号和系统模型与真实信号和系统区分开。尽管只需通过经验便可真正理解这种区别，但读者应该认识到真实系统和它们的数学模型之间在性能上通常有着很大的区别。

我们尽量将数学结果与读者所熟悉的真实系统（例如单摆）或者学生能够想像到的真实系统（例如电视的画中画）联系起来。第1章所给这些真实系统的描述从各个意义上来说都是不全面的。我们仅简单介绍了这些系统以说明所提数学方法的实际应用。

一般来说，工程师必须采用某种方式验证他们的工作。为了介绍验证这个主题，我们采用了不同的方法来验证例子的结果。很多课后习题也需要验证结果。因此，学生会逐渐熟悉

验证他们工作的过程。

MATLAB 软件工具采用两种方式融合到本书中。首先,在合适的例子中,提供用于验证计算的 MATLAB 程序。因而,要求学生在适当的习题中利用 MATLAB 验证计算的结果。这种验证并不困难,因为可以应用与习题类似的例子的 MATLAB 程序。因此,这是一种验证方法。例中的 MATLAB 程序可从 http://www.ee.washington.edu/class/SST_textbook/textbook.html 下载。学生可以修改程序中的数据语句以应用到各章后的习题中。这会大大减少程序设计的错误。因此,这也是一种验证方法。不过,如果教师或读者愿意的话,可以省略涉及 MATLAB 的所有内容。

第 7 章介绍拉普拉斯变换,第 11 章介绍 z 变换。在很多大学里,在信号和系统课程之前会介绍一两种变换。因此,第 7 章和第 11 章的内容可以选讲,或者除必要参考外完全省略掉。

最新研究内容已经放在每章结尾,以便在必要时省略这些内容。例如,教师可以省略 3.7 节、3.8 节、4.6 节、5.5 节、7.9 节、10.7 节、12.6 节、12.7 节和 12.8 节而不失教学的连贯性。另外,如果教授不希望在本科阶段覆盖状态变量内容,甚至可以跳过第 8 章和第 13 章。

本书的内容主要由两部分组成:连续时间信号和系统,离散时间信号和系统。一些教授喜欢先介绍第一部分再介绍第二部分。另外一些教授则喜欢同时介绍连续时间内容和离散时间内容。作者采用第一种方式,在第 2~8 章中介绍连续时间内容,在第 9~13 章中介绍离散时间内容。离散时间的内容基本与连续时间的内容相互独立,这样可以使得那些希望研究离散时间内容的教师或读者在第 2~8 章之前先学习第 9~13 章。连续时间内容也可与离散时间内容交叉进行。例如,第 2 章和第 9 章可以同步进行,第 3 章和第 10 章也可同步进行。

在第 1 章中,我们简单介绍了信号和系统,接着简略描述了几个真实的连续时间系统和离散时间系统。此外,还描述了在这些系统中出现的信号。然后又非常简明扼要地介绍了 MATLAB。

在第 2 章中,我们给出了连续时间信号和系统的基本内容,在第 9 章中介绍了关于离散时间信号和系统的同样内容。不过,如上所述,第 9 章的内容可以先于第 2 章或者与第 2 章同步介绍。第 3 章将这些基本内容延伸到连续线性时不变系统中,而第 10 章也同样将有关离散时间的内容延伸到离散线性时不变系统中。

第 4~6 章的内容是关于连续时间信号和系统的傅里叶级数和傅里叶变换。第 7 章研究了拉普拉斯变换。第 8 章则利用拉普拉斯变换研究了连续时间系统的状态变量。

第 11 章介绍 z 变换,第 12 章介绍离散时间傅里叶变换和离散傅里叶变换。不过第 12 章可在第 11 章之前讲授。第 12 章中所介绍离散时间傅里叶变换和离散傅里叶变换,要求读者事先掌握傅里叶变换。第 13 章介绍离散时间系统的状态变量,这部分内容与第 8 章中连续时间系统的状态变量相互独立。

在附录 A 中,我们给出了一些有用的积分公式和三角关系式。一般来说,文中使用积分表而不是采用逐步积分的方法。附录 B 中给出了用于对积分式求导的莱布尼茨法则和用于不确定形式的洛必达法则,并在文中需要用到的地方提到。附录 C 介绍了某些几何级数的闭式函数,这个内容在离散时间信号和系统中非常有用。在附录 D 中,我们回顾了复数,并介绍了欧拉公式。附录 E 介绍常系数线性微分方程的求解。附录 F 介绍部分分式展开。而附

