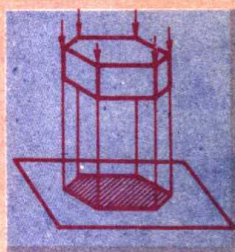
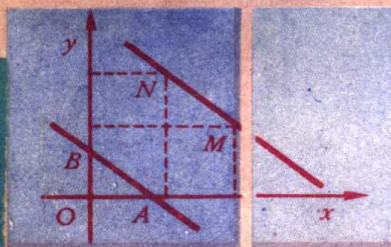
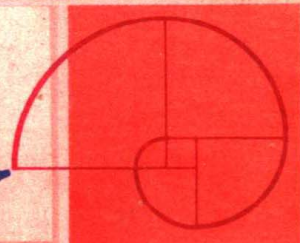


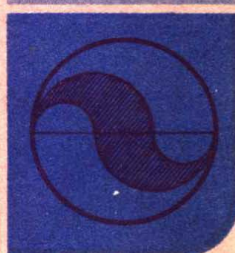
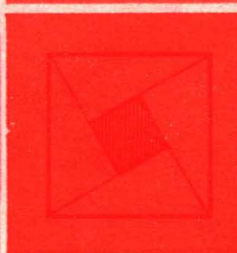
初中升学试题 解法分析

· 数 学 ·

素 文



广东科技出版社



Chuzhong Shengxue Shiti Jiefa Fenxi

初中升学试题解法分析

(数 学)

素 文

广东科技出版社

初中升学试题解法分析

(数 学)

萧 文

*

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 8印张 110,000字

1985年3月第1版 1985年3月第1次印刷

印数1—150,000册

统一书号13182·116 定价1.10元

说 明

《初中升学试题解法分析(数学)》一书是1983年部分省、市、地区和1984年广州市的高中统一招生考试试题的解答和分析。其中1983年的试题是从全国各地大量的试题中精选出来的,并按初中数学学科或题目的类型分类编排。试题的选择原则是力求内容符合中学教学大纲的要求,紧扣新编的全国通用教材,题型新颖多样,能够比较全面地考查学生分析问题、解决问题的能力 and 掌握基础知识、基本实验技能的情况。

书中对选编的试题都作了较为详细的解答(包括不同方法的解答),并对大部分试题作了启发性的分析。在分析中,着重阐明解题的思路、方法技巧以及解题时应注意的问题或容易出现错误,以帮助读者掌握正确的解题方法,提高解题的能力。题目末尾方括号内的地名,表示试题的来源地。在编辑过程中,个别试题在文字上略有改动。

本书适合初中学生和具有初中程度的青年阅读,也可供中学教师教学时参考。

目 录

1983年代数题选	1
一、填充题与选择题	1
二、计算题	19
三、证明题	90
1983年几何题选	94
一、填充题	94
二、证明题	107
三、计算题	150
四、作图题	163
1983年三角函数题选	166
一、填充题与选择题	166
二、计算题	178
三、证明题	201
1983年解析几何题选	202
一、填充题与选择题	202
二、计算题	208
1984年广州市试题	215
附录 1984年广东省初中毕业会考(试点)试题	231

1983 年代数题选

一、填充题与选择题

1. 填充题

题1 _____的相反数比它本身大, _____的相反数是它本身. [天津市]

【答案】负数; 零

题2 两个互为相反数的和是_____, 两个互为倒数的积是_____. [福建省]

【答案】零; 1

题3 $\frac{1}{3}$ 的相反数是_____. [吉林省]

【答案】 $-\frac{1}{3}$

题4 如果A的相反数是3, 那么|A|是_____. [上海市]

【答案】3

题5 $\frac{1}{3}$ 的相反数是_____, $\sqrt{2}$ 的倒数是_____.

