高等学校财经类专业核心课程教材

经济数学基础
概率统计习题解答

范培华／著

四川人民出版社

ISBN 7-220-05420-3
9 787220 054204 >
ISBN 7-220-05420-3/G·1071
定价：6.00 元

高等学校财经类专业核心课程教材

经济数学基础

概率统计习题解答

范培华／著

四川人民出版社

2001年·成都

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础：概率统计习题解答/范培华著.—成都：四川人民出版社，2001.5
（高等学校财经类专业核心课程教材）
ISBN 7-220-05420-3

Ⅰ.经… Ⅱ.①范… Ⅲ.①经济数学-高等学校-教材②概率论-高等学校-解题③数理统计-高等学校-解题 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 23724 号

高等学校财经类专业核心课程教材
JINGJI SHUXUE JICHU GAILÜ TONGJI XITI JIEDA
经济数学基础——概率统计习题解答
范培华 著

责任编辑	王 茴
封面设计	解建华
技术设计	古 蓉
出版发行	四川人民出版社（成都盐道街 3 号）
网 址	http://www.booksss.com
	E-mail：scrmcbsf@mail.sc.cninfo.net
防盗版举报电话	(028) 6679239
印 刷	中国建筑西南设计院印刷厂
开 本	850mm×1168mm 1/32
印 张	4.625
字 数	108 千
版 次	2001 年 5 月第 1 版
印 次	2001 年 5 月第 1 次印刷
印 数	1-10000 册
书 号	ISBN 7-220-05420-3/G·1071
定 价	6.00 元

前　　言

1992年，受原国家教委委托，中国人民大学和北京大学共同承担了编写核心课程《经济数学基础》统编教材的任务，该教材分为《微积分》、《线性代数》和《概率统计》三个分册，本教材出版后，得到了各方面的好评，使用本教材的读者也多次要求出版本套教材的全部习题解答．这次，借本教材修订的机会，我们将教材中的全部习题评解后分册出版，可供使用本套教材的教师、同学参考．

解答习题是数学教学的重要环节之一．教材中习题较多，部分习题可作为课后必做的作业，其余可供同学选做．对使用本书的同学，则应自己独立完成教材中的习题，而不要事先查阅本书习题解答．这样，才能深刻理解教材中的有关概念、定理，并逐步达到灵活运用的水平．

本习题解答也可供准备报考经济类硕士研究生的考生和自学者使用．

编者

2001年5月

目　　录

习 题 一

1. 写出下列事件的样本空间:

(1) 把一枚硬币抛掷一次;

(2) 把一枚硬币连续抛掷两次;

(3) 掷一枚硬币,直到首次出现正面为止;

(4) 一个库房在某一个时刻的库存量(假定最大容量为 M).

解 (1)Ω = {正面,反面} $\xlongequal{\triangle}$ {正,反}

(2)Ω = {(正、正),(正、反),(反、正),(反、反)}

(3)Ω = {(正),(反,正),(反,反,正),…}

(4)$\Omega = \{x;0 \leqslant x \leqslant m\}$

2. 掷一颗骰子的试验,观察其出现的点数,事件 A = "偶数点",B = "奇数点",C = "点数小于5",D = "小于5的偶数点",讨论上述各事件间的关系.

解 $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$,$A = \{2,4,6\}$,$B = \{1,3,5\}$,$C = \{1,2,3,4\}$,$D = \{2,4\}$.

A 与 B 为对立事件,即 $B = \overline{A}$;B 与 D 互不相容;$A \supset D$,$C \supset D$.

3. 事件 A_i 表示某个生产单位第 i 车间完成生产任务,$i = 1,2,3$,B 表示至少有两个车间完成生产任务,C 表示最多只有两个车间完成生产任务,说明事件 $\overline{B}$ 及 $B - C$ 的含义,并且用 $A_i(i = 1,2,3)$ 表示出来.

解 $\overline{B}$ 表示最多有一个车间完成生产任务,即至少有两个车间没有完成生产任务.

$$\overline{B} = \overline{A}_1\overline{A}_2 + \overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_3$$

$B - C$ 表示三个车间都完成生产任务

$B = A_1A_2\overline{A}_3 + A_1\overline{A}_2A_3 + \overline{A}_1A_2A_3 + A_1A_2A_3$

$C = A_1A_2\overline{A}_3 + A_1\overline{A}_2A_3 + \overline{A}_1A_2A_3 + A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$

$B - C = A_1A_2A_3$

4. 如图 1－1，事件 A、B、C 都相容，即 $ABC \neq \Phi$，把事件 $A+B$，$A+B+C$，$AC+B$，$C-AB$ 用一些互不相容事件的和表示出来.