录 G 则包括了矩阵理论, 在第 8 章和第 13 章中讨论状态变量时会用到这部分内容。定义了矩阵运算, 并给出了实现运算的 MATLAB 语句。

可安排 2 次 3 课时的课程或者 4 次近似等效于 6 课时讲授本书的全部内容。若省略部分内容, 可以安排更少的课时讲授本书剩余的部分。例如, 4 课时的课程可以介绍第 2、3、4、5、6、8、9、10、11 和 12 章的大部分内容。这要求学生已经掌握线性系统分析和拉普拉斯变换。

我们向奥本大学、艾温斯维尔大学和华盛顿大学的对本书出版给予帮助的许多同事和学生们表示感谢。特别是第一作者感谢奥本大学的 Charles M. Gross 教授、Martial A. Honnell 教授和 Charles L. Rogers 教授对书中仿真主题的讨论, 感谢佐治亚理工大学电气工程系主任 Roger Webb 教授提供在佐治亚理工大学讲授信号与系统课程的机会。第二作者感谢 Dick Blandford 教授和 William Thayer 教授对本书的鼓励和支持, 感谢 David Mitchell 教授对学科的热情讨论。第三作者感谢华盛顿大学 EE235 和 EE341 的教授和学生们为本书提供了评阅意见和交互式网站, 特别是 Mari Ostendorf 教授和 Mani Soma、Eddy Ferré、Wai Shan Lau、Bee Ngo、Sanaz Namdar 和 Jessica Tsao。开发交互式网站的资助来自于美国教育部的改善大专教育基金(FIPSE)。

Charles L. Phillips

奥本大学

John M. Parr

艾温斯维尔大学

Eve A. Riskin

华盛顿大学

目 录

译者序
前言

第 1 章 概述	1	4.1 周期信号的最佳近似	104
1.1 建模	1	4.2 傅里叶级数的定义	108
1.2 连续时间系统	3	4.3 傅里叶级数和频谱	111
1.3 采样器和离散时间系统	9	4.4 傅里叶级数的性质	119
1.4 关于 MATLAB 和 SIMULINK	15	4.5 系统分析	121
1.5 有关信号与系统的参考文献	16	4.6 傅里叶级数与变换	126
参考文献	16	本章小结	130
第 2 章 连续时间信号和系统	17	参考文献	130
2.1 连续时间信号变换	18	习题	131
2.2 信号特性	23	第 5 章 傅里叶变换	136
2.3 常见工程信号	28	5.1 傅里叶变换的定义	136
2.4 奇异函数	32	5.2 傅里叶变换的基本性质	142
2.5 信号的数学表达式	38	5.3 时间函数的傅里叶变换	156
2.6 连续时间系统	41	5.4 连续时间信号采样	164
2.7 连续时间系统的性质	46	5.5 傅里叶变换的应用	167
本章小结	54	5.6 能量谱和功率谱	176
参考文献	55	本章小结	181
习题	56	参考文献	182
第 3 章 连续线性时不变系统	63	习题	183
3.1 连续时间信号的脉冲分量表示	63	第 6 章 傅里叶变换的应用	188
3.2 连续时间 LTI 系统的卷积计算	65	6.1 理想滤波器	188
3.3 卷积的性质	74	6.2 实际滤波器	193
3.4 连续 LTI 系统的性质	76	6.3 带宽关系	202
3.5 微分方程的建立与求解	79	6.4 从采样数据中重建信号	205
3.6 自由响应的分量	83	6.5 正弦信号振幅调制	210
3.7 复指数信号作用下的系统响应	86	6.6 脉冲振幅调制	218
3.8 框图	90	本章小结	223
本章小结	95	参考文献	223
参考文献	97	习题	224
习题	97	第 7 章 拉普拉斯变换	231
第 4 章 傅里叶级数	104	7.1 拉普拉斯变换的定义	231
		7.2 应用举例	234
		7.3 函数的拉普拉斯变换	237
		7.4 拉普拉斯变换的性质	240