[成都市]

【答案】 $-\frac{1}{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$

题6 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的相反数是_____, $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 的倒数是_____。
〔广东省梅县地区〕

【分析】 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的相反数

$$-(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{3},$$

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 的倒数

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2}.\end{aligned}$$

【答案】 $\sqrt{2} - \sqrt{3}$; $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

说明: 学生容易把 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的相反数误作为 $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。在回答一个根式的倒数时, 要注意把分母有理化。

题7 若 a, b 为有理数, A 为无理数, 则当_____时, 代数式 $aA + b$ 的值是有理数, 当_____时, 是无理数。

〔柳州市〕

【分析】因为有理数乘以无理数是无理数, 无理数加有理数是无理数。

【答案】 $a = 0$; $a \neq 0$

题8 如果 $|a| = a$, 那么 a _____。
〔北京市〕

【分析】 $\because \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}), \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$

【答案】 $a \geq 0$

题9 如果 $|x| = 5$, 那么, $x =$ _____; 如果 $(x-2)^2 = 9$, 那么 $x =$ _____。
〔贵阳市〕

【分析】因为两个相反数的绝对值相等, 即

$$|5| = 5, |-5| = 5.$$

如果 $(x-2)^2=9$, 则有 $|x-2|=3$, 即

$$x-2=3 \quad \text{或} \quad x-2=-3.$$

【答案】5, -5, 5, -1

题10 当 $a < 2$ 时, 化简 $\sqrt{a^2-4a+4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔佛山市〕

【分析】 $\sqrt{a^2-4a+4} = \sqrt{(a-2)^2} = |a-2|$,

$$\because a < 2, \quad \therefore a-2 < 0,$$

$$\therefore |a-2| = -(a-2) = 2-a.$$

【答案】 $2-a$

说明: 学生对求根式的值时, 容易忽视考虑被开方数是否小于零, 因而出现 $\sqrt{a^2-4a+4} = \sqrt{(a-2)^2} = a-2$ 的错误结果

题11 计算: 若 $a < 1$ 时, $\sqrt{a^2-2a+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔成都市〕

【答案】 $1-a$

题12 当 $x > 3$ 时, $\sqrt{(2-x)^2} - |x-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔大连市〕

【分析】 $\because x > 3$,

$$\therefore \sqrt{(2-x)^2} = |2-x| = x-2,$$

$$|x-3| = x-3.$$

【答案】1

题13 用代数式表示: x 的平方的2倍与 y 的平方的差
 $\underline{\hspace{2cm}}$.

〔青海省〕

【答案】 $2x^2 - y^2$

题14 比 a 与 b 的和的2倍大3的数是_____.

[贵阳市]

【答案】 $2(a+b)+3$

题15 浓度为75%的酒精溶液 x 克,其中含纯酒精_____克,含水_____克.

[福建省]

【答案】 $75\%x$; $25\%x$

题16 含银25%的银铜合金 P 克中,含银_____克,含铜_____克,合金中银与铜的重量的比是_____.

[广州市]

【答案】 $25\% \cdot P$; $75\% \cdot P$; $1:3$

题17 写一个含有 x 和 y 的单项式:_____.

[福建省]

【答案】 xy

说明:这题目虽然很简单,但如对单项式的概念不理解,很易错写成 $x+y$,这就不是单项式了.

题18 不改变 $6a-7b+5c-4d+3$ 的值,把前三项放在前面带有“+”号的括号里,后两项放在前面带有“-”号的括号里,则 $6a-7b+5c-4d+3=$ _____.

[天津市]

【答案】 $+(6a-7b+5c)-(4d-3)$

说明:不论是去括号还是添括号,都应特别注意:括号前面添加或去掉“-”号,括号里的各项都要变号,才能保证原式的值不变.

题19 不等式 $|x| < 1$ 的解集是_____.

[贵阳市]

【答案】 $-1 < x < 1$

题20 $|x| > 3$ 的解集是_____.