解 $A + B = A + \overline{A}B$

$A + B + C = A + \overline{A}B + \overline{A}\,\overline{B}C$

$AC + B = B + A\,\overline{B}C$

$C - AB = \overline{A}\,\overline{B}C + A\,\overline{B}C + \overline{A}BC$

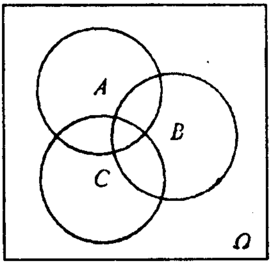

图 1－1

5. 两个事件互不相容与两个事件对立的区别何在，举例说明.

解 两个对立的事件一定互不相容，它们不可能同时发生，也不可能同时不发生；两个互不相容的事件不一定是对立事件，它们只是不可能同时发生，但不一定同时不发生．在本书第 6 页例 2 中 A 与 D 是对立事件，C 与 D 是互不相容事件.

6. 三个事件 A、B、C 的积是不可能事件，即 $ABC = \Phi$，问这三个事件是否一定互不相容？画图说明.

解 不一定．A、B、C 三个事件互不相容是指它们中任何两个事件均互不相容，即两两互不相容. 如图 1－2，事件 $ABC = \Phi$，但是 A 与 B 相容.

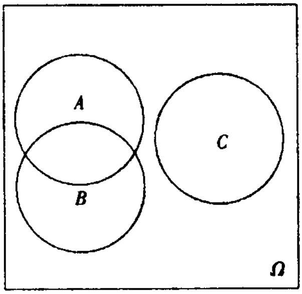

图 1－2

7. 事件 A 与 B 相容，记 $C = AB$，$D =$

$A+B, F=A-B$. **说明事件** A、C、D、F **的关系**.

解 由于 $AB\subset A\subset A+B, A-B\subset A\subset A+B$, AB 与 $A-B$ 互不相容,且 $A=AB+(A-B)$. 因此有

$A=C+F$, C 与 F 互不相容,

$D\supset A\supset F, A\supset C$.

8. **袋内装有 5 个白球,3 个黑球,从中一次任取两个,求取到的两个球颜色不同的概率.**

解 记事件 A 表示"取到的两个球颜色不同". 则有利于事件 A 的样本点数目 $\#A=C_5^1C_3^1$. 而组成试验的样本点总数为 $\#\Omega=C_{5+3}^2$,由古典概率公式有

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{C_5^1C_3^1}{C_8^2}=\frac{15}{28}$$

(其中 $\#A$, $\#\Omega$ 分别表示有利于 A 的样本点数目与样本空间的样本点总数,余下同)

9. **计算上题中取到的两个球中有黑球的概率.**

解 设事件 B 表示"取到的两个球中有黑球" 则有利于事件 $\overline{B}$ 的样本点数为 $\#\overline{B}=C_5^2$.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_5^2}{C_8^2}=\frac{9}{14}$$

10. **抛掷一枚硬币,连续 3 次,求既有正面又有反面出现的概率.**

解 设事件 A 表示"三次中既有正面又有反面出现" 则 $\overline{A}$ 表示三次均为正面或三次均为反面出现. 而抛掷三次硬币共有 8 种不同的等可能结果,即 $\#\Omega=8$,因此

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{\#\overline{A}}{\#\Omega}=1-\frac{2}{8}=\frac{3}{4}$$

11. **10 把钥匙中有 3 把能打开一个门锁,今任取两把,求能打开门锁的概率.**

解　设事件 A 表示"门锁能被打开". 则事件 $\overline{A}$ 发生就是取的两把钥匙都不能打开门锁.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{\#\overline{A}}{\#\Omega}=1-\frac{C_7^2}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$$

从 9 题 - 11 题解中可以看到,有些时候计算所求事件的对立事件概率比较方便.