7.5 其他性质	245	11.1 z 变换的定义	376
7.6 LTI 系统的响应	249	11.2 应用举例	377
7.7 LTI 系统的性质	258	11.3 函数的 z 变换	381
7.8 双边拉普拉斯变换	261	11.4 z 变换的性质	385
7.9 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	267	11.5 其他性质	388
本章小结	268	11.6 LTI 系统应用	391
参考文献	268	11.7 双边 z 变换	399
习题	268	本章小结	406
第 8 章 连续系统的状态变量	274	参考文献	407
8.1 状态变量模型的建立	274	习题	407
8.2 仿真框图	277	第 12 章 离散时间信号的傅里叶变换	412
8.3 状态方程的求解	281	12.1 离散时间傅里叶变换	412
8.4 状态转移矩阵的性质	288	12.2 离散时间傅里叶变换的性质	415
8.5 传递函数	289	12.3 周期序列的离散时间傅里叶 变换	420
8.6 相似变换	291	12.4 离散傅里叶变换	424
本章小结	297	12.5 快速傅里叶变换	430
参考文献	298	12.6 离散傅里叶变换的应用	436
习题	298	12.7 离散余弦变换	457
第 9 章 离散时间信号和系统	305	本章小结	458
9.1 概述	306	参考文献	459
9.2 离散时间信号的变换	310	习题	460
9.3 离散时间信号的性质	316	第 13 章 离散时间系统的状态变量	463
9.4 常见离散时间信号	321	13.1 状态变量模型的建立	463
9.5 离散时间系统	325	13.2 仿真框图	466
9.6 离散时间系统的性质	327	13.3 状态方程的求解	470
本章小结	332	13.4 状态转移矩阵的性质	476
参考文献	333	13.5 传递函数	477
习题	333	13.6 相似变换	479
第 10 章 离散时间线性时不变系统	339	本章小结	482
10.1 离散时间信号的冲激序列表示	339	参考文献	483
10.2 离散时间系统的卷积和	341	习题	483
10.3 离散 LTI 系统的性质	349	附录 A 积分表和三角恒等式	490
10.4 差分方程式的建立与求解	352	附录 B 莱布尼茨和洛必达法则	491
10.5 自由响应的分量	358	附录 C 几何级数的求和公式	492
10.6 框图	359	附录 D 复数和欧拉公式	493
10.7 复指数信号作用下系统的响应	364	附录 E 微分方程的求解	498
本章小结	368	附录 F 部分分式展开	501
参考文献	370	附录 G 矩阵理论	503
习题	370	附录 H 部分习题答案	508
第 11 章 z 变换	376		

第1章 概 述

本书主要研究涉及工程方面的信号与系统问题。这些问题包括用数学函数对真实信号建模,用数学方程对真实系统建模,以及求解函数激励下的方程。

1.1 建模

工程师们必须对两类不同的真实现象建模。第一个,真实系统用数学方程建模。对于不包含采样信号的系统(连续时间或模拟的系统),我们优先采用常系数微分方程来建模,以便于系统的分析和设计。当然,方程必须准确地对真实系统建模。图 1-1 所示线性电路模型便是真实系统模型的一个例子:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = v(t) \quad (1-1)$$

另一个例子是牛顿第二定律

$$f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad (1-2)$$

这里 $f(t)$ 是加在质量 M 上的外力, $x(t)$ 为由外力产生的物体的位移。

第二个要建模的物理对象称为信号。真实信号用数学函数建模。施加在收音机中扬声器的电压就是一个真实信号的例子。室内某指定点的温度值是另外一个真实信号的例子。由于温度随着时间变化,这个信号是时间的函数。这个温度可以表示为

$$\text{temperature at a point} = \theta(t) \quad (1-3)$$

其中信号 $\theta(t)$ 的单位为摄氏度。

仍然考虑牛顿第二定律。式(1-2)是一个真实系统的数学模型,而其中的 $f(t)$ 和 $x(t)$ 则是真实信号的模型。如果信号(亦称为函数) $f(t)$ 已确定,则可根据数学模型式(1-2)解出信号 $x(t)$ 。在真实系统分析中,我们对系统和信号的模型而不是系统和信号本身进行数学分析。分析结果的有效性取决于数学模型的准确程度。

不失一般性,本书规定所讨论的信号只限于一个独立变量,即时间 t 。信号可以分为两大类。第一类信号表示为确定的时间函数,即在某一时间间隔内,对于一切时间值,该信号都有确定的函数值,则称信号为连续时间信号(continuous-time signal),简称连续信号。连续时间信号也称为模拟信号(analog signal)(不是严格定义的)。图 1-2a 所示的信号即为连续时间信号。

第二类信号称为离散时间信号(discrete-time signal),简称为离散信号。离散信号在时间上是离散的,只在某些不连续的规定瞬间给出函数值。例如,设想用数字计算机处理信号 $f(t)$ [这种操作称为数字信号处理(digital signal processing, DSP)]。由于计算机只能处理数字信号而不能处理连续信号,故必须对连续信号进行采样从而转换为数字序列。如果对信号