[天津市]

【答案】 $x < -3$ 或 $x > 3$

说明:在求 $|x| < a$, $|x| > a$ 这种类型不等式的解集时,由

绝对值的意义可知，要化成两个不等式组去解。当 $a > 0$ 时， $|x| < a$ 的解是 $-a < x < a$ ， $|x| > a$ 的解集是 $x > a$ 或 $x < -a$ 。

题21 不等式 $|x - 2| \leq 1$ 的解集是_____。

〔柳州市〕

【分析】因为 $|x - 2| \leq 1$ ，则有 $-1 \leq x - 2 \leq 1$ ，不等式的三部分同时加 2，得 $1 \leq x \leq 3$ 。

【答案】 $1 \leq x \leq 3$

题22 不等式 $|2x - 1| \leq 3$ 的解集是_____。〔青海省〕

【答案】 $-1 \leq x \leq 2$

题23 不等式 $\left|1 - \frac{x}{2}\right| < 1$ 的解集是_____。〔佛山市〕

【答案】 $0 < x < 4$

题24 查表知 $\sqrt{1.477} = 1.215$ ， $\sqrt{14.77} = 3.843$ ，那么 $\sqrt{0.01477} =$ _____。〔天津市〕

【分析】应用平方根表查小于 1 的数的平方根时，要先移动被开方数的小数点的位置。其法则是：把被开方数的小数点向右或者向左两位两位地移动，使它成为 1 到 100 之间的数。被开方数每移动两位，查得的平方根的小数点向相反方向移动一位，便得到该数的平方根了。因此本题可利用第一个已知数值去计算。

【答案】 0.1215

题25 等式 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 成立的条件是_____。

〔大连市〕

【答案】 $a \geq 0$ 和 $b > 0$

说明：本题是课本的一条公式。我们不仅要记住数学公式，而且更重要的是理解公式的来源和它成立的条件。如果缺

少这个条件，等式是不能成立的。

题26 当 $a =$ _____时， $2\sqrt{2a+3}$ 与 $3\sqrt{3a-2}$ 是同类根式。 [福建省]

【分析】同类根式的根指数和被开方数都相同，本题两根式均是二次根式，要使被开方数相同，只需解一元一次方程

$$2a+3=3a-2.$$

而根号前的系数对题目的求解是没有影响的。

【答案】5

$$\begin{aligned}\text{题27 } \frac{a^3-1}{a^2-1} &= \text{_____}, \quad \frac{a^3+1}{a^2+2a+1} = \text{_____}, \\ \left(\frac{a^3-1}{a^2-1} - \frac{a^3+1}{a^2+2a+1} \right)^{-1} \cdot \frac{2a}{a+1} &= \text{_____}.\end{aligned}$$

[广州市]

【分析】应用乘法公式

$$\begin{aligned}\frac{a^3-1}{a^2-1} &= \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{a^2+a+1}{a+1}, \\ \frac{a^3+1}{a^2+2a+1} &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{(a+1)^2} = \frac{a^2-a+1}{a+1}, \\ \left(\frac{a^3-1}{a^2-1} - \frac{a^3+1}{a^2+2a+1} \right)^{-1} \cdot \frac{2a}{a+1} \\ &= \left[\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)(a+1)} - \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{(a+1)^2} \right]^{-1} \cdot \frac{2a}{a+1} \\ &= \frac{a+1}{2a} \cdot \frac{2a}{a+1} = 1.\end{aligned}$$

$$\text{【答案】 } \frac{a^2+a+1}{a+1}, \quad \frac{a^2-a+1}{a+1}, \quad 1$$

说明：第三式的填充，如果先通分后化简，则计算量就很大了。要能正确而快捷地完成这一填充题，需要熟练掌握乘法

公式.