12. **一副扑克牌有 52 张,不放回抽样,每次一张,连续抽取 4 张,计算下列事件的概率:**

    (1) **四张花色各异;**

    (2) **四张中只有两种花色.**

解　设事件 A 表示"四张花色各异"; B 表示"四张中只有两种花色".

$$\#\Omega=C_{52}^4,\quad \#A=C_{13}^1C_{13}^1C_{13}^1C_{13}^1,$$

$$\#B=C_4^2(C_2^1C_{13}^3C_{13}^1+C_{13}^2C_{13}^2)$$

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{13^4}{C_{52}^4}=0.105$$

$$P(B)=\frac{\#B}{\#\Omega}=\frac{6(7436+6084)}{C_{52}^4}=0.300$$

13. **口袋内装有 2 个伍分、3 个贰分,5 个壹分的硬币共 10 枚,从中任取 5 枚,求总值超过壹角的概率.**

解　设事件 A 表示"取出的 5 枚硬币总值超过壹角".

$$\#\Omega=C_{10}^5,\quad \#A=C_2^2C_8^3+C_2^1(C_3^3C_5^1+C_3^2C_5^2)$$

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{126}{252}=0.5$$

14. **袋中有红、黄、黑色球各一个,每次任取一球,有放回地抽取三次,求下列事件的概率:**

$A=$"三次都是红球"$\xlongequal{\triangle}$"全红", $B=$"全白",

$C=$"全黑", $D=$"无红", $E=$"无白",

$F=$“无黑”，$G=$“三次颜色全相同”，

$H=$“颜色全不相同”，$I=$“颜色不全相同”.

解 $\#\Omega=3^3=27$，$\#A=\#B=\#C=1$，

$\#D=\#E=\#F=2^3=8$，

$\#G=\#A+\#B+\#C=3$，

$\#H=3!=6$，$\#I=\#\Omega-\#G=24$

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{27}$$

$$P(D)=P(E)=P(F)=\frac{8}{27}$$

$$P(G)=\frac{3}{27}=\frac{1}{9},P(H)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9},P(I)=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$$

15. 一间宿舍内住有6位同学，求他们中有4个人的生日在同一个月份的概率.

解 设事件A表示“有4个人的生日在同一个月份”.

$\#\Omega=12^6$，$\#A=C_6^4C_{12}^1 11^2$

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{21780}{12^6}=0.0073$$

16. 事件A与B互不相容，计算$P(\overline{A}+\overline{B})$.

解 由于A与B互不相容，有$AB=\Phi$，$P(AB)=0$

$P(\overline{A}+\overline{B})=P(\overline{AB})=1-P(AB)=1$.

17. 设事件$B\supset A$，求证$P(B)\geqslant P(A)$.

证 $\because B\supset A$

$\therefore P(B-A)=P(B)-P(A)$

$\because P(B-A)\geqslant 0$

$\therefore P(B)\geqslant P(A)$

18. 已知$P(A)=a$，$P(B)=b$，$ab\neq 0(b>0.3a)$，$P(A-B)=0.7a$，求$P(B+A)$，$P(B-A)$，$P(\overline{B}+\overline{A})$.

解 由于$A-B$与AB互不相容，且$A=(A-B)+AB$因此有

$P(AB) = P(A) - P(A - B) = 0.3a$

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.7a + b$

$P(B - A) = P(B) - P(AB) = b - 0.3a$

$P(\overline{B} + \overline{A}) = 1 - P(AB) = 1 - 0.3a$

19. **50个产品中有46个合格品与4个废品，从中一次抽取三个，计算取到废品的概率.**

解 设事件 A 表示“取到废品”，则 $\overline{A}$ 表示没有取到废品，有利于事件 $\overline{A}$ 的样本点数目为 $\#\overline{A} = C_{46}^3$，因此

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{\#\overline{A}}{\#\Omega} = 1 - \frac{C_{46}^3}{C_{50}^3}$$

$$= 0.2255$$

20. **已知事件 $B \supset A$，$P(A) = \ln b \neq 0$，$P(B) = \ln a$，求 a 的取值范围.**

解 因 $B \supset A$，故 $P(B) \geqslant P(A)$，即 $\ln a \geqslant \ln b$，$\Rightarrow a \geqslant b$，又因 $P(A) > 0$，$P(B) \leqslant 1$，可得 $b > 1$，$a \leqslant \mathrm{e}$，综上分析 a 的取值范围是：

$$1 < b \leqslant a \leqslant \mathrm{e}$$

21. **设事件 A 与 B 的概率都大于 0，比较概率 $P(A)$，$P(AB)$，$P(A + B)$，$P(A) + P(B)$ 的大小(用不等号把它们连接起来).**

解 由于对任何事件 A，B，均有

$AB \subset A \subset A + B$

且 $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$，$P(AB) \geqslant 0$，因此有

$$P(AB) \leqslant P(A) \leqslant P(A + B) \leqslant P(A) + P(B)$$

22. **一个教室中有100名学生，求其中至少有一人的生日是在元旦的概率(设一年以365天计算).**

解 设事件 A 表示"100名学生的生日都不在元旦",则有利于 A 的样本点数目为 $\# A = 364^{100}$,而样本空间中样本点总数为 $\# \Omega = 365^{100}$,所求概率为