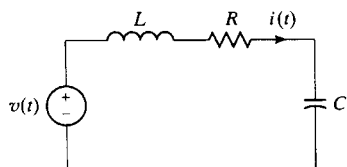


图 1-1 RLC 电路

$f(t)$ 的采样时间间隔为 T 秒, 计算机可以得到一个数字序列 $f(nT)$, $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ 。这个数字序列即为离散时间信号。在涉及计算机范畴内, 具有非整数 n 的 $f(nT)$ 是不存在的。离散时间信号如图 1-2b 所示。

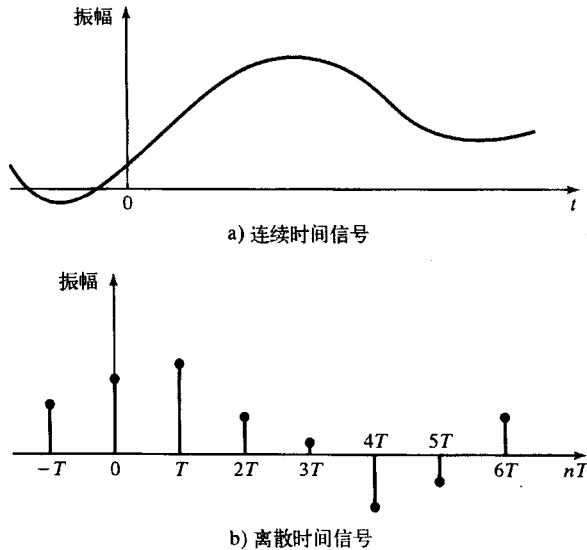


图 1-2 信号

如果系统中的所有信号是连续的, 则称该系统为连续时间系统(continuous-time system)。如果系统中的所有信号是离散的, 则称该系统为离散时间系统(discrete-time system)。在实际工作中, 连续时间信号和离散时间信号会在一些系统中同时出现。同时含有这两种信号的系统称为混合系统(hybrid system)或采样数据系统(sampled-data system)。由数字计算机操作控制的飞行器自动降落系统就是一个混合系统。本书不讨论混合系统。

真实系统的数学分析过程如图 1-3 所示^[1]。为了能够对系统进行分析, 首先要求出所涉及的真实系统及信号的数学模型。在建立数学模型的过程中会涉及物理学定律, 例如, 在建立模型式(1-1)时用到的电路知识。一旦建立了数学模型, 就可以求解出在典型信号激励下系统模型的输出响应, 并将此解与在同样激励下实际系统的输出响应相比较。若两个响应近似相等, 则可以使用该模型进行分析和设计。否则, 需对该数学模型进行改进。

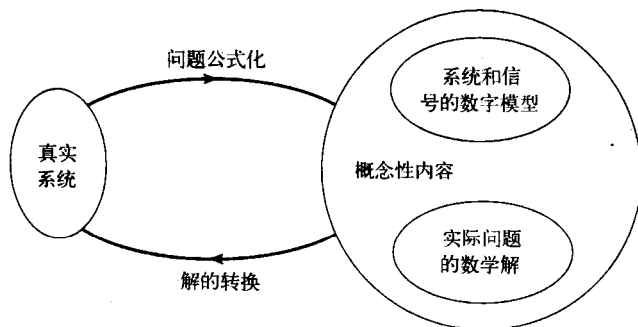


图 1-3 求解实际问题的数学分析过程

改进系统的数学模型并不是一件容易的事情,通常需要建立起更复杂的数学模型。在得到足够准确的模型之前,可能需要进行如图 1-3 所示的多次过程迭代。对于简单的系统,可能几个小时就能完成数学建模,而对于非常复杂的系统,则可能需要数年才能建立合适的数学模型。例如, NASA 的航天飞机就是一个复杂的模型,这个数学模型将航天飞机的位置和飞行姿态与发动机推动力、风向、控制面的位置(如方向舵)等联系起来。另外提及一点,对于这种复杂的模型,通常要借助于计算机才能进行方程的求解。

本书主要包括两个主题:连续时间信号和系统与离散时间信号和系统。第 2~8 章集中讨论连续时间信号和系统,而第 9~13 章则讨论离散时间信号和系统。可以按照章节顺序学习,即将连续时间内容和离散时间内容分开研究。也可交叉学习这两部分的基础内容,同步学习第 2 章和第 9 章,随后同步学习第 3 章和第 10 章。

1.2 连续时间系统

本节将介绍一些具体的连续时间真实系统。这里关于系统的描述较为简洁,详细内容可查阅有关参考文献。本节及随后几节所讨论的系统还将会在本书的以后章节中遇到。

我们在前面已给出无摩擦情形下质量为 M 的刚体的数学模型

$$f(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

这里 $f(t)$ 为作用在物体上的外力, $x(t)$ 为外力 $f(t)$ 作用在物体上所产生的位移。这是一个二阶常系数线性微分方程(second-order linear differential equation with constant coefficients)。