题28 分解因式:

$$x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔成都市〕

【分析】分解因式的一般步骤为：先提取公因式，然后用公式进行分解，直到每一个因式都不能再分解为止。对于本题有

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2).$$

【答案】 $x(x+2)(x-2)$

题29 分解因式:

$$x^3 - x^2 - 12x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔柳州市〕

【分析】原式有公因式 x ，应先把它提取出来，然后运用十字相乘法把 $x^2 - x - 12$ 分解。

【答案】 $x(x+3)(x-4)$

题30 $x^4 - y^4$ 的分解因式为_____。

〔上海市〕

【答案】 $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$

题31 分解因式:

$$2 - 128y^6 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔福建省〕

【解】

解法一 原式 = $2(1 - 64y^6)$

$$= 2[1 - (8y^3)^2]$$

$$= 2(1 + 8y^3)(1 - 8y^3)$$

$$= 2(1 + 2y)(1 - 2y + 4y^2)(1 - 2y)$$

$$(1 + 2y + 4y^2).$$

解法二 原式 = $2(1 - 64y^6)$

$$= 2[1 - (4y^2)^3]$$

$$= 2(1 - 4y^2)(1 + 4y^2 + 16y^4)$$

$$= 2(1 + 2y)(1 - 2y)(1 - 2y + 4y^2)$$

$$(1+2y+4y^2).$$

【答案】 $2(1+2y)(1-2y)(1-2y+4y^2)(1+2y+4y^2)$.

说明：答题时，在运算上解法二比解法一较为复杂，如

$$\begin{aligned} & 1+4y^2+16y^4 \\ &= 1+8y^2+16y^4-4y^2 \\ &= (1+4y^2)^2 - (2y)^2 \\ &= (1+2y+4y^2)(1-2y+4y^2). \end{aligned}$$

运算时容易出差错，并需要花不少的时间。

题32 分解因式：

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【广州市】

【答案】 $(x-y)(x-2y)$

题33 在实数范围内分解因式：

$$x^4 + x^2 - 6 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【贵阳市】

【解】 原式 $= (x^2+3)(x^2-2)$

$$= (x^2+3)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}).$$

【答案】 $(x^2+3)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

说明：必须弄清题目的要求，注意分解的数域范围。

题34 分解因式：

$$x^4 - 13x^2 - 48 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【广东省梅县地区】

【解】 原式 $= (x^2+3)(x^2-16)$

$$= (x^2+3)(x+4)(x-4)$$

【答案】 $(x^2+3)(x+4)(x-4)$.

题35 因式分解：

$$a^2 - b^2 + a - b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【郑州市】

$$\begin{aligned}\text{【解】 原式} &= (a^2 - b^2) + (a - b) \\ &= (a + b)(a - b) + (a - b) \\ &= (a - b)(a + b + 1).\end{aligned}$$

$$\text{【答案】 } (a - b)(a + b + 1)$$

说明：分组的目的是为了能在各组里提取公因式来进行分解。

题36 因式分解：

$$m^2 - 3m + 3n - n^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【青海省】

$$\text{【答案】 } (m - n)(m + n - 3)$$

题37 分解因式：

$$x^3 + 1 - x - x^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【北京市】

【解】

$$\begin{aligned}\text{解法一 原式} &= (x^3 - x^2) - (x - 1) \\ &= x^2(x - 1) - (x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 1) \\ &= (x - 1)^2(x + 1).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法二 原式} &= (x^3 + 1) - (x^2 + x) \\ &= (x + 1)(x^2 - x + 1) - x(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 - 2x + 1) \\ &= (x + 1)(x - 1)^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法三 原式} &= (x^3 - x) - (x^2 - 1) \\ &= x(x^2 - 1) - (x^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x - 1) \\ &= (x + 1)(x - 1)^2.\end{aligned}$$

$$\text{【答案】 } (x + 1)(x - 1)^2$$

说明：不管如何分组，结论都一样。

题38 分解因式：

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔济南市〕

【解】原式 $= (2a - 3b)^2 - 1$

$$= (2a - 3b + 1)(2a - 3b - 1).$$

【答案】 $(2a - 3b + 1)(2a - 3b - 1)$

题39 分解因式：

$$x(3x^2 - 2x - 12) + 8 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔安徽省〕