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{\# A}{\# \Omega} = 1 - \frac{364^{100}}{365^{100}}$$
$$= 0.2399$$

23. **从5副不同手套中任取4只手套,求其中至少有两只手套配成一副的概率.**

解 设事件 A 表示"取出的四只手套至少有两只配成一副",则 $\overline{A}$ 表示"四只手套中任何两只均不能配成一副".

$$P(\overline{A}) = \frac{\# \overline{A}}{\# \Omega} = \frac{C_5^4 C_2^1 C_2^1 C_2^1 C_2^1}{C_{10}^4} = \frac{80}{210}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 0.62$$

24. **某单位有92%的职工订阅报纸,93%的人订阅杂志,在不订阅报纸的人中仍有85%的职工订阅杂志,从单位中任找一名职工求下列事件的概率:**

(1) 该职工至少订阅一种报纸或期刊;

(2) 该职工不订阅杂志,但是订阅报纸.

解 设事件 A 表示"任找的一名职工订阅报纸",B 表示"订阅杂志",依题意 $P(A) = 0.92, P(B) = 0.93, P(B \mid \overline{A}) = 0.85$

$$P(A+B) = P(A) + P(\overline{A}B) = P(A) + P(\overline{A})P(B \mid \overline{A})$$
$$= 0.92 + 0.08 \times 0.85 = 0.988$$

$$P(A\overline{B}) = P(A+B) - P(B) = 0.988 - 0.93 = 0.058$$

25. **分析学生们的数学与外语两科考试成绩,抽查一名学生,记事件 A 表示数学成绩优秀,B 表示外语成绩优秀,若 $P(A) = P(B) = 0.4$, $P(AB) = 0.28$, 求 $P(A \mid B)$, $P(B \mid A)$, $P(A+B)$.**

解 $P(A \mid B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{0.28}{0.4} = 0.7$

$P(B \mid A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)} = 0.7$

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.52$

26. 设 A、B **是两个随机事件** $.0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$, $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$. **求证** $P(AB) = P(A)P(B)$.

证 $\because P(A \mid \overline{B}) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$ 且 $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$

$\therefore P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$

$$\frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(AB)}{1 - P(B)}$$

$P(AB)[1 - P(B)] = P(B)[P(A) - P(AB)]$

整理可得

$P(AB) = P(A)P(B)$

27. 设 A **与** B **独立**, $P(A) = 0.4$, $P(A + B) = 0.7$, **求概率** $P(B)$.

解 $P(A + B) = P(A) + P(\overline{A}B) = P(A) + P(\overline{A})P(B)$

$\Rightarrow \qquad 0.7 = 0.4 + 0.6P(B)$

$\Rightarrow \qquad P(B) = 0.5$

28. 设事件 A **与** B **的概率都大于0,如果** A **与** B **独立,问它们是否互不相容,为什么?**

解 因 $P(A)$,$P(B)$ 均大于0,又因 A 与 B 独立,因此 $P(AB) = P(A)P(B) > 0$,故 A 与 B 不可能互不相容.

29. 某种电子元件的寿命在1000小时以上的概率为0.8,求3个这种元件使用1000小时后,最多只坏了一个的概率.

解 设事件 A_i 表示"使用1000小时后第 i 个元件没有坏",$i = 1, 2, 3$,显然 A_1, A_2, A_3 相互独立,事件 A 表示"三个元件中最多只坏了一个",则 $A = A_1A_2A_3 + \overline{A}_1A_2A_3 + A_1\overline{A}_2A_3 + A_1A_2\overline{A}_3$. 上面等式右边是四个两两互不相容事件的和, 且 $P(A_1) =$

$P(A_2) = P(A_3) = 0.8$

$$P(A) = [P(A_1)]^3 + 3[P(A_1)]^2 P(\overline{A}_1)$$
$$= 0.8^3 + 3 \times 0.8^2 \times 0.2$$
$$= 0.896$$

30. 加工某种零件，需经过三道工序，假定第一、二、三道工序的废品率分别为 0.3,0.2,0.2，并且任何一道工序是否出现废品与其他各道工序无关，求零件的合格率.

解 设事件 A 表示"任取一个零件为合格品"，依题意 A 表示三道工序都合格.

$$P(A) = (1-0.3)(1-0.2)(1-0.2) = 0.448$$

31. 某单位电话总机的占线率为 0.4，其中某车间分机的占线率为 0.3，假定二者独立，现在从外部打电话给该车间，求一次能打通的概率；第二次才能打通的概率以及第 m 次才能打通的概率（m 为任何正整数）.