关于线性方程和非线性方程的定义和区别将在 2.7 节予以详细讨论。简单地说,一个方程(或系统)如果满足叠加性原理和齐次性原理,则是线性的,否则是非线性的。

下面讨论一些具体的真实系统。

电路

本节介绍一些电路元件的数学模型^[2]。首先给出电阻的数学模型

$$v(t) = Ri(t) \quad (1-4)$$

其中,电压 $v(t)$ 的单位为伏特(V),电流 $i(t)$ 的单位为安培(A),电阻 R 的单位为欧姆(Ω)。图 1-4 给出了这个模型的标准电路符号,图中虚线表示所画出的元件只是部分电路。电路除了电阻还要有其他部分,否则 $v(t)$ 将一直为零。

电感的数学模型为

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1-5)$$

其中 $v(t)$ 和 $i(t)$ 的单位如前所定义,电感 L 的单位为亨利(H)。电容的数学模型为

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + v(0) \quad (1-6)$$

这里电容 C 的单位为法拉(F)。电感和电容的符号亦在图 1-4 中给出。

图 1-4 中的电压源为理想电压源,其接线端上的电压为 $v(t)$,不受与这些接线端相连的电路的影响。电压源上的电流 $i(t)$ 大小取决于负载电路。对于理想电流源,其电流 $i(t)$ 的大小不受负载的影响,而电流源上的电压 $v(t)$ 大小则取决于负载。

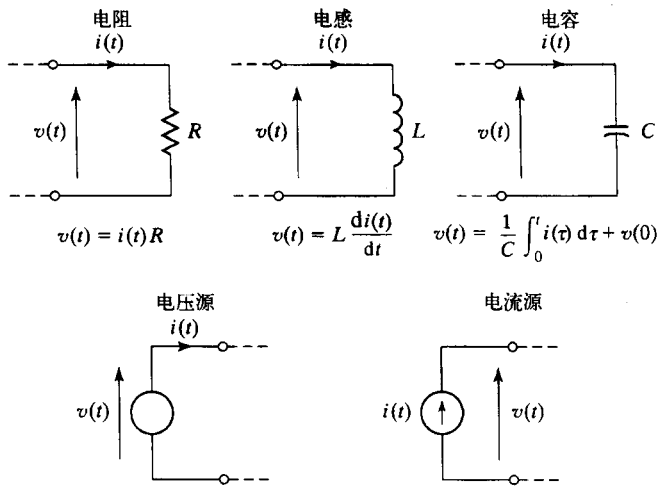


图 1-4 电路元件(摘自 C.L. Phillips 和 R.D. Harbor 所著《Feedback Control Systems(第 3 版)》, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.)

对于由图 1-4 中元件所组成的电路,利用各元件的模型并根据基尔霍夫电压和电流定律可以写出电路方程。基尔霍夫电压定律表述如下:

在电路中,任何时刻沿任一闭合回路的所有支路电压的代数和恒等于零。

基尔霍夫电流定律表述如下:

在电路中,任何时刻流入任一节点的所有支路电流的代数和恒等于零。

运算放大器电路

运算放大器(operational amplifier)^[3]通常用来处理模拟电信号。这里只对运算放大器的接线端(输入输出端)特性加以讨论,而对其内部结构不作介绍。

本书采用图 1-5a 所示的电路符号表示运算放大器。带有“-”符号的信号输入端为反相输入端,带有“+”符号的信号输入端为正相输入端。带有“V⁺”符号的电源接线端提供正 dc 电压,带有“V⁻”符号的电源接线端提供负 dc 电压。电源接线端常常被忽略,而采用图 1-5b 表示运算放大器。电路中的输入电压 $v_d(t)$ 为待放大的信号,输出电压 $v_o(t)$ 为放大后的信号。

运算放大器的输入阻抗非常高,导致图 1-5b 中的输入电流 $i^-(t)$ 和 $i^+(t)$ 非常小。此外,放大器增益即输出电压与输入电压之比 $v_o(t)/v_d(t)$ 可以非常大,高达 10^5 甚至更大。如果运算放大器处于线性工作范围(未饱和),大增益可以允许输入电压非常小。