【解】原式 $= 3x^3 - 2x^2 - 12x + 8$

$$= x^2(3x - 2) - 4(3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(x^2 - 4)$$

$$= (3x - 2)(x + 2)(x - 2).$$

【答案】 $(3x - 2)(x + 2)(x - 2)$

题40 分解因式：

$$x^4 + x^2 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

〔内蒙古自治区〕

【分析】因为方程 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 的判别式

$$\Delta = 1 - 4 < 0,$$

所以方程 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 没有实数根。

【答案】在实数范围内， $x^4 + x^2 + 1$ 不能因式分解

题41 二次方程 $x^2 + 4x - a = 0$ (a 为常数) 的一个根是 $\sqrt{5} - 2$ 时，另一个根是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

〔内蒙古自治区〕

【分析】设方程两根为 x_1, x_2 ， $x_1 = \sqrt{5} - 2$ ，根据韦达定理， $x_1 + x_2 = -4$ ，便可以求出方程的另一根。再通过 $x_1 x_2 = a$ 来求 a 值。

【答案】 $-2 - \sqrt{5}$ ， -1

说明：也可以用根的共轭性求出另一根，但要注意把已知的根化为 $(-2) + \sqrt{5}$ ，另一根为 $(-2) - \sqrt{5}$ 。

题42 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0 (p^2 - 4q \geq 0)$ ，的两个根
那么 $x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3 =$ _____。 [安徽省]

【解】根据韦达定理

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q.$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3 &= x_1^2 x_2^2 (x_1 + x_2) \\ &= (x_1 x_2)^2 (x_1 + x_2) = -pq^2. \end{aligned}$$

【答案】 $-pq^2$

题43 方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ，则 $x_1^2 + x_2^2 =$ _____, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ _____. [沈阳市]

$$\text{【解】} \because x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}, \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\begin{aligned} \therefore x_1^2 + x_2^2 &= (x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2) - 2x_1 \cdot x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 \\ &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}. \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = 3.$$

【答案】 $\frac{13}{4}, 3$

题44 关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m(m+1) = 0$ 的根的判别式 $\Delta =$ _____, 当 m _____时，这个方程有两个实数根。

〔广东省梅县地区〕

$$\begin{aligned}\text{【解】 } \because \Delta &= (-2m)^2 - 4 \times 1 \times m(m+1) \\ &= 4m^2 - 4m^2 - 4m = -4m.\end{aligned}$$

当 $\Delta \geq 0$ 时方程有两个实数根, 即 $m \leq 0$ 时, 这方程有两个实数根.

$$\text{【答案】 } -4m; m \leq 0$$

题45 对数式 $\log_2 16 = x$ 写成指数式是_____ , 且 $x =$

〔青海省〕

$$\text{【答案】 } 2^x = 16; 4.$$

题46 如果 $\log_3 x = -4$, 那么 $x =$ _____. 如果 $\log \frac{1}{2} 16 = y$,

那么 $y =$ _____.

〔南京市〕

【分析】把对数式 $\log_3 x = -4$ 化成指数式, $x = 3^{-4}$, 即 $x =$

$$\frac{1}{81} = \frac{1}{81}.$$

把对数式 $\log \frac{1}{2} 16 = y$ 化成指数式, $\left(\frac{1}{2}\right)^y = \frac{1}{16}$, 故 $y = 4$.

$$\text{【答案】 } \frac{1}{81}; 4$$

题47 $\lg x = -3.7202$, 那么它的首数是_____, 尾数是

〔上海市〕

【分析】因为对数的尾数一定要是正的纯小数. 所以

$$\begin{aligned}\lg x &= -3.7202 = (-3-1) + (1-0.7202) \\ &= -4 + 0.2798 = \overline{4}.2798.\end{aligned}$$

$$\text{【答案】 } -4; 0.2798$$

说明: 不少学生对对数的首数、尾数概念理解不清, 以为