解 设事件 A_i 表示"第 i 次能打通"，$i = 1,2,\cdots,m$，则

$$P(A_1) = (1-0.4)(1-0.3) = 0.42$$
$$P(A_2) = 0.58 \times 0.42 = 0.2436$$
$$P(A_m) = 0.58^{m-1} \times 0.42$$

32. 一间宿舍中有 4 位同学的眼镜都放在书架上，去上课时，每人任取一副眼镜，求每个人都没有拿到自己眼镜的概率.

解 设 A_i 表示"第 i 人拿到自己眼镜"，$i = 1,2,3,4$. $P(A_i) = \frac{1}{4}$，设事件 B 表示"每个人都没有拿到自己的眼镜". 显然 $\overline{B}$ 则表示"至少有一人拿到自己的眼镜". 且 $\overline{B} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

$$P(\overline{B}) = P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4)$$
$$= \sum_{i=1}^{4} P(A_i) - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant 4} P(A_i A_j) +$$

$$\sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant 4} P(A_iA_jA_k) - P(A_1A_2A_3A_4)$$

$$P(A_iA_j) = P(A_i)P(A_j \mid A_i)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}(1 \leqslant i < j \leqslant 4)$$

$$P(A_iA_jA_k) = P(A_i)P(A_j \mid A_i)P(A_k \mid A_iA_j)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24} \qquad (1 \leqslant i < j < k \leqslant 4)$$

$$P(A_1A_2A_3A_4) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1A_2) \times P(A_4 \mid A_1A_2A_3)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{24}$$

$$P(\overline{B}) = 4 \times \frac{1}{4} - C_4^2 \times \frac{1}{12} + C_4^3 \times \frac{1}{24} - \frac{1}{24} = \frac{5}{8}$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = \frac{3}{8}$$

33. 在 1,2,…,3000 这 3000 个数中任取一个数,设 A_m = "该数可以被 m 整除", $m = 2,3$, 求概率 $P(A_2A_3)$, $P(A_2 + A_3)$, $P(A_2 - A_3)$.

解 依题意 $P(A_2) = \frac{1}{2}$, $P(A_3) = \frac{1}{3}$

$$P(A_2A_3) = P(A_6) = \frac{1}{6}$$

$$P(A_2 + A_3) = P(A_2) + P(A_3) - P(A_2A_3)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A_2 - A_3) = P(A_2) - P(A_2A_3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

34. 甲、乙、丙三人进行投篮练习,每人一次,如果他们的命中率分别为 0.8,0.7,0.6,计算下列事件的概率:

(1) 只有一人投中;

(2) 最多有一人投中；

(3) 最少有一人投中.

解 设事件 A、B、C 分别表示“甲投中”、“乙投中”、“丙投中”，显然 A、B、C 相互独立．设 A_i 表示“三人中有 i 人投中”，$i=0,1,2,3$，依题意，

$$P(A_0)=P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C})=P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})$$
$$=0.2\times0.3\times0.4=0.024$$
$$P(A_3)=P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$$
$$=0.8\times0.7\times0.6=0.336$$
$$P(A_2)=P(AB\overline{C})+P(A\,\overline{B}C)+P(\overline{A}BC)$$
$$=0.8\times0.7\times0.4+0.8\times0.3\times0.6+0.2\times0.7\times0.6$$
$$=0.452$$

(1) $P(A_1)=1-P(A_0)-P(A_2)-P(A_3)$
$$=1-0.024-0.452-0.336=0.188$$

(2) $P(A_0+A_1)=P(A_0)+P(A_1)=0.024+0.188$
$$=0.212$$

(3) $P(A+B+C)=P(\overline{A_0})=1-P(A_0)$
$$=0.976$$

35. **甲、乙二人轮流投篮，甲先开始，假定他们的命中率分别为** 0.4 **及** 0.5，**问谁先投中的概率较大，为什么？**

解 设事件 $A_{2n-1}B_{2n}$ 分别表示“甲在第 $2n-1$ 次投中”与“乙在第 $2n$ 次投中”，显然 $A_1,B_2,A_3,B_4,\cdots$ 相互独立．设事件 A 表示“甲先投中”．

$$P(A)=P(A_1)+P(\overline{A_1}\,\overline{B_2}A_3)+P(\overline{A_1}\,\overline{B_2}\overline{A_3}\,\overline{B_4}A_5)+\cdots$$
$$=0.4+0.6\times0.5\times0.4+(0.6\times0.5)^2\times0.4+\cdots$$
$$=\frac{0.4}{1-0.3}=\frac{4}{7}$$