为便于讨论,我们将运算放大器视为理想器件。

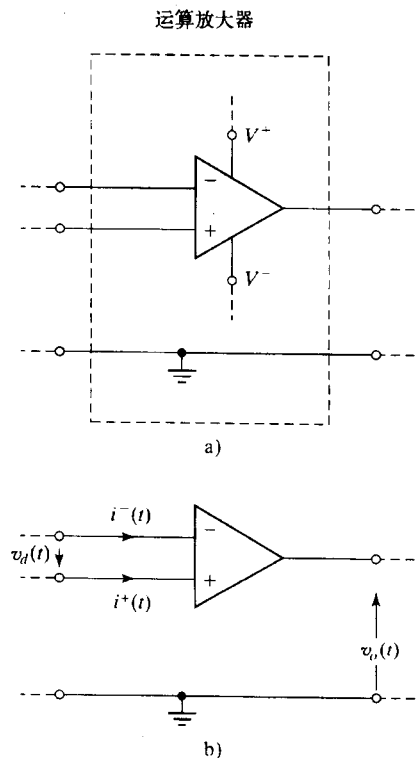


图 1-5 运算放大器

理想运算放大器输入电流为零 $[i^-(t) = i^+(t) = 0]$ 。另外,在其线性工作范围内,具有无穷大增益的理想运算放大器的输入电压 $v_d(t)$ 也可以视为零。

由于运算放大器是高增益器件,通常通过反馈环节来提高放大倍数的稳定性。反馈环节连接在输出端和反相输入端之间。这种连接称为负(或稳定)反馈,可以避免运算放大器的饱和。

图 1-6 给出了一个实际运算放大器电路。其中 $v_i(t)$ 为输入电压, $v_o(t)$ 为输出电压。由于图 1-5b 中的 $v_d(t)$ 可假设为零,故描述图 1-6 电路中输入回路的方程为

$$v_i(t) - i(t)R_i = 0 \Rightarrow i(t) = \frac{v_i(t)}{R_i} \quad (1-7)$$

另一方面,由于图 1-5b 中的 $i^-(t)$ 也假设为零,流经图 1-6 中 R_f 的电流和流经 R_i 的电流相同,因而描述外部回路的方程为

$$v_i(t) - i(t)R_i - i(t)R_f - v_o(t) = 0$$

利用式(1-7),上式可改写为

$$v_i(t) - v_i(t) - \frac{v_i(t)}{R_i}R_f - v_o(t) = 0 \Rightarrow \frac{v_o(t)}{v_i(t)} = -\frac{R_f}{R_i} \quad (1-8)$$

这个电路是一个电压放大器,因为 R_f/R_i 是实数,所以放大器电压增益 $v_o(t)/v_i(t)$ 是一个负实数。所得到的模型式(1-8)是一个线性代数方程。

图 1-7 给出了另外一个实际运算放大器电路。这里仍采用前面的电路分析方法。由于输入回路未变,用 $R_i = R$ 直接应用式(1-7)。首先写出描述外部回路的方程

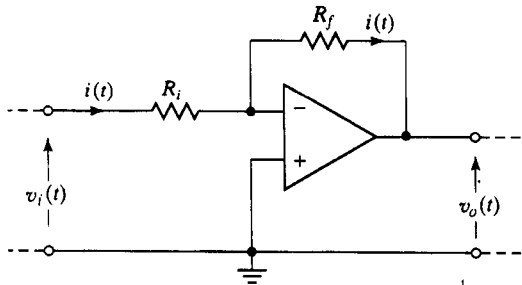


图 1-6 实际电压放大器

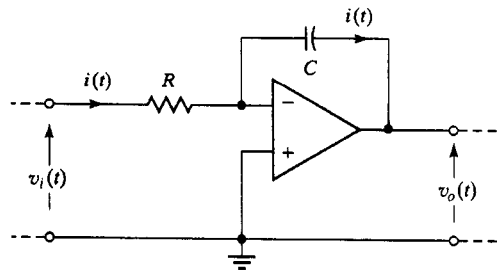


图 1-7 积分放大器

$$v_i(t) - i(t)R - \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau - v_o(t) = 0 \quad (1-9)$$

将式(1-7)代入式(1-9),有

$$v_i(t) - v_i(t) - \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_i(\tau) d\tau - v_o(t) = 0 \quad (1-10)$$

从而得到描述图 1-7 所示电路的方程

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_i(\tau) d\tau \quad (1-11)$$

该电路称为积分器或积分放大器,输出电压为输入电压的积分乘一个负常数 $(-1/RC)$ 。这种积分器在模拟信号处理中有着广泛应用,在本书的其他例子中也有应用。

将图 1-7 中的电阻和电容位置互换,便得到如图 1-8 所示的运算放大器电路。这里不加证明地给出该电路的数学方程为

$$v_o(t) = -RC \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (1-12)$$

(读者可对该式按照上述的电路分析过程加以证明)。该电路称为微分器或微分放大器,输出电压为输入电压的导数乘一个负常数 $(-RC)$ 。由于变化急剧的信号的导数很大,信号 $v_i(t)$ 中的高频噪声被微分器放大,这使得微分器在模拟信号处理中的应用受到了限制。然而一些实际应用又离不开微分器,这时通常在微分放大器的输入端前面放置一个低通滤波器来消除高频噪声。

单摆系统

考虑图 1-9 所示单摆的微分方程模型。单摆的转角用 θ 表示,摆锤的质量用 M 表示,从旋转轴到摆锤中心的摆臂(无重量)的长度为 L 。

作用在摆锤的重力为 Mg ,其中 g 为重力加速度,如图 1-9 所示。根据物理学知识,可写出单摆的运动方程为

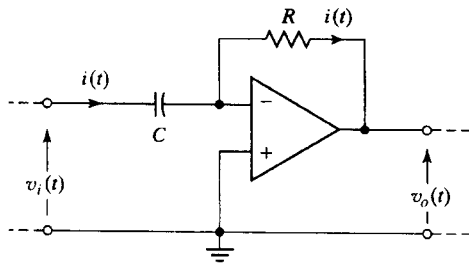


图 1-8 微分放大器

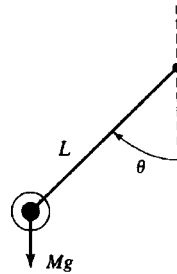


图 1-9 单摆

$$ML \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -Mg \sin\theta(t) \quad (1-13)$$

由于 $\sin\theta(t)$ 是非线性的,所以该模型是一个二阶非线性微分方程(second-order nonlinear differential equation)(不能应用叠加定理)。

直接求解非线性微分方程是非常困难的,但可以对比(1-13)进行线性化。根据附录 D,将 $\sin\theta$ 展开为幂级数形式

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad (1-14)$$

当 θ 较小时,可以忽略除第一项以外的所有项,即 $\sin\theta \approx \theta$ 。当 $\theta = 20^\circ$ 时,这种线性化所导致的计算误差小于 1%,而且该误差随着 θ 的减小而减小。根据式(1-13)和式(1-14)可以得出单摆在转角 θ 较小情形下的数学模型

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta(t) = 0 \quad (1-15)$$

这是一个二阶常系数线性微分方程。

上述推导阐述了一个非线性模型式(1-13)和一个线性模型式(1-15)及其非线性模型的线性化过程。模型式(1-13)和式(1-15)具有不寻常的特性,原因在于忽略了摩擦因子。移动摆锤再松开,赋予单摆系统原始能量,能量不会消耗。这意味着摆锤一旦运动起来便不会停止。值得指出的是,上述结论是从单摆的数学模型而不是真实系统中得出的。如果要对实际单摆建立更准确的数学模型,至少要在式(1-13)和式(1-15)中添加摩擦项。

直流电源

几乎所有的电子设备都要用到直流电压源,它可将交流电压信号(正弦电压)转换为直流电压信号(恒定电压)^[3]。图 1-10 给出了直流电源将交流电压转换为单极性电压(非负电压)后的两种电压波形。

图 1-10a 中电压信号称为半波整流信号(half-wave rectified signal)。这种信号由正弦信号产生,只不过用零值代替正弦信号中的负半循环,正半循环保持不变。图中 T_0 代表波形的周期(一个循环的时间)。

图 1-10b 中电压信号称为全波整流信号(full-wave rectified signal)。这种信号亦由正弦信号产生,只不过用其绝对值代替正弦信号中的负半循环,正半循环保持不变。注意,图中全波整流波形的周期 T_0 是正弦信号周期的一半,亦是半波整流信号周期的一半。

这两种波形通常由二极管产生。二极管的电路符号如图 1-11a 所示。理想二极管的伏安特性如图 1-11b 所示。从图中可以看出,二极管允许电流流向其电路符号中所表示的箭头方向,而不允许流向相反方向。因此,一个理想二极管在电压为正时(电流沿箭头方向流动)相当于短路,在电压为负时(电流沿箭头相反方向流动)相当于断路。由于二极管是一个非线性元件,所以含有二极管的电路都是非线性电路。

图 1-12a 给出了一个电压源的电路。电阻 R_L 表示电源负载,其上的电压是一个半波整流信号,如图 1-12b 所示。负载电流 $i_L(t) = v_L(t)/R_L$,其波形亦在图 1-12b 中给出。容易看出,负载 R_L 上的电压是单方向的,但不是一个常数。

图 1-13 给出了一个实际直流电压源。电路中增加了一个由电感和电容所构成的低通滤波器,用来平缓电压变化以使负载电压 $v_L(t)$ 近似一个常数。

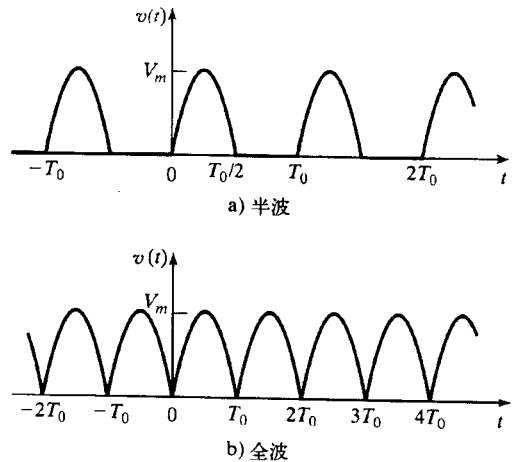


图 1-10 整流信号

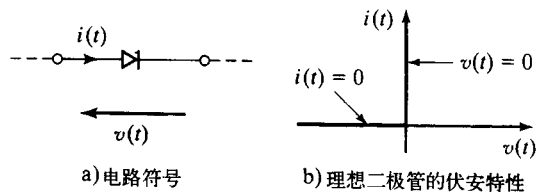


图 1-11 二极管

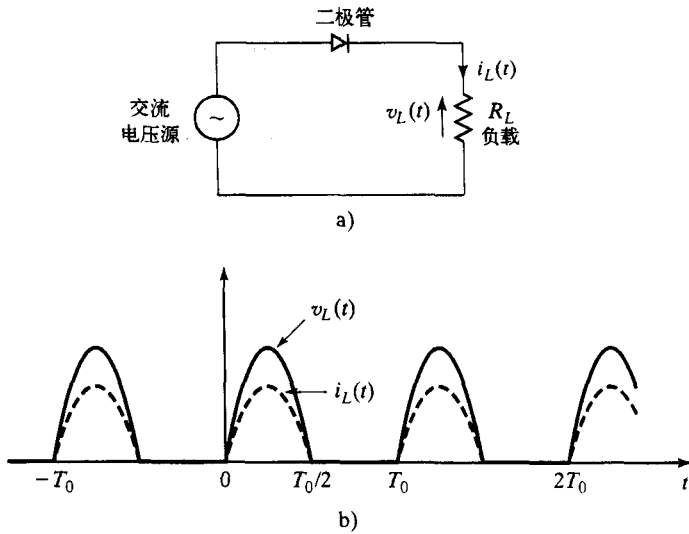


图 1-12 半波整流器

使用 4 个二极管产生全波整流信号的电路如图 1-14 所示。当电源电压为正时，二极管 A 和 D 导通；当电源电压为负时，二极管 B 和 C 导通。但是，流经负载 R_L 的电流始终是单方向的，方向如图所标。因此，负载上的电压是一个波形如图 1-10b 所示的全波整流信号。类似于图 1-13 中的半波整流情形，全波整流电压源电路中常常也增加一个低通滤波器使得负载电压近似于一个直流电压。

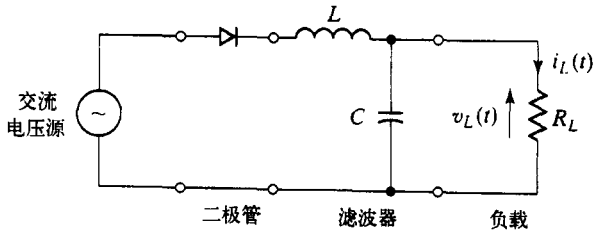


图 1-13 实际直流电压源

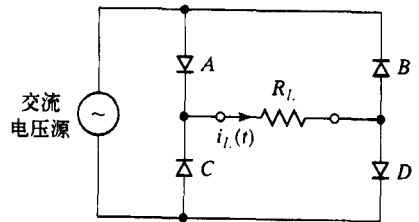


图 1-14 全波整流器

相似系统

我们通过两个例子引入相似系统的概念。根据式(1-2)，在无摩擦情况下，刚体 M 的运动模型为

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = f(t) \quad (1-16)$$

其中 $f(t)$ 为作用在刚体上的外力， $x(t)$ 为外力引起的刚体的位移。这个系统如图 1-15a 所示。

接下来考虑图 1-15b 所示的电路。 $v(t)$ 为作用在电感上的电压。回路方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) \quad (1-17)$$

注意， $i(t) = dq(t)/dt$ ，其中 $q(t)$ 代表电荷。因而，回路方程式(1-17)可改写为

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} = v(t) \quad (1-18)